

高二年级数学（文）答案 202306

一、选择题 ABDBA CDDBC DC

二、填空题 13. (1,2] 14. $\frac{1}{3}$ 15. -2 16. 3

三、解答题

17. (1) 当 $x \in N$ 时, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, A 中共有 6 个元素,

所以 A 的非空真子集的个数为 $2^6 - 2 = 62$.

(2) 当集合 $B = \emptyset$ 时, $x^2 - 3mx + 2m^2 - m - 1 < 0$ 无解, 即 $\Delta = (-3m)^2 - 4(2m^2 - m - 1) = (m+2)^2 \leq 0$,

解得 $m = -2$, 此时满足 $A \cap B = B$;

当集合 $B \neq \emptyset$, 即 $m \neq -2$ 时, $x^2 - 3mx + 2m^2 - m - 1 = (x - m + 1)(x - 2m - 1) < 0$,

若 $m < -2$, 则集合 $B = \{x | 2m + 1 < x < m - 1\}$, 因为 $A \cap B = B$, 所以 $B \subseteq A$,

所以 $\begin{cases} 2m+1 \geq -2 \\ m-1 \leq 5 \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq m \leq 6$, 不符合题意, 舍去;

若 $m > -2$, 则集合 $B = \{x | m - 1 < x < 2m + 1\}$, 因为 $A \cap B = B$, 所以 $B \subseteq A$,

所以 $\begin{cases} m-1 \geq -2 \\ 2m+1 \leq 5 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq m \leq 2$, 综上所述, 实数 m 的取值范围为 $B = \{x | -1 \leq m \leq 2 \text{ 或 } m = -2\}$

18. (1) 当 $m = -2$ 时, $p: x^2 + 6x + 8 \leq 0$, 即 $-4 \leq x \leq -2$, $q: -3 < x < -1$,

若 $p \wedge q$ 为真, 即 $\{x | -4 \leq x \leq -2\} \cap \{x | -3 < x < -1\} = \{x | -3 < x \leq -2\}$,

所以实数 x 的取值范围为 $(-3, -2]$;

(2) 若 $m < 0$, $p: x^2 - 3mx + 2m^2 \leq 0$, 即 $2m \leq x \leq m$; $\neg p: x < 2m$ 或 $x > m$

$q: -3 < x < -1$, 且 q 是 $\neg p$ 的充分不必要条件, 则 $\begin{cases} m < 0 \\ m \leq -3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m < 0 \\ 2m \geq -1 \end{cases}$,

即 $m \leq -3$ 或 $-\frac{1}{2} \leq m < 0$, 故实数 m 的取值范围为 $(-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{2}, 0)$.

19. (1) $f(x)$ 在 R 上单调递增, 证明如下:

任取 $x_1 < x_2$, 则 $f(x_1) - f(x_2) = \frac{2}{2^{x_2} + 1} - \frac{2}{2^{x_1} + 1} = 2 \left(\frac{1}{2^{x_2} + 1} - \frac{1}{2^{x_1} + 1} \right) = 2 \times \frac{2^{x_1} - 2^{x_2}}{(2^{x_2} + 1)(2^{x_1} + 1)}$,

由于 $2^{x_1} - 2^{x_2} < 0$, 所以 $f(x_1) - f(x_2) < 0$, $f(x_1) < f(x_2)$, 所以 $f(x)$ 在 R 上单调递增.

(2) 由 (1) 可知, $f(x)$ 在 R 上单调递增, $f(-2) = -\frac{3}{5}$, $f(2) = \frac{3}{5}$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的值域为 $[-\frac{3}{5}, \frac{3}{5}]$, 所以 m 的取值范围是 $[-\frac{3}{5}, \frac{3}{5}]$.

20. (1) 解: 函数 $f(x)$ 的定义域为 R ,

$$\text{则 } f'(x) = \frac{(2x-1)e^x - (x^2-x+1)e^x}{(e^x)^2} = \frac{-x^2+3x-2}{e^x} = \frac{-(x-1)(x-2)}{e^x},$$

由 $f'(x) > 0$ 得 $1 < x < 2$, 所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(1,2)$.

(2) 不等式 $e^x f(x) \geq a + \ln x$, 即 $x^2 - x + 1 \geq a + \ln x$, 即 $a \leq x^2 - x + 1 - \ln x$.

所以问题可转化为 $a \leq x^2 - x + 1 - \ln x$ 恒成立. 令 $g(x) = x^2 - x + 1 - \ln x (x > 0)$,

$$\text{则 } g'(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x} = \frac{2x^2 - x - 1}{x} = \frac{(x-1)(2x+1)}{x},$$

所以当 $x \in (0,1)$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 单调递减, 当 $x \in (1,+\infty)$ 时, $g'(x) > 0$, $g(x)$ 单调递增,

所以当 $x = 1$ 时, $g(x)$ 取得最小值 $g(1) = 1 - 1 + 1 - \ln 1 = 1$,

所以 $a \leq 1$, 即实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 1]$.

21. (1) 用分层抽样方法在不喜欢的用户中随机抽取 5 名,

则女性用户应该抽取 $\frac{18}{18+27} \times 5 = 2$ 名.3 分

(2) 由 (1) 得 5 人中男性用户 3 人, 记作 1, 2, 3, 女性用户 2 人, A, B , 选取两人参加座谈会, 共有 $(1,2), (1,3), (1,A), (1,B), (2,3), (2,A), (2,B), (3,A), (3,B), (A,B)$ 10 种情况, 其中恰有 1 名男性用户的共有 $(1,A), (1,B), (2,A), (2,B), (3,A), (3,B)$ 6 种情况,

根据古典概型概率公式得 $P = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$9 分

(3) 根据题目所给数据得到如下 2×2 的列联表:

	喜欢	不喜欢	总计
男性	13	27	40
女性	42	18	60
总计	55	45	100

$\chi^2 = \frac{100 \times (13 \times 18 - 42 \times 27)^2}{55 \times 45 \times 60 \times 40} \approx 13.64 > 6.635$, 所以有 99% 的把握认为, 用户喜欢与否与性别有关.

.....14 分