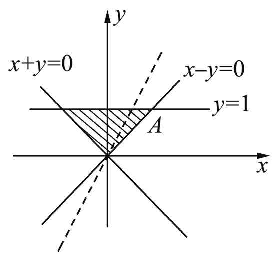
2023届高三二轮复习联考(三)　全国卷

文科数学参考答案及评分意见

1.B 【解析】$z=\frac{2-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(2-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{2}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\mathrm{i}$,所以$\bar{z}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$.故选B.

2.A 【解析】$A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 5\}$,$B=\{y|y>0\}$,所以$A\cap B=(0,5]$.故选A.

3.D 【解析】可行域如图所示,当直线$y=2x-z$过点$A(1,1)$时,z取得最大值1.故选D.



4.B 【解析】设$f(x)=\frac{1}{x}-\ln x-1$,定义域为$(0,+\infty)$,易知$f(x)$是单调递减函数,又$f(1)=0$,所以当$f(x)\geqslant 0$时,$x\in(0,1]$,所以不等式的解集为$(0,1]$.故选B.

5.D 【解析】对于A,在一个2×2列联表中,由计算得K^2的值,K^2的值越大,两个变量有关的把握越大,故A错误;对于B,将数据从小到大排列:1,2,3,4,5,6,8,8,中位数为$\frac{4+5}{2}=4.5$,故B错误;对于C,将一组数据中的每个数据都加上同一个正数后,方差不变,C错误;对于D,具有线性相关关系的两个变量x,y的相关系数为r,则$|r|$越接近于1,x和y之间的线性相关程度越强,故D正确.故选D.

6.C 【解析】$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA})\cdot(-\overrightarrow{CA})=-\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}^2=-a^2\times\cos C+a^2=a^2(1-\cos C)=8$,由余弦定理知:$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=2a^2(1-\cos C)=16$,所以$c=4$.故选C.

7.C 【解析】易知圆心$C(2,2)$关于直线$x+y=0$的对称点为$C'(-2,-2)$,设反射光线所在的直线斜率为k,则反射光线所在的直线方程为$kx-y+2k-2=0$,所以$\frac{|4k-4|}{\sqrt{1+k^2}}=2\sqrt{2}$,整理得$k^2-4k+1=0$,解得$k=2+\sqrt{3}$或$k=2-\sqrt{3}$.故选C.

8.C 【解析】由$\sin(\alpha+\beta)+2\cos(\alpha-\beta)=0$得$\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}=-2$,即$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=-2$,由$\sin\alpha\sin\beta+2\cos\alpha\cos\beta=0$得$\tan\alpha\tan\beta=-2$,所以$\tan\alpha+\tan\beta=2$,故$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{2}{3}$.故选C.

9.B 【解析】由题,当$0\leqslant a<1$时,输出的$b\in\left(\frac{1}{2},1\right]$;当$1\leqslant a<2$时,输出的$b\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$;当$2\leqslant a<4$时,输出的$b\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$;当$4\leqslant a<16$时,输出的$b\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$;综上,当$1\leqslant a<16$时,输出的$b\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$.所以输出的$b\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$的概率$P=\frac{15}{16}$.故选B.

10.B 【解析】由题$10^{2a}+b=2.8$,$10^{4a}+b=2.64$,得$10^{4a}-10^{2a}+0.16=0$,解得$10^{2a}=0.2$或$10^{2a}=0.8$,当$10^{2a}=0.2$时,$b=2.6$,不合题意舍去,当$10^{2a}=0.8$时,$b=2$,所以$y=10^{ax}+2$,当$x=1$时,$y=10^a+2=\sqrt{0.8}+2=2+\frac{2\sqrt{5}}{5}\approx 2.894$,所以在上市第1个月时,该款电子产品的售价约为2.894万元.故选B.

11.D 【解析】解法一:设点C到平面PAB的距离为h,则$V_{P-ABC}=V_{C-PAB}=\frac{1}{3}S_{\triangle PAB}\cdot h=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\cdot h=\frac{1}{6}h$,显然,当$AC\perp$平面$PAB$时,$h_{\max}=AC=1$,此时三棱锥$P-ABC$体积的最大值为$\frac{1}{6}$.故选D.

