

2019~2020 学年高三年级第五次调研考试
数学试题（文科）

考试时间：120 分钟 满分：150 分

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求的.）

1. $Z(M)$ 表示集合 M 中整数元素的个数，设集合 $A=\{x|-1 < x < 8\}$ ， $B=\{x|5 < 2x < 17\}$ ，则 $Z(A \cap B)=$ ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

2. 已知复数 z 满足 $(1+2i)z = 4+3i$ ，则 z 的共轭复数是 ()

- A. $2-i$ B. $2+i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$

3. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则 ()

- A. $f(-3) < f(-\log_3 13) < f(2^{0.6})$ B. $f(-3) < f(2^{0.6}) < f(-\log_3 13)$
C. $f(2^{0.6}) < f(-\log_3 13) < f(-3)$ D. $f(2^{0.6}) < f(-3) < f(\log_3 13)$

4. 宋代诗词大师欧阳修的《卖油翁》中有一段关于卖油翁的精湛技艺的细节描写：“（翁）乃取一葫芦置于地，以钱覆其口，徐以杓酌油沥之，自钱孔入，而钱不湿。”如果铜钱是直径为 5cm 的圆，钱中间的正方形孔的边长为 2cm，则卖油翁向葫芦内注油，油正好进入孔中的概率是 ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{4}{25}$ C. $\frac{\pi}{25}$ D. $\frac{16}{25\pi}$

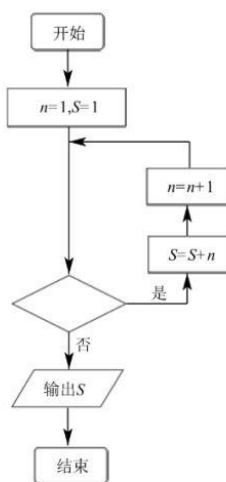
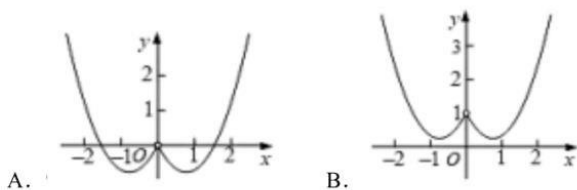
5. 命题 $p: x, y \in \mathbf{R}, x^2 + y^2 < 2$ ，命题 $q: x, y \in \mathbf{R}, |x| + |y| < 2$ ，则 p 是 q 的 ()

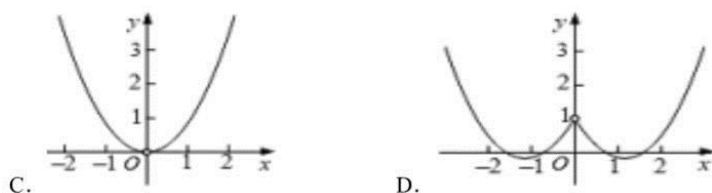
- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 必要充分条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1=1$ ， $a_{n+1}=a_n+n$ ，若利用如图所示的程序框图计算该数列的第 2020 项，则判断框内的条件是 ()

- A. $n \leq 2018?$ B. $n \leq 2019?$
C. $n \leq 2020?$ D. $n \leq 2021?$

7. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x} + x^2 - 2|x|$ 的大致图象为 ()





8. 若函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 图象的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{3}, 0)$, 其相邻一条对称轴方程为 $x = \frac{7\pi}{12}$, 该对称轴处所对应的函数值为 -1 , 为了得到 $g(x) = \cos 2x$ 的图象, 则只要将 $f(x)$ 的图象 ()

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
 B. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
 D. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度

9. 已知 AB 是圆 $C: (x-1)^2 + y^2 = 1$ 的直径, 点 P 为直线 $x - y + 1 = 0$ 上任意一点, 则 $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 的最小值是 ()

- A. 1
 B. 0
 C. $\sqrt{2}$
 D. $\sqrt{2} - 1$

10. 圆锥 SD (其中 S 为顶点, D 为底面圆心) 的侧面积与底面积的比是 $2:1$, 则圆锥 SD 与它外接球 (即顶点在球面上且底面圆周也在球面上) 的体积比为 ()

- A. 9:32
 B. 8:27
 C. 9:22
 D. 9:28

11. 已知直线 $y = kx (k \neq 0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 交于 A, B 两点, 以 AB 为直径的圆恰好经过双曲线的右焦点 F , 若 $\triangle ABF$ 的面积为 $4a^2$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$
 B. $\sqrt{3}$
 C. 2
 D. $\sqrt{5}$

12. 若对于任意的 $0 < x_1 < x_2 < a$, 都有 $\frac{x_2 \ln x_1 - x_1 \ln x_2}{x_1 - x_2} > 1$, 则 a 的最大值为 ()

- A. $2e$
 B. e
 C. $\frac{1}{2}$
 D. 1

二. 填空题 (本大题共 4 小题, 每题 5 分, 共 20 分.)

