2022～2023 学年度下期期末高一年级调研考试

数 学

考试时间 120 分钟，满分 150 分

注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡上将自己的姓名、座位号、准考证号用 0.5 毫米的黑色签字笔填写清楚，考生考试条形码由监考老师粘贴在答题卡上的“贴条形码区”。

2. 选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案；非选择题用 0.5 毫米的黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3. 考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $\sin\alpha=-\frac{1}{2}$，则 $\cos2\alpha=$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

2. 已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为共线向量，且 $\boldsymbol{a}=(2,x)\,(x\in\mathbf{R})$，$\boldsymbol{b}=(1,3)$，则 $|\boldsymbol{a}|=$

A. $2\sqrt{10}$　　B. $3\sqrt{10}$　　C. 40　　D. $3\sqrt{5}$

3. 已知 i 为虚数单位，复数 z 的共轭复数为 $\overline{z}$，且满足 $z\mathrm{i}=3+2\mathrm{i}$，则 $z+\overline{z}=$

A. -4　　B. 0　　C. 4　　D. 6i

4. l，m 是不同的直线，α，β，γ 是互不相同的平面，下列说法正确的是

A. 若直线 l，m 在平面 α 内，且均平行平面 β，则平面 α 与平面 β 平行

B. 若平面 α 平行直线 l，直线 l 平行平面 γ，则平面 α 与平面 γ 平行

C. 若平面 α 垂直平面 γ，平面 β 垂直平面 γ，则平面 α 与平面 β 平行

D. 若直线 l 垂直平面 α，直线 m 垂直平面 α，则直线 l 与直线 m 平行

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=1$，$BC=\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{3}$，则 $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$ 的值为

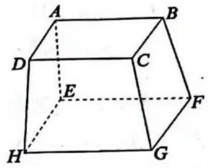
A. 2　　B. -2　　C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

6. 已知 a，b，c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A，B，C 的对边，且满足 $a+b=(\cos A+\cos B)c$，则 $\triangle ABC$ 为

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 以上皆有可能

7. “辛普森（Simpson）公式”给出了求几何体体积的一种估算方法：几何体的体积 V 等于其上底面的面积 S、中截面（过高的中点且平行于底面的截面）的面积 S_1 的 4 倍、下底面 S_2 之和乘以高 h 的六分之一，即 $V=\frac{1}{6}h(S+4S_1+S_2)$．我们把所有顶点都在两个平行平面内的多面体称为拟柱体，在这两个平行平面内的面叫作拟柱体的底面，其余各面叫作拟柱体的侧面，中国古代名词“刍童”（原来是草堆的意思）就是指上下底面皆为矩形的拟柱体，已知某个“刍童”如图所示，$AB=2$，$AD=1$，$EF=3$，$EH=2$，且体积为 $\frac{46}{3}$，则它的高为



A．$\frac{53}{12}$　　B．$\frac{53}{15}$　　C．4　　D．3

8. 设正三棱锥 $A-BCD$ 的底面 $\triangle BCD$ 的边长为 2，侧面与底面所成的二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，则此三棱锥的体积为

A．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{6}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求；全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. $\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，下列四个结论正确的是

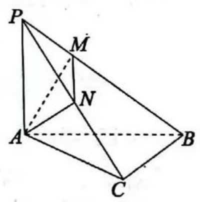
A．$c=a\cos B+b\cos A$

B．若 $a^2=b^2+c^2+bc$，则 A 为 $120°$

C．若 $\sin 2A=\sin 2B$，则 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形

D．若 $\sin^2 A+\sin^2 B<\sin^2 C$，则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形

10.《九章算术》是我国古代的数学经典名著，它在几何学方面的研究比西方早一千年．在《九章算术》中，将四个面都为直角三角形的四面体称为“鳖臑”．如图，“鳖臑”几何体 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$AC\perp CB$，$AM\perp BP$ 于点 M，$AN\perp PC$ 于点 N．设 $\angle PBA=\theta_1$，$\angle ABC=\theta_2$，$\angle PBC=\theta$，则有



A．四面体 $P-ABC$ 最长的棱为 PB

B．平面 $ABP\perp$ 平面 BCP

C．PA，AC，BC 两两互相垂直

D．$\cos\theta=\cos\theta_1\cos\theta_2$

11. 已知点 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内任意一点，下列说法中正确的是

A．若 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，则 O 为 $\triangle ABC$ 的重心

B．若 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$，则 O 为 $\triangle ABC$ 的内心

C．若 O 为 $\triangle ABC$ 的重心，AD 是 BC 边上的中线，则 $3\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AD}$

D．若 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{CO}$，则 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$

12. 下列各式中，值为$\frac{3}{4}$的是

A. $\sin^2 30°+\cos^2 60°+\sin 30°\cos 60°$

B. $\sin^2 20°+\cos^2 80°+\sqrt{3}\sin 20°\cos 80°$

C. $\sin^2 23°+\cos^2 53°+\sin 23°\cos 53°$

D. $\cos^2 10°+\cos^2 50°-\sin 40°\sin 80°$

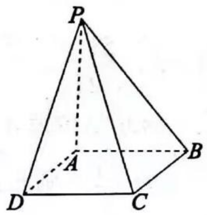
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 化简$\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{QO}$的结果是______.