解法二:因为平面$PAC\perp$平面ABC,$AB\perp AC$,所以$AB\perp$平面PAC,故$AB\perp PA$,设$PA=x\left(\frac{1}{3}<x<1\right)$,则$\frac{1}{2}PA\cdot AB=\frac{1}{2}$,得$AB=\frac{1}{x}$,设$\angle PAC=\theta$.在$\triangle PAC$中,$\cos\theta=\frac{x^2+1-4x^2}{2\times 1\times x}=\frac{1-3x^2}{2x}$,所以$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\frac{1}{2x}\sqrt{-9x^4+10x^2-1}$,所以$S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}x\times\frac{1}{2x}\sqrt{-9x^4+10x^2-1}=\frac{1}{4}\sqrt{-9x^4+10x^2-1}$,$V_{P-ABC}=V_{B-PAC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{x}\times\frac{1}{4}\sqrt{-9x^4+10x^2-1}=\frac{1}{12}$

$\sqrt{10-\left(9x^2+\frac{1}{x^2}\right)}\leqslant\frac{1}{12}\sqrt{10-2\sqrt{9x^2\times\frac{1}{x^2}}}=\frac{1}{6}$，当且仅当 $9x^2=\frac{1}{x^2}$，即 $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时等号成立，所以三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值为 $\frac{1}{6}$.故选 D.

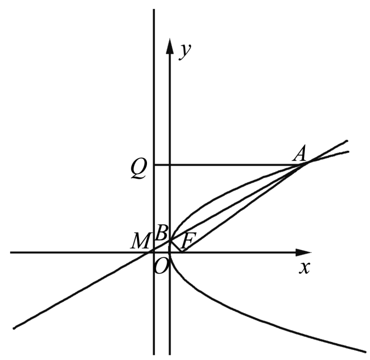
12.D 【解析】$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$，因为 $f(0)=\frac{1}{2}$，$f'(0)<0$，所以 $\varphi=2k\pi+\frac{5\pi}{6}$，$k\in\mathbf{Z}$，又 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\frac{5\pi}{6}$，$f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{5\pi}{6}\right)$，当 $x\in[0,\pi]$ 时，$\omega x+\frac{5\pi}{6}\in\left[\frac{5\pi}{6},\omega\pi+\frac{5\pi}{6}\right]$，$f(x)\in\left[-1,\frac{1}{2}\right]$，则 $\frac{3\pi}{2}\leqslant\omega\pi+\frac{5\pi}{6}\leqslant\frac{13\pi}{6}$，解得 $\frac{2}{3}\leqslant\omega\leqslant\frac{4}{3}$.故选 D.

13.$\frac{2\pi}{3}$ 【解析】$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=3$，即 $\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3$，又 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为单位向量，所以 $1+1-2\times1\times1\times\cos\theta=3$，所以 $\cos\theta=-\frac{1}{2}$，因为 $0\leqslant\theta\leqslant\pi$，所以 $\theta=\frac{2\pi}{3}$.

14.3π 【解析】设该圆锥的底面半径为 r，母线长为 l，则 $2\pi r=\pi l$，得 $l=2r$，所以该圆锥的轴截面为正三角形，又圆锥的内切球半径为 1，所以轴截面正三角形的内切圆半径为 1，故 $\frac{1}{2}\times2r\times2r\times\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}\times6r\times1$，解得 $r=\sqrt{3}$，所以圆锥的高 $h=\sqrt{l^2-r^2}=3$，故该圆锥的体积 $V=\frac{1}{3}\pi\times(\sqrt{3})^2\times3=3\pi$.

15.$2x-y+2\ln 2-1=0$ 【解析】由题 $f(x)$ 为奇函数，令 $x<0$，则 $-x>0$，所以 $f(-x)=\mathrm{e}^{-x}-1=-f(x)$，所以，当 $x<0$ 时，$f(x)=1-\mathrm{e}^{-x}$，此时 $f'(x)=\mathrm{e}^{-x}$，因为 $\ln\frac{1}{2}<0$，所以 $f'\left(\ln\frac{1}{2}\right)=\mathrm{e}^{-\ln\frac{1}{2}}=2$，又 $f\left(\ln\frac{1}{2}\right)=-1$，所以 $f(x)$ 在 $x=\ln\frac{1}{2}$ 处的切线方程为 $y+1=2\left(x-\ln\frac{1}{2}\right)$，化简得 $2x-y+2\ln 2-1=0$.

