高19级阶段学情调研数学试卷

2021.9

一、单选题

1. 设集合 $A=\{x|-2<x<4\}$，$B=\{2,3,4,5\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{2\}$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{3,4\}$　　D. $\{2,3,4\}$

2. 若 $(z-1)(1-i)=2$，则 $z=$（　　）

A. $-1+2i$　　B. $-1-2i$　　C. $1-2i$　　D. $1+2i$

3. 函数 $f(x)=2^x-\frac{1}{x}$ 的零点所在的区间是(　　)

A. $\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$　B. $\left(\frac{1}{2},\ 1\right)$　C. $\left(1,\ \frac{3}{2}\right)$　D. $\left(\frac{3}{2},\ 2\right)$

4. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程为 $x+3y=0$，则该双曲线的离心率是（　　）

A. $\frac{\sqrt{10}}{3}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$　　D. $\sqrt{5}$

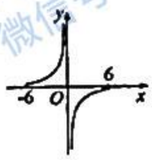
5. $(1-x+2x^2)(1+x)^4$ 的展开式中含 x^3 的项的系数为（　　）

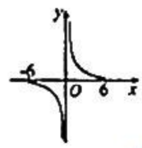
A. -8　　B. -6　　C. 8　　D. 6

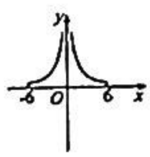
6. 已知函数 $f(x)=e^x\ln x-e^x+a\ln x$ 的图象在点 $T(1,f(1))$ 处的切线经过坐标原点，则 $a=$（　　）

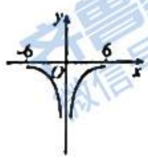
A. $-e$　　B. e　　C. $-e-e^{-1}$　　D. e^{-1}

7. 函数 $f(x)=\frac{2}{2^x-2^{-x}}(0<|x|\le 6)$ 的图象大致形状为

A. 

B. 

C. 

D. 

8. 若 $\tan\theta=-2$，则 $\frac{\sin\theta(1+\sin2\theta)}{\sin\theta+\cos\theta}=$（　　）

A. $-\frac{6}{5}$　　B. $-\frac{2}{5}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{6}{5}$

二、多选题

9．有一组样本数据 x_1，x_2，…，x_n，由这组数据得到新样本数据 y_1，y_2，…，y_n，其中 $y_i=x_i+c\,(i=1,2,\cdots,n)$，$c$ 为非零常数，则（　　）

A．两组样本数据的样本平均数相同 B．两组样本数据的样本中位数相同

C．两组样本数据的样本标准差相同 D．两组样数据的样本极差相同

10．已知 O 为坐标原点，点 $P_1(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$P_2(\cos\beta,-\sin\beta)$，$P_3(\cos(\alpha+\beta),\sin(\alpha+\beta))$，$A(1,0)$，则（　　）

A．$|\overrightarrow{OP_1}|=|\overrightarrow{OP_2}|$　　B．$|\overrightarrow{AP_1}|=|\overrightarrow{AP_2}|$

C．$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP_3}=\overrightarrow{OP_1}\cdot\overrightarrow{OP_2}$　　D．$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP_1}=\overrightarrow{OP_2}\cdot\overrightarrow{OP_3}$

11．下列说法正确的有（　　）

A．方程 $x^2+xy=x$ 表示两条直线 B．椭圆 $\dfrac{x^2}{10-m}+\dfrac{y^2}{m-2}=1$ 的焦距为 4，则 $m=4$

C．曲线 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=xy$ 关于坐标原点对称 D．椭圆 C：$\dfrac{y^2}{5}+x^2=1$ 的焦距是 2

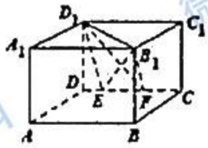
12．如图，设 E，F 分别是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 DC 上两点，且 $AB=2$，$EF=1$，其中正确的命题为（　　）

A．三棱锥 D_1-B_1EF 的体积为定值

B．异面直线 D_1B_1 与 EF 所成角为 $60°$

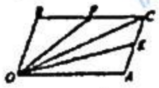
C．$D_1B_1\perp$ 平面 B_1EF

D．直线 D_1B_1 与平面 B_1EF 所成的角为 $30°$



二、填空题

13．如图，在平行四边形 OACB 中，E，F 分别为 AC 和 BC 上的点，且 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{BF}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$，若 $\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OE}+n\overrightarrow{OF}$，其中 $m,n\in\mathbf{R}$，则 $m+n$ 的值为________.



