

扬州市 2024 届高三上学期期初考试模拟试题

数学学科

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | (x+1)(x-2) < 0\}$, $B = \{x | y = \sqrt{2-x}\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $[-1, 2)$ B. $[-1, 2]$ C. $(-\infty, 2)$ D. $(-\infty, 2]$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\sin A \geq \sin B$ ”是“ $\cos A \leq \cos B$ ”的 ()

- A. 既不充分也不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件 D. 充要条件

3. 重庆八中五四颁奖典礼上有 A, B, C, D, E, F 共 6 个节目, 在排演出顺序时, 要求 A, B 相邻, C, D 不相邻, 则该典礼节目演出顺序的不同排法种数为 ()

- A. 288 种 B. 144 种 C. 72 种 D. 36 种

4. 唐朝的狩猎景象浮雕银杯如图 1 所示, 其浮雕临摹了国画、漆绘和墓室壁画, 体现了古人的智慧与工艺. 它的盛酒部分可以近似地看作是半球与圆柱的组合体 (假设内壁表面光滑, 忽略杯壁厚度), 如图 2 所示. 已知球的半径为 R , 酒杯的容积 $\frac{11}{3}\pi R^3$, 则其内壁表面积为 ()



图1

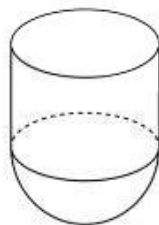


图2

- A. $12\pi R^2$ B. $10\pi R^2$ C. $8\pi R^2$ D. $6\pi R^2$

5. 已知 $a = \lg 2$, $3^b = 10$, 则 $\log_5 6 =$ ()

- A. $\frac{ab+1}{b-ab}$ B. $\frac{ab+1}{a-ab}$ C. $\frac{ab+a}{1-ab}$ D. $\frac{ab+b}{1-ab}$

6. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线与椭圆交于 M, N 两点, 若 $\triangle MNF_2$ 的周长为 16, 离心率 $e = \frac{1}{2}$, 则 $\triangle MNF_2$ 面积的最大值为 ()

- A. 12 B. $2\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$

7. 已知 $\sin \theta + \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = 1$, 则 $\sin\left(\theta + \frac{7\pi}{6}\right) =$ ().

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

8. 设函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$), 若 $f(x_1 x_2 \dots x_{2018}) = 4$, 则 $f(x_1^2) + f(x_2^2) + \dots + f(x_{2018}^2)$ 的值等于 ().

- A. 4 B. 8 C. 16 D. $2\log_4 8$

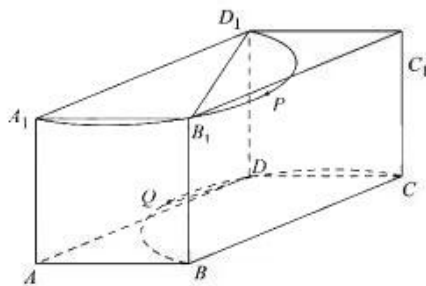
二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知复数 $z = 1 - 2i$, 则下列说法正确的是 ().

- A. 复数 z 的实部是 1, 虚部是 2 B. 复数 z 的模为 $\sqrt{5}$
C. 复数 $z \cdot \bar{z} = 5i$ D. 复数 z 是方程 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 的一个根

10. 如图, 直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, $AB = AA_1 = \frac{1}{2}AD = 1$, 点 P 是经过点 B_1 的半圆弧 $\widehat{A_1D_1}$ 上的动点 (不包括端点), 点 Q 是经过点 D 的半圆弧 \widehat{BC} 上的动点 (不包括端点), 则下列说法正确的是 ().

- A. 四面体 $PBCQ$ 的体积是定值
B. $\overline{AD} \cdot \overline{A_1P}$ 的取值范围是 $(0, 4)$
C. 若 C_1Q 与平面 $ABCD$ 所成的角为 θ , 则 $\tan \theta > \frac{1}{2}$
D. 若三棱锥 $P - BCQ$ 的外接球表面积为 S , 则 $S \in [4\pi, 13\pi)$



11. 定义: 若存在非零常数 k, T , 使得函数 $f(x)$ 满足 $f(x+T) = f(x) + k$ 对定义域内的任意实数 x 恒成立, 则称函数 $f(x)$ 为“ k 距周期函数”, 其中 T 称为函数的“类周期”. 则 ().

- A. 一次函数均为“ k 距周期函数”
B. 存在某些二次函数为“ k 距周期函数”
C. 若“1 距周期函数” $f(x)$ 的“类周期”为 1, 且 $f(1) = 1$, 则 $f(x) = x$
D. 若 $g(x)$ 是周期为 2 函数, 且函数 $f(x) = x + g(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的值域为 $[0, 1]$, 则函数 $f(x) = x + g(x)$ 在区间 $[2n, 2n+2]$ 上的值域为 $[2n, 2n+1]$

12. 设 A, B 是一个随机试验中的两个事件, 且 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{3}{4}, P(A + \bar{B}) = \frac{1}{2}$, 则 ().