16.0 【解析】易知 M 为抛物线的准线与 x 轴的交点，如图，过点 A 作准线的垂线，垂足为 Q，$\sin\alpha=\sin\angle AMF=\sin\angle MAQ=\frac{5}{13}$，故 $\cos\angle MAQ=\frac{12}{13}=\frac{|AQ|}{|AM|}$，由抛物线的性质可得 $|AQ|=|AF|$，所以 $\frac{|AF|}{|AM|}=\frac{12}{13}$，在 $\triangle AFM$ 中，由正弦定理可得：$\frac{|AM|}{\sin\angle AFM}=\frac{|AF|}{\sin\angle AMF}$，所以 $\sin\angle AFM=\frac{|AM|}{|AF|}\cdot\sin\angle AMF=\frac{13}{12}\cdot\frac{5}{13}=\frac{5}{12}$，同理可得 $\sin\angle BFM=\frac{5}{12}$，故 $\angle AFM+\angle BFM=\pi$，所以 $k_1+k_2=0$.



17. 【解析】(1)由题中统计表得 $\bar{x}=\frac{1}{5}(1+2+3+4+5)=3$，

$\bar{y}=\frac{1}{5}(38+32+30+27+23)=30$， ………………………………………………………… 1 分

$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=-35$，

$\sqrt{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2}=6\sqrt{35}$，………………………………………………… 3 分

则 $r=\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{-35}{6\sqrt{35}}=-\frac{\sqrt{35}}{6}\approx-0.987$，………………………………… 4 分

因为 $|r|>0.9$，所以比重 y 与年份 x 的相关性较强. ……………………………………………… 5 分

(2) 由(1)得 $\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=-35$；又 $\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=10$，

所以 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{-35}{10}=-3.5$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=40.5$， ……………………………… 8 分

故 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=-3.5x+40.5$. ……………………………………………… 9 分

(3) 由题意得 2023 年对应的年份代码 $x=7$， ………………………………………………………… 10 分

代入 $\hat{y}=-3.5x+40.5$，得 $\hat{y}=-3.5\times7+40.5=16$，

所以预测 2023 年该家庭食品支出占总消费的比重为 16%. ………………………………………………………… 12 分

18.(1)**解**：解法一：由题，$a_1+a_2=1$，①$2a_2=\left(1+\frac{1}{1}\right)a_1$，即 $a_1=a_2$，②

由①②得 $a_1=a_2=\frac{1}{2}$，

由 $2a_{n+1}=\left(1+\frac{1}{n}\right)a_n$ 得$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}\times\frac{n+1}{n}$，………………………………………………………………………… 2 分

所以 $a_n=a_1\times\frac{a_2}{a_1}\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_4}{a_3}\times\cdots\times\frac{a_n}{a_{n-1}}=\left(\frac{1}{2}\right)^n\times1\times\frac{2}{1}\times\frac{3}{2}\times\cdots\frac{n}{n-1}=\frac{n}{2^n}$， ………………………………………… 4 分

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{n}{2^n}$. ………………………………………………………………………………………… 6 分

解法二：(1)由题，$a_1+a_2=1$①，$2a_2=\left(1+\frac{1}{a}\right)a_1$，即 $a_1=a_2$②，

由①②得 $a_1=a_2=\frac{1}{2}$，……………………………………………………………………………………………………… 2 分

由 $a_{n+1}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{n}\right)a_n=\frac{1}{2}\left(\frac{n+1}{n}\right)a_n$，

得$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a_n}{n}$，……………………………………………………………………………………………………… 4 分

所以数列$\left(\frac{a_n}{n}\right)$是以$\frac{1}{2}$为首项，$\frac{1}{2}$为公比的等比数列，$\frac{a_n}{n}=\frac{1}{2^n}$，

所以数列的通项公式为 $a_n=\frac{n}{2^n}$. ………………………………………………………………………………………………… 6 分

(2)**证明**：由(1)知 $S_n=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{2^2}+3\times\frac{1}{2^3}+\cdots+n\times\frac{1}{2^n}$，

所以$\frac{1}{2}S_n=1\times\frac{1}{2^2}+2\times\frac{1}{2^3}+3\times\frac{1}{2^4}+\cdots+n\times\frac{1}{2^{n+1}}$， ……………………………………………………………… 8 分

两式作差得：$\frac{1}{2}S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^n}-\frac{n}{2^{n+1}}=\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}}-\frac{n}{2^{n+1}}=1-\frac{n+2}{2^{n+1}}$，

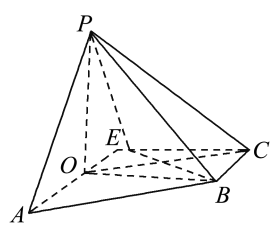
所以 $S_n=2-\frac{n+2}{2^n}$， ……………………………………………………………………………………………………… 10 分

因为 $n\in\mathbf{N}^*$，所以$\frac{n+2}{2^n}>0$，

所以 $S_n<2$. …… 12 分

19.(1)**证明**：因为 $CE\perp AD$，所以 $CE\perp AE$，$CE\perp PE$，又 $PE\cap AE=E$，PE、$AE\subset$平面 PAE，

所以 $CE\perp$平面 PAE，$CE\subset$平面 $ABCE$，所以平面 $ABCE\perp$平面 PAE. ……………………………… 1 分



在梯形 $ABCD$ 中，$DE=\sqrt{CD^2-CE^2}=2$，所以 $AE=2$，

所以在四棱锥 $P-ABCE$ 中，$PE=AE=2$.

