

秘密★启用前

2023 届“3+3+3” 高考备考诊断性联考卷（二） 文科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$ ，集合 $A=\{x \mid \log_2 x \leq 2\}$ ， $B=\{x \mid 1 < x < 5\}$ ，则 $(\complement_U B) \cap A =$
 - A. $\{x \mid x \leq 5\}$
 - B. $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$
 - C. $\{x \mid x \leq 4\}$
 - D. $\{x \mid 1 < x \leq 5\}$
2. 若复数 z 满足 $(1-i)z=i^{2022}$ ，则 $\bar{z} =$
 - A. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
 - B. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
 - C. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
 - D. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
3. 为了发展学生的兴趣和个性特长，培养全面发展的人才。某学校在不加重学生负担的前提下，提供个性、全面的选修课程。为了解学生对于选修课《学生领导力的开发》的选择意愿情况，对部分高二学生进行了抽样调查，制作出如图 1 所示的两个等高条形图，根据条形图，下列结论正确的是

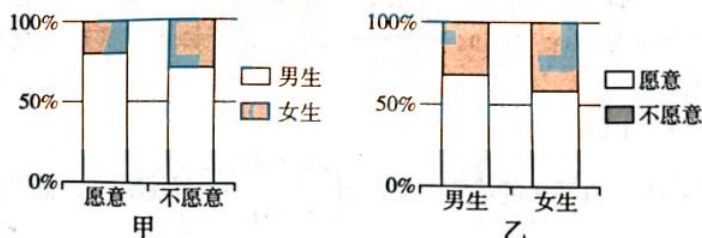


图 1

- A. 样本中不愿意选该门课的人数较多
 - B. 样本中男生人数多于女生人数
 - C. 样本中女生人数多于男生人数
 - D. 该等高条形图无法确定样本中男生人数是否多于女生人数
4. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y-1 \leq 0, \\ x-y+1 \geq 0, \\ y \geq -1, \end{cases}$ 则 $z = \frac{y-3}{x-3}$ 的最大值为

- A. $\frac{3}{2}$
- B. 2
- C. 3
- D. 4

文科数学·第 1 页（共 4 页）

5. 若双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 2, C 的一条渐近线被圆 $x^2 + y^2 - 4y = 0$ 所截得的弦长为

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 4 D. $2\sqrt{3}$

6. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=4, AD=3, \cos \angle BAD = \frac{2}{3}, \overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{MD}$, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MB} =$

- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

7. $f(x) = \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x$, 下列说法正确的是

① $f(x - \frac{\pi}{12})$ 为偶函数; ② $f(x)$ 的最小正周期为 2π ;

③ $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上先减后增; ④ $f(x)$ 的图象关于 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称.

- A. ①③ B. ①④ C. ③④ D. ②④

8. 镜面反射法是测量建筑物高度的重要方法, 在如图 2 所示的模型中. 已知人眼距离地面高度 $h = 1.5\text{m}$, 某建筑物高 $h_1 = 4.5\text{m}$, 将镜子 (平面镜) 置于平地上, 人后退至从镜中能够看到建筑物的位置, 测量人与镜子的距离 $a_1 = 1.2\text{m}$, 将镜子后移 a 米, 重复前面中的操作, 则测量人与镜子的距离 $a_2 = 3.2\text{m}$, 则镜子后移距离 a 为

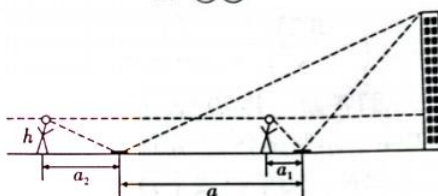


图 2

- A. 6m B. 5m C. 4m D. 3m

9. 将 4 个 A 和 2 个 B 随机排成一行, 2 个 B 不相邻的概率为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

10. 已知函数 $f(x) = xe^x + 2a, g(x) = \frac{e \ln x}{x}$, 对任意 $x_1 \in [1, 2], \exists x_2 \in [1, 3]$, 都有不等式 $f(x_1) \geq g(x_2)$ 成立, 则 a 的取值范围是

- A. $[-e^2, +\infty)$ B. $[\frac{1-e}{2}, +\infty)$
C. $[-\frac{e}{2}, +\infty)$ D. $[\frac{1}{2} - e^2, +\infty)$

11. 如图 3, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = \frac{2\pi}{3}, AC = BC = 2, BB_1 = 7$, 点 P 在棱 BB_1 上, 且 P 靠近 B 点, 当 $PA \perp PC_1$ 时, 三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为