- A. $P(\overline{AB}) = \frac{1}{6}$ B. $P(B|A) = \frac{3}{4}$ C. $P(\bar{B}) = P(\bar{B}|A)$ D. $P(\overline{AB} + \overline{AB}) = \frac{7}{12}$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 某产品的年广告费用 x 与年销售额 y 的统计数据如下表

年广告费用 x (万元)	4	2	3	5
年销售额 y (万元)	49	m	39	54

经测算，年广告费用 x 与年销售额 y 满足线性回归方程 $\hat{y} = 9.4x + 9.1$ ，则 m 的值为_____。

14. 若 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1 + a_5 = 22, S_n = n(a_n - 2n + 2)$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是_____。

15. 方程 $3\sin x = 1 + \cos 2x$ 的解集为_____。

16. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c 。已知 $\frac{\sin C}{2\sin A - \sin C} = \frac{b^2 - a^2 - c^2}{c^2 - a^2 - b^2}$ ，则角 B 的度数为_____。

四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 已知函数 $f(x) = \frac{a + \ln x}{x}$ ，且 $f(x)$ 的图象在点 $(e, f(e))$ 处的切线与直线 $y = e^2x + e$ 垂直。

(1) 求 a 的值及 $f(x)$ 的极值；

(2) 是否存在区间 $(t, t + \frac{2}{3})$ ($t > 0$)，使得函数 $f(x)$ 在此区间上存在极值和零点？若存在，求实数 t 的取值范围；若不存在，请说明理由。

18. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $3S_n = 4a_n - 2$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设数列 $b_n = \log_2 a_n$ ，对任意 $m \in \mathbb{N}, m \geq 1$ ，将数列 $\{b_n\}$ 中落入区间 $(a_{m+1} - 1, a_{m+2} + 1]$ 内的项的个数记为 $\{c_m\}$ ，记数列 $\{c_m\}$ 的前 m 项和为 S_m ，求使得 $S_m > 2022$ 的最小整数 m 。

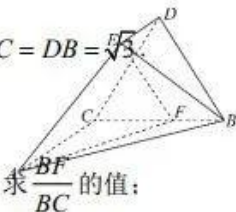
19. 在① $AE = 2$ ，② $AC \perp BD$ ，③ $\angle EAB = \angle EBA$ ，这三个条件中选择一个，补充在下面问题中，并给出解答

如图，在五面体 $ABCDE$ 中，已知_____， $AC \perp BC$ ， $ED \parallel AC$ ，且 $AC = BC = 2ED = 2$ ， $DC = DB = \sqrt{3}$ 。

(1) 求证：平面 $ABE \perp$ 与平面 ABC ；

(2) 线段 BC 上是否存在一点 F ，使得平面 AEF 与平面 ABE 夹角的余弦值等于 $\frac{5\sqrt{43}}{43}$ ，若存在，求 $\frac{BF}{BC}$ 的值；

若不存在，说明理由。



20. 政府举办“全民健身乒乓球比赛”，比赛规则为：每队4人，2男（男1号，男2号），2女（女1号，女2号），比赛时第一局两队男1号进行单打比赛，第二局两队女1号进行单打比赛，第三局两队各派一名男女运动员参加混双比赛，第四局两队男2号进行单打比赛，第五局两队女2号进行单打比赛，五局三胜，先胜3局的队获胜，比赛结束.某队中的男甲和男乙两名男队员，在比赛时，甲单打获胜的概率为 $\frac{2}{3}$ ，乙单打获胜的概率为 $\frac{3}{5}$ ，若甲排1号，男女混双获胜的概率为 $\frac{2}{3}$ ；若乙排1号，男女混双获胜的概率为 $\frac{4}{5}$ （每局比赛相互之间不受影响）

(1)记 X 表示男甲排1号时，该队第一局和男女混双两局比赛获胜局数，求 X 的分布列；

(2)若要该队第一局和男女混双这两局比赛获胜局数的数学期望大，甲、乙两人谁排1号？加以说明.

21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的上顶点为 M 、右顶点为 N . $\triangle OMN$ (点 O 为坐标原点)的面积为1，直线 $y = x$ 被椭圆 C 所截得的线段长度为 $\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

(1) 椭圆 C 的标准方程；

(2) 试判断椭圆 C 内是否存在圆 $O: x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ ，使得圆 O 的任意一条切线与椭圆 C 交于 A, B 两点时，满足 $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$ 为定值？若存在，求出圆 O 的方程；若不存在，请说明理由.

22. 已知函数 $f(x) = \ln(2x-1) - m(2x-1) + 1, m \in R$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 在 $(2, f(2))$ 处的切线与直线 $3x - y + 2 = 0$ 垂直，求函数 $f(x)$ 的极值；

(2) 若函数 $y = f(x)$ 的图象恒在直线 $y = 1$ 的下方.

①求 m 的取值范围；

②求证：对任意正整数 $n > 1$ ，都有 $\ln[(2n)!] < \frac{4n(n+1)}{5}$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖

全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

