

上饶市 2023 届第一次高考模拟考试

数学（文科）参考答案

一、单选题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	A	B	D	C	C	C	B	D	D	B

10. 【解析】 $6 \leq x \leq 7, 6\omega \leq ax \leq 7\omega$

$$1、\begin{cases} 6\omega \geq \frac{\pi}{2} \\ 7\omega \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases}, \therefore \frac{\pi}{12} \leq \omega \leq \frac{3\pi}{14}$$

$$2、\begin{cases} 6\omega \geq \frac{5\pi}{2} \\ 7\omega \leq \frac{7\pi}{2} \end{cases}, \therefore \frac{5\pi}{12} \leq \omega \leq \frac{7\pi}{14}$$

$$3、\begin{cases} 6\omega \geq \frac{9\pi}{2} \\ 7\omega \leq \frac{11\pi}{2} \end{cases}, \therefore \frac{9\pi}{12} \leq \omega \leq \frac{11\pi}{14}$$

$$4、\begin{cases} 6\omega \geq \frac{13\pi}{2} \\ 7\omega \leq \frac{15\pi}{2} \end{cases}, \text{无解}, \therefore \omega_{\max} = \frac{11\pi}{14}$$

11. 因为 $PC = 2R = 6$, 则 PC 为球 O 的直径, 所以 $\angle PAC = \angle PBC = 90^\circ$,

又 $AC \perp BC, AC = BC = 4$, 所以 $PA = PB = 2\sqrt{5}, AB = 4\sqrt{2}$,

在 $\triangle PAB$ 中 $\sin \angle PAB = \frac{\sqrt{15}}{5}$, 所以 $\triangle PAB$ 外接圆直径 $= \frac{PB}{\sin \angle PAB} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$, 故截面

圆面积为 $\frac{25}{3}\pi$.

12. 因为 $g(x) = \sin 2x + 2\sin x$ 是上的奇函数, 且最小正周期 2π ,

$$g'(x) = 2\cos 2x + 2\cos x - 1 = (2\cos x - 1)(\cos x + 1),$$

当 $x \in [0, 2\pi]$ 时, 在 $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增, 在 $x \in [\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}]$ 上单调递减, 在

$x \in [\frac{5\pi}{3}, 2\pi]$ 上单调递增, 则 $g(x)_{\max} = g(\frac{\pi}{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2} > 1$, 又 $g(0) = g(\pi) = g(2\pi) = 0$,

所以当 $x \in [0, 2\pi]$ 时, 方程 $g(x) = 1$ 有两个不同的解, 所以 $f(x)$ 在 $x \in [0, 2023\pi]$ 上共

有 2024 个零点. 来源: 高三答案公众号

二、填空题

13. 9

14. 0.02

15. $\frac{\pi}{3}$

16. ①②③

三、解答题

试卷第 1 页, 共 5 页

17. 【解析】

根据题表格中数据知，男患者“痊愈快”的概率估计为 $\frac{78}{100} = \frac{39}{50}$ ，.....3分

女患者“痊愈快”的概率估计为 $\frac{64}{100} = \frac{16}{25}$ ，.....6分

(2)

痊愈快慢 性别	痊愈快	痊愈慢	总计
男性	78	22	100
女性	64	36	100
总计	142	58	200

.....8分

$$K^2 = \frac{200 \times (78 \times 36 - 64 \times 22)^2}{100 \times 100 \times 142 \times 58} = \frac{9800}{2059} \approx 4.76 > 3.841 \dots\dots 11分$$

所以有 95% 的把握认为患者性别与痊愈快慢有关。.....12分

18. 【详解】(1) 因为 $S_{n+2} - 2S_{n+1} + S_n = 2$,

所以 $S_{n+2} - S_{n+1} - S_{n+1} + S_n = 2$, 即 $(S_{n+2} - S_{n+1}) - (S_{n+1} - S_n) = 2$,2分

则 $a_{n+2} - a_{n+1} = 2$3分

又 $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, 满足 $a_2 - a_1 = 2$,

所以 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列.4分

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2 + (n-1) \times 2 = 2n$ 6分

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q , 因为 $b_1 = 1$, 所以 $b_2 + b_3 = q + q^2 = 0$,

所以 $q = -1$ 或 0 (舍去), $\therefore b_n = (-1)^{n-1}$ 9分

所以 $c_n = a_n \cdot b_n = (-1)^{n-1} \cdot 2n$

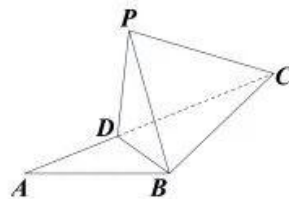
$\therefore T_{2n} = c_1 + c_2 + \dots + c_{2n} = 2 - 4 + 6 - 8 + \dots + 2(2n-1) - 4n = -2n$12分