14．设函数 $f(x)=\sin 2x+2\cos^2 x$，若对于任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)\le m$ 成立，则实数 m 的最小值为____.

15．已知函数 $f(x)=x^3(a\cdot 2^x-2^{-x})$ 是偶函数，则 $a=$______.

16．锐角三角形 ABC 中，若 $\angle C=2\angle B$，则 $\dfrac{AB}{AC}$ 的范围是：

20．某学校组织"一带一路"知识竞赛，有A，B两类问题，每位参加比赛的同学先在两类问题中选择一类并从中随机抽取一个问题回答，若回答错误则该同学比赛结束；若回答正确则从另一类问题中再随机抽取一个问题回答，无论回答正确与否，该同学比赛结束．A类问题中的每个问题回答正确得20分，否则得0分；B类问题中的每个问题回答正确得80分，否则得0分，已知小明能正确回答A类问题的概率为0.8，能正确回答B类问题的概率为0.6，且能正确回答问题的概率与回答次序无关．

（1）若小明先回答A类问题，记X为小明的累计得分，求X的分布列；

（2）为使累计得分的期望最大，小明应选择先回答哪类问题？并说明理由．

21．已知椭圆Γ：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，直线$l$：$y=kx+b$与椭圆$\Gamma$仅有一个公共点．

（1）求k，b满足的关系式；

（2）若直线l与x，y轴分别交于A，B两点，O是坐标原点，求$\triangle AOB$面积的最小值．

22.已知函数$f(x)=\frac{e^{2x-1}}{x^2}$．

(1)求曲线$y=f(x)$过点$(1,0)$的切线方程；

(2)讨论函数$g(x)=f(x)-m$的零点个数．

高 19 级阶段学情调研数学试卷参考答案

1．B2．D3．B4．A5．D6．A7．B8．C

9．CD10．AC11．AC　12．AD

13．$\frac{4}{3}$14．$\sqrt{2}+1$15．1　16．$\cancel{\sqrt{2-2\cos B}=\sqrt{3}}$．$(\sqrt{2},\sqrt{3})$

17．【详解】(1) 设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，因为$S_6-S_3=48$，

所以$a_4+a_5+a_6=48$，所以$3a_5=48$，解得$a_5=16$……………………………2

所以$d=\frac{a_5-a_2}{3}=\frac{16-7}{3}=3$……………………………4

所以$a_n=a_2+(n-2)\times d=7+(n-2)\times 3=3n+1$……………………………5

(2) $b_n=a_{2^n}+a_n=3\cdot 2^n+1+3n+1=3\cdot 2^n+3n+2$……………………………7

所以$T_n=3\left(2+2^2+\cdots+2^n\right)+\frac{n(5+3n+2)}{2}=3\times\frac{2\times\left(1-2^n\right)}{1-2}+\frac{3n^2+7n}{2}$

$=3\left(2^{n+1}-2\right)+\frac{3n^2+7n}{2}=3\cdot 2^{n+1}-6+\frac{3n^2+7n}{2}$……………………………10

18．【详解】

(1) 由题意，底面$ABCD$是正方形，$\therefore CD\perp AD$．

$\because SA\perp$底面$ABCD$，$CD\subset$平面$ABCD$，$\therefore CD\perp SA$．

$\because AD\cap SA=A$，$\therefore CD\perp$平面SAD……………………………2

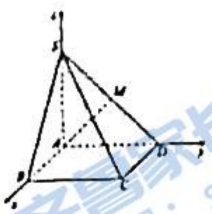
$\because AM\subset$平面SAD，$\therefore AM\perp CD$……………………………3

又$SA=AD=1$，点M是SD的中点，$\therefore AM\perp SD$，……………………………4

$\because SD\cap CD=D$，$\therefore AM\perp$平面SCD．

$\because SC\subset$平面SCD，$\therefore SC\perp AM$；……………………………6

(2) 由题知AB、AD、AS两两垂直，以AB、AD、AS为x、y、z轴建立空间直角坐标系$A-xyz$．



……………………………7

20.【详解】

（1）由题可知，X 的所有可能取值为0，20，100．……………………………………1

$P(X=0)=1-0.8=0.2$；$P(X=20)=0.8(1-0.6)=0.32$；

$P(X=100)=0.8\times0.6=0.48$．……………………………………………………………4

所以 X 的分布列为

X	0	20	100
P	0.2	0.32	0.48

……………………………………………5

（2）由（1）知，$E(X)=0\times0.2+20\times0.32+100\times0.48=54.4$．……………………………6

若小明先回答 B 问题，记 Y 为小明的累计得分，则 Y 的所有可能取值为0，80，100．….7

$P(Y=0)=1-0.6=0.4$；$P(Y=80)=0.6(1-0.8)=0.12$；

$P(X=100)=0.8\times0.6=0.48$．……………………………………………………………10

所以 $E(Y)=0\times0.4+80\times0.12+100\times0.48=57.6$．……………………………………………11

因为 $54.4<57.6$，所以小明应选择先回答 B 类问题．……………………………………12

21.【详解】

（1）将椭圆与直线联立：$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\\ y=kx+b\end{cases}$，可得 $(3+4k^2)x^2+8kbx+4b^2-12=0$，….2