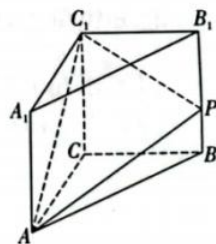


图 3

- A. 3π B. 4π
C. 10π D. 17π

12. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_3 = 273, na_n - (n-1)a_{n+1} = 94 (n \in \mathbf{N}^*)$, 当数列 $\{a_n a_{n+1} a_{n+2}\} (n \in \mathbf{N}^*)$ 的前 n 项和取得最大值时, n 的值为

- A. 30 B. 31
C. 32 D. 33

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和为 168, $a_2 - a_3 = 42$, 则 $a_3 =$ _____.
14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 θ 是以 O 为顶点, Ox 轴为始边, 若角 θ 的终边过点 $(3, -4)$, 则 $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值等于 _____.
15. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过点 F 作斜率大于 0 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, O 为坐标原点, $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$, 则 $\triangle AOB$ 的面积为 _____.
16. 黎曼函数是一个特殊的函数, 由德国数学家波恩哈德·黎曼发现, 在数学中有着广泛的应用. 黎曼函数定义在 $[0, 1]$ 上, 其解析式如下: $R(x) = \begin{cases} \frac{1}{p}, & x = \frac{q}{p} \end{cases}$ (p, q 都是正整数, $\frac{q}{p}$ 是既约真分数), 若函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且对任意的 x 都有 $f(1+x) + f(1-x) = 0$, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = R(x)$, 则 $f(2023) + f\left(-\frac{2023}{5}\right) =$ _____.

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

某单位为了解职工对垃圾回收知识的重视情况, 对本单位的 200 名职工进行考核, 然后通过随机抽样抽取其中的 50 名, 统计其考核成绩 (单位: 分), 制成如图 4 所示的频率分布直方图.

- (1) 估计该单位职工考核成绩低于 80 分的人数;
(2) 估计该单位职工考核成绩的中位数 t (精确到 0.1).

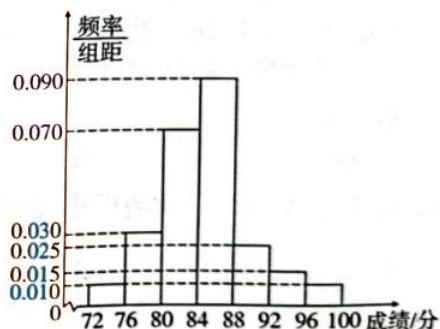


图 4

18. (本小题满分 12 分)

已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且 $\frac{\sin A}{\sin B} + \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{c^2}{ab} + 1$.

- (1) 求角 C 的大小;
(2) 若 $a+b=2$, 求 c 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

如图 5 甲, 在四边形 $PBCD$ 中, $PD \parallel BC$, $PB = BC = CD = AD = PA$. 现将 $\triangle ABP$ 沿 AB 折起得图乙, 点 M 是 PD 的中点. 证明:

- (1) $PC \perp AB$;
(2) $PC \perp$ 平面 ABM .

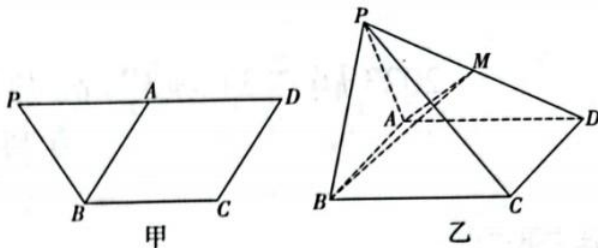


图 5

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x \ln x - e^x + 1$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
(2) 讨论 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性.

21. (本小题满分 12 分)

抛物线 $C_1: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点到准线的距离等于椭圆 $C_2: x^2 + 16y^2 = 1$ 的短轴长.

- (1) 求抛物线 C_1 的方程;
(2) 设 $D(1, t)$ 是抛物线 C_1 上位于第一象限的一点, 过 D 作圆 $E: (x-2)^2 + y^2 = r^2$ (其中 $0 < r < 1$) 的两条切线, 分别交抛物线 C_1 于点 M, N , 证明: 直线 MN 经过定点.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = \sqrt{3}t, \end{cases}$ (t 为参数), 曲线 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$. 以原点

O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 求直线 l 的极坐标方程和曲线 C 的参数方程;
(2) 求曲线 C 上一点 N 到直线 l 距离的最小值, 并求出此时 N 点的坐标.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

已知函数 $f(x) = |2x - 3|$, $g(x) = 3 - |x - 2|$.

- (1) 求不等式 $f(x) \leq g(x)$ 的解集 N ;
(2) 设 N 的最小数为 n , 正数 a, b 满足 $a + b = 3n$, 求 $\frac{b^2 + 5}{a} + \frac{a^2}{b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