19. 【解析】(1) 在 $\triangle ABC$ 中, 因为 $AB = BC = 2\sqrt{3}$, $\angle ABC = 120^\circ$, 所以 $AC = 6$

在 $\triangle BCD$ 中, $BC = 2\sqrt{3}$, $DC = 4$ 且 $\angle BCD = 30^\circ$, 所以 $BD = 2$,

因为 $|BC|^2 + |BD|^2 = |DC|^2$, 由勾股定理可得

$\angle CBD = 90^\circ$ 4分



$$\begin{cases} \text{平面}PBD \cap \text{平面}CBD \\ CB \perp BD \\ \text{平面}PBD \perp \text{平面}CBD \end{cases} \Rightarrow CB \perp \text{平面}PBD$$

因为 $CB \subset \text{平面}PBC$, 所以 $\text{平面}PBD \perp \text{平面}PCB$ 6分

(2) 设点 B 到平面 PCD 的距离 d

由第(1)可知, $\angle CDB = 60^\circ$, 所以 $\angle ADB = 120^\circ$,

$$\text{所以 } S_{\triangle PDB} = \frac{1}{2} |PD| |PB| \sin \angle PDB = \sqrt{3}$$

$$V_{C-PDB} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 2 \dots\dots\dots 8分$$

$$\text{在 } \triangle PCD \text{ 中, } |PC| = 2\sqrt{6}, |PD| = 2, |CD| = 4, \cos \angle PDC = -\frac{1}{4}, \sin \angle PDC = \frac{\sqrt{15}}{4},$$

$$\text{所以 } S_{\triangle PDC} = \frac{1}{2} |PD| |DC| \sin \angle PDC = \sqrt{15}, \text{ 故 } V_{B-PDC} = \frac{1}{3} \times \sqrt{15} \times d$$

$$\text{又 } V_{C-PDB} = V_{B-PDC} = \frac{1}{3} \times \sqrt{15} \times d = 2.$$

$$\text{所以 } d = \frac{2\sqrt{15}}{5} \dots\dots\dots 12分$$

20. 【详解】(1) 当 $a=1$ 时, $f(x) = x + \ln x$, 设切点为 $(x_0, x_0 + \ln x_0)$, 又 $f'(x) = 1 + \frac{1}{x}$,

$$\therefore \text{切线斜率 } k = 1 + \frac{1}{x_0} \dots\dots\dots 2分$$

$$\therefore \text{切线方程为 } y - (x_0 + \ln x_0) = \left(1 + \frac{1}{x_0}\right)(x - x_0).$$

$$\text{Q 过点 } (0, 0), \therefore -x_0 - \ln x_0 = \left(1 + \frac{1}{x_0}\right) \cdot (-x_0), \therefore x_0 = e \dots\dots\dots 4分$$

$$\therefore \text{所求直线方程为: } y = \left(1 + \frac{1}{e}\right)x \dots\dots\dots 5分$$

(2) 由题意, 方程 $a(x + \ln x) = xe^x$, 显然 $x > 0, a \neq 0$, 方程等价于

$$\frac{1}{a} = \frac{x + \ln x}{xe^x} (*) \dots\dots\dots 6分$$

$$\text{记 } g(x) = \frac{x + \ln x}{xe^x} (x > 0), \text{ 令 } g'(x) = \frac{(x+1)(1-x-\ln x)}{x^2 e^x} > 0, \text{ 得 } 1-x-\ln x > 0, \therefore 0 < x < 1.$$

$\therefore g(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上单调递增, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减8分

$$\text{又 } x \rightarrow 0, g(x) \rightarrow -\infty; g(1) = \frac{1}{e}; x \rightarrow +\infty, g(x) \rightarrow 0. \text{ 结合图形可知, } \dots\dots\dots 10分$$

方程 $f(x) = xe^x$ 有两个不相等的实根时有 $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{e}, \therefore a > e$12分

(另解: (*) 中令 $t = x + \ln x$, 则 (*) $\Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{t}{e^t}$, 同理可得) 来源: 高三答案公众号

21. 解: (1) 由题意可得 $\begin{cases} a = 2 \\ a + c = 2 + \sqrt{3} \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = \sqrt{3} \end{cases}$, 所以椭圆方程为