13. 某校高三科创班共 48 人, 班主任为了解学生高考前的心理状况, 将学生按 1 至 48 的学号用系统抽样方法抽取 8 人进行调查, 若抽到的最大学号为 48, 则抽到的最小学号为_____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b = 2\sqrt{7}, c = 3, B = 2C$, 则 $\cos 2C$ 的值为_____.

15. 正四棱锥 $S-ABCD$ 底面边长为 2, 高为 1, E 是边 BC 的中点, 动点 P 在四棱锥表面上运动, 并且总保持 $\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, 则动点 P 的轨迹的周长为_____.

16. 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) > 0$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 且 $2f(x) < xf'(x) < 3f(x)$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 则 $\frac{f(2)}{f(3)}$ 的取值范围是_____.

三.解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题 12 分) 在公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1^2 + a_2^2 = a_1 + a_2$.

(1) 求 d 的取值范围;

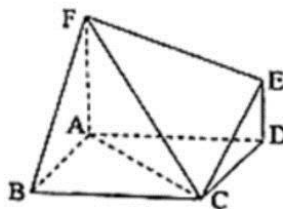
(2) 已知 $d = -1$, 试问: 是否存在等差数列 $\{b_n\}$, 使得数列 $\left\{\frac{1}{a_n^2 + b_n}\right\}$ 的前 n 项和为 $\frac{n}{n+1}$?

若存在, 求 $\{b_n\}$ 的通项公式; 若不存在, 请说明理由.

18. (本小题 12 分) 如图, 多面体 $ABCDEF$ 中, $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC = 60^\circ$, $FA \perp$ 平面 $ABCD$, $ED \parallel FA$, 且 $AB = FA = 2ED = 2$.

(1) 求证: 平面 $FAC \perp$ 平面 EFC ;

(2) 求多面体 $ABCDEF$ 的体积.



19. (本小题 12 分) 某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位: m^3) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

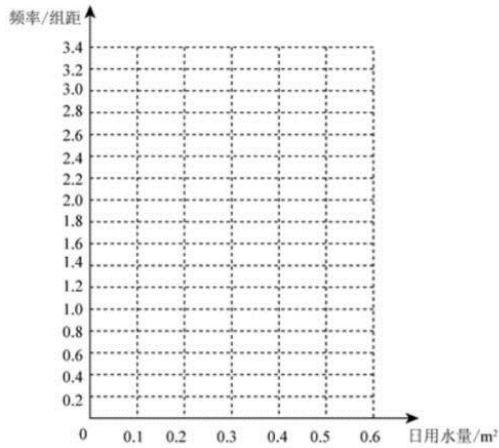
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0,0.1)	[0.1,0.2)	[0.2,0.3)	[0.3,0.4)	[0.4,0.5)	[0.5,0.6)	[0.6,0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0,0.1)	[0.1,0.2)	[0.2,0.3)	[0.3,0.4)	[0.4,0.5)	[0.5,0.6)
频数	1	5	13	10	16	5

- (1) 在下图中作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图;
- (2) 估计该家庭使用节水龙头后, 日用水量小于 $0.35m^3$ 的概率;
- (3) 估计该家庭使用节水龙头后, 一年能节省多少水? (一年按 365 天计算, 同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表.)



20. (本小题 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 点 $(1, e)$ 和 $(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 都在椭圆 C 上,

其中 e 为椭圆 C 的离心率.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 若过原点的直线 $l_1: y=kx$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 且在直线 $l_2: 2kx-y+k-2=0$ 上存在点 P , 使得 $\triangle PAB$ 是以 P 为直角顶点的直角三角形, 求实数 k 的取值范围.

21. (本小题 12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}x^2 + ax (a \in \mathbf{R})$, $g(x) = e^x + \frac{3}{2}x^2 - x$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 定义: 对于函数 $f(x)$, 若存在 x_0 , 使 $f(x_0) = x_0$ 成立, 则称 x_0 为函数 $f(x)$ 的不动点. 如果函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ 存在不动点, 求实数 a 的取值范围.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (本小题 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程



在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $\begin{cases} x = \cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x

轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta$.

(1) 求 C_1, C_2 交点的直角坐标;

(2) 设点 A 的极坐标为 $(4, \frac{\pi}{3})$, 点 B 是曲线 C_2 上的点, 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

23. (本小题 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+1| + |2x-1|$.

(1) 解不等式 $f(x) \leq x+2$;

(2) 若 $g(x) = |3x-2m| + |3x-1|$, 对 $\forall x_1 \in \mathbf{R}, \exists x_2 \in \mathbf{R}$, 使 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 求实数 m 的取值范围.



自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国中学大联考 2020 届高三下学期模考试题及答案汇总（更新下载中），点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/202002/42364.html>