因为直线与椭圆只有一个公共点，

所以 $\Delta=(8kb)^2-4(3+4k^2)(4b^2-12)=0$，……………………………………………3

解得 $4k^2-b^2+3=0$……………………………………………………………………………5

（2）由题意得：k 存在且 $k\neq0$，所以点 $A\left(-\dfrac{b}{k},0\right)$，$B(0,b)$，

所以 $\triangle AOB$ 面积 $S=\dfrac{1}{2}\times\left|-\dfrac{b}{k}\right|\times|b|=\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{b^2}{k}\right|=\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{4k^2+3}{k}\right|=\dfrac{1}{2}\left|4k+\dfrac{3}{k}\right|$，……………………7

法一：$S=\frac{1}{2}\left(4|k|+\frac{3}{|k|}\right)\geq2\sqrt{3}$

当且仅当 $4|k|=\frac{3}{|k|}$ 即 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ 时取"=" ……………11

∴ $\triangle AOB$ 面积的最小值为 $2\sqrt{3}$．……………12

法二：

当$k>0$时，$S=\frac{1}{2}\left(4k+\frac{3}{k}\right)\geq\frac{1}{2}\times2\sqrt{4k\cdot\frac{3}{k}}=2\sqrt{3}$，

当且仅当$4k=\frac{3}{k}$时，即$k=\frac{\sqrt{3}}{2}$时等号成立，即面积最小值为$2\sqrt{3}$……9

当$k<0$时，$S=\frac{1}{2}\left[(-4k)+\left(-\frac{3}{k}\right)\right]\geq\frac{1}{2}\times2\sqrt{(-4k)\cdot\left(-\frac{3}{k}\right)}=2\sqrt{3}$，

当且仅当$-4k=-\frac{3}{k}$时，即$k=-\frac{\sqrt{3}}{2}$时等号成立，即面积最小值为$2\sqrt{3}$……11

综上：$\triangle AOB$面积的最小值为$2\sqrt{3}$……12

22.【详解】(1)定义域为$\{x|x\neq0\}$，$f'(x)=\frac{2e^{2x-1}x^2-2xe^{2x-1}}{x^4}=\frac{2e^{2x-1}(x-1)}{x^3}$，..1

设切点为(x_0,y_0)，斜率为k，

则$\begin{cases}k=\frac{2e^{2x_0-1}(x_0-1)}{x_0^3}\\ y_0=\frac{e^{2x_0-1}}{x_0^2}\\ y_0-0=k(x_0-1)\end{cases}$，……3　　解得$\begin{cases}x_0=2\\ k=\frac{e^3}{4}\end{cases}$或$\begin{cases}x_0=\frac{1}{2}\\ k=-8\end{cases}$，……5

所以，切线方程为$y-0=\frac{e^3}{4}(x-1)$或$y-0=-8(x-1)$，

即$e^3x-4y-e^3=0$或$8x+y-8=0$……6

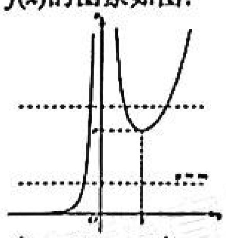
(2)$g(x)=f(x)-m=0\Leftrightarrow f(x)=m$，函数$y=f(x)$的图象与直线$y=m$公共点个数即为$g(x)$的零点个数，

由(1)知$f'(x)=\frac{2e^{2x-1}(x-1)}{x^3}$，则$x<0$或$x>1$时，$f'(x)>0$，$0<x<1$时，$f'(x)<0$，

所以$f(x)$在$(-\infty,0)$、$(1,+\infty)$上都是单调递增的，在$(0,1)$上单调递减，……8

在$x=1$处取得极小值$f(1)=e$，且$x<0$时$f(x)>0$，……10

$f(x)$的图象如图：



当m≤0　时，　g(x)无零点

当$0<m<e$时，　g(x)有一个零点

当m=e　时，　g(x)有两个零点

当m>e　时，　g(x)有三个零点……12

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。

微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索