14. $\sin 65°\cos 5°-\cos 65°\sin 5°=$______.

15. 若复数z满足$|z|=1$，i 为虚数单位，$\overline{z}$表示z的共轭复数，则$|\overline{z}+1+\mathrm{i}|$的取值范围为______.

16. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，底面$ABCD$为矩形，且$PA=AB=2$，$BC=1$，则该四棱锥的外接球的表面积为______.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. （10 分）

已知平面向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，且$\boldsymbol{a}=(-1,2)$，$\boldsymbol{b}=(3,2)$，$\boldsymbol{c}=(5,6)$.

（1）若$\boldsymbol{c}=\lambda_1\boldsymbol{a}+\lambda_2\boldsymbol{b}$，求实数$\lambda_1$，$\lambda_2$的值；

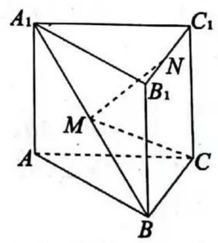
（2）若$(k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$，求实数$k$的值.

18. （12 分）

如图，在直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，底面ABC为正三角形，侧面ACC_1A_1为正方形，$AB=AA_1=1$，且M，N分别是A_1B，B_1C_1的中点.

（1）求证：MN // 平面ACC_1A_1；

（2）求直线MC与平面$A_1B_1C_1$所成角.



19. （12 分）

用“五点法”画函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\ \omega>0,\ |\varphi|<\frac{\pi}{2})$在某一个周期内的图象时，列表并填入了部分数据，如下表：

x		$\frac{2\pi}{9}$		$\frac{5\pi}{9}$	
$\omega x+\varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$	0	2	0		0

（1）请将上表数据补充完整，并求出函数 $f(x)$ 的解析式；

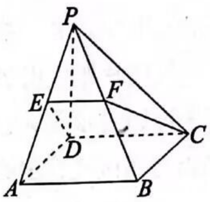
（2）当 $x\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$ 时，求 $f(x)$ 的值域.

20.（12分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 是正方形，边长为 a，$PA=PC=\sqrt{2}a$，点 E 为侧棱 PA 的中点，过 C，D，E 三点的平面交侧棱 PB 于点 F.

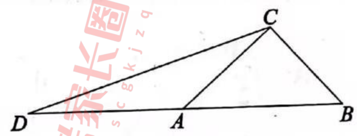
（1）求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；

（2）求证：$PA\perp CF$.



21.（12分）

世界大学生夏季运动会，素有“小奥运会”之称，由国际大学生体育联合会（International University Sports Federation）主办，只限在校大学生和毕业不超过两年的大学生（年龄限制为17～28岁）参加的世界大型综合性运动会．始办于1959年，其前身为国际大学生运动会．第31届世界大学生夏季运动会即将在成都拉开帷幕，为了配合大运会的基础设施建设，组委会拟在成都东安湖公园一角修建具有成都文化特色的观景步道（如图）．在 $\triangle BCD$ 中，$\angle BDC=\frac{\pi}{6}$，A 是 BD 边上一点，$AD=20$ 米，$\angle ACB=\frac{\pi}{2}$.



（1）若 $AC=10\sqrt{2}$ 米，求 BC；

（2）当 $AD\geqslant AC$，记 $\angle ACD=\theta$，求当角 θ 取何值时，$\triangle ACD$ 的面积最大，并求出这个最大值.

22.（12分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\frac{1}{2}(\sin^4 x-\cos^4 x)-1\ (x\in\mathbf{R})$，函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，再向上平移1个单位得到 $y=g(x)$ 的图象，$h(x)=-\cos x|\cos x-3m|+m(m\in\mathbf{R})$.

（1）若 $f(\alpha)=0$，求 α；

（2）若对任意 $x_2\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{6}]$，存在 $x_1\in[0,\frac{\pi}{2}]$，使得 $g(x_1)=h(x_2)$ 成立，求实数 m 的取值范围.