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \text{4分}$$

(2) 由题意知, 直线 l 的斜率不为 0,

则不妨设直线 l 的方程为 $x = my + t (t \neq 2)$,

联立 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \\ x = my + t \end{cases}$ 消去 x 得 $(m^2 + 4)y^2 + 2mt y + t^2 - 4 = 0$,

$$\Delta = 4m^2 t^2 - 4(m^2 + 4)(t^2 - 4) > 0, \text{ 化简整理得 } m^2 + 4 > t^2,$$

设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 则

$$y_1 + y_2 = \frac{-2mt}{m^2 + 4}, y_1 y_2 = \frac{t^2 - 4}{m^2 + 4} \text{6分}$$

因为以线段 PQ 为直径的圆经过 A , 所以 $\vec{AP} \cdot \vec{AQ} = 0$,

$$\text{得 } (x_1 - 2)(x_2 - 2) + y_1 y_2 = 0,$$

将 $x_1 = my_1 + t, x_2 = my_2 + t$ 代入上式,

$$\text{得 } (m^2 + 1)y_1 y_2 + m(t - 2)(y_1 + y_2) + (t - 2)^2 = 0,$$

$$\text{得 } (m^2 + 1) \cdot \frac{t^2 - 4}{m^2 + 4} + m(t - 2) \cdot \frac{-2mt}{m^2 + 4} + (t - 2)^2 = 0,$$

$$\text{解得 } t = \frac{6}{5} \text{ 或 } t = 2 \text{ (舍去)}. \text{ 所以直线 } l \text{ 的方程为 } x = my + \frac{6}{5},$$

则直线 l 恒过点 $M(\frac{6}{5}, 0)$9分

因为过点 A 做 PQ 的垂线, 垂足为 H , 所以 H 在以 AM 为直径的圆周上,

$$\text{所以点 } H \text{ 的轨迹方程为: } \left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + y^2 = \frac{4}{25}, \text{ 除去点 } A(2, 0) \text{12分}$$

22. 【详解】(1) 由 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + \sqrt{3}t \\ y = -2 + t \end{cases}$, 消去参数 t 得 $x - \sqrt{3}y - 3\sqrt{3} = 0$,

即直线 l 的普通方程为 $x - \sqrt{3}y - 3\sqrt{3} = 0$;2分

由 $\rho \sin^2 \theta = 4 \cos \theta$, 得 $\rho^2 \sin^2 \theta = 4\rho \cos \theta$,
 $\therefore x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta, \therefore y^2 = 4x$,
 即曲线 C 的直角坐标方程 $y^2 = 4x$ 4分

(2) 直线 l 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 DE 的斜率为 $-\sqrt{3}$, 所以 DE 的倾斜角为 120° ,

故设直线 DE 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 - \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数),6分

代入 $y^2 = 4x$, 得 $3t^2 + 8t - 32 = 0$,

设点 D 对应的参数为 t_1 , 点 E 对应的参数为 t_2 ,

则 $\begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{8}{3} \\ t_1 t_2 = -\frac{32}{3} \end{cases}$, 且 D 在 x 轴上方, 有 $t_1 > 0, t_2 < 0$ 7分

故 $\frac{1}{|PD|} + \frac{1}{|PE|} = \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} = \frac{t_1 - t_2}{-t_1 t_2} = \frac{\sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2}}{-t_1 t_2} = \frac{\sqrt{7}}{4}$,

即 $\frac{1}{|PD|} + \frac{1}{|PE|}$ 的值为 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ 10分

23. 【详解】(1) 函数 $f(x) = |2x - 1| + |2x - 3|$.

当 $x \geq \frac{3}{2}$ 时, $f(x) = 2x - 1 + 2x - 3 \leq m$, 解得: $\frac{3}{2} \leq x \leq 1 + \frac{m}{4}$;

当 $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$ 时, $f(x) = 2 \leq m$, 且 $\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$;

当 $x \leq \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = 1 - 2x + 3 - 2x \leq m$, 解得: $1 - \frac{m}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}$.

$f(x) \leq m$ 的解集为 $[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}]$, $1 + \frac{m}{4} = \frac{5}{2}$ 且 $1 - \frac{m}{4} = -\frac{1}{2}$, 则 $m = 6$;5分

(2) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 6$,

证明: $a + b + c = \frac{1}{6}(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{1}{6} \left(3 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} \right)$

$\geq \frac{1}{6} \left(3 + 2\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}} + 2\sqrt{\frac{a}{c} \cdot \frac{c}{a}} + 2\sqrt{\frac{b}{c} \cdot \frac{c}{b}} \right) = \frac{1}{6} (3 + 2 \times 3) = \frac{3}{2}$,

当 $a = b = c = \frac{1}{2}$ 时等号成立10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线