因为$\angle PEA=\frac{\pi}{3}$，所以$\triangle PAE$ 为正三角形.

取 AE 中点 O，连接 PO，OB，OC，易得 $PO\perp AE$，$OB\perp AE$，

由面面垂直的性质可得 $PO\perp$平面 $ABCE$，

所以 $PO\perp BE$. ……… 3 分

又 $BC=CE=OE=1$，$CE\perp AE$，$CE\perp BC$，所以四边形 $OBCE$ 为正方形，所以 $BE\perp OC$，

又 $OC\cap PO=O$，OC、$PO\subset$平面 POC，

所以 $BE\perp$平面 POC，…… 4 分

因为 $PC\subset$平面 POC，

所以 $BE\perp PC$. …………………………………………………………………………………………………… 5 分

(2)**解**:由(1)知 $PO\perp$ 平面 $ABCE$,$\triangle PAE$ 为正三角形,且 $AE=2$,故 $PO=\sqrt{3}$.

又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\times CE=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$,

所以 $V_{P-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\times PO=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}$. …………………………………………………………… 7 分

易知 $PA=2,AB=\sqrt{2},PB=\sqrt{PO^2+BO^2}=2$,

由余弦定理得:$\cos\angle APB=\frac{3}{4}$,所以 $\sin\angle APB=\frac{\sqrt{7}}{4}$,

所以 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}PA\cdot PB\sin\angle APB=\frac{\sqrt{7}}{2}$, …………………………………………………………………… 9 分

设点 C 到平面 PAB 的距离为 d,

则 $V_{C-PAB}=V_{P-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle PAB}\times d=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{7}}{2}d=\frac{\sqrt{3}}{6}$, ……………………………………………………… 11 分

解得 $d=\frac{\sqrt{21}}{7}$,

所以点 C 到平面 PAB 的距离为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$. …………………………………………………………………………………… 12 分

20.**解**:(1)$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,当 $a=1$ 时,$f(x)=x^2-2\ln x-b$,

$f'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2(x^2-1)}{x}$,当 $0<x<1$ 时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减,

当 $x>1$ 时,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增, ……………………………………………………………………………… 2 分

所以 $f(x)$在 $x=1$ 处取得极小值 $f(1)=1-b$,这个极小值即为最小值,

所以 $1-b=2$,解得 $b=-1$,

故实数 b 的值为-1. …………………………………………………………………………………………………… 4 分

(2)$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$,$f'(x)=2x-\frac{2a}{x}=\frac{2(x^2-a)}{x}$,

显然 $a\leqslant0$ 不合题意,

$a>0$ 时,令 $f'(x)=0$,得 $x=\sqrt{a}>0$ 或 $x=-\sqrt{a}<0$(舍),

所以 $f(x)$在$(0,\sqrt{a})$上单调递减,在$(\sqrt{a},+\infty)$上单调递增,

所以 $f(x)\geqslant f(\sqrt{a})=a-a\ln a-a^2b$, …………………………………………………………………………… 6 分

若 $f(x)$恰有一个零点,则 $a-a\ln a-a^2b=0$,即方程 $b=\frac{1}{a}-\frac{\ln a}{a}$有解, ………………………………………… 8 分

设 $g(a)=\frac{1}{a}-\frac{\ln a}{a}(a>0)$,$g'(a)=\frac{-2+\ln a}{a^2}$,

当 $0<a<e^2$ 时,$g'(a)<0$,$g(a)$单调递减;当 $a>e^2$ 时,$g'(a)>0$,$g(a)$单调递增.

所以 $g(a)$在 $a=e^2$ 处取得极小值 $g(e^2)=-\frac{1}{e^2}$,这个极小值即为最小值, …………………………………… 10 分

又 $g(e)=0$,$g(e^3)=-\frac{2}{e^3}$,

所以实数 b 的取值范围为$\left[-\frac{1}{e^2},0\right]$. …………………………………………………………………………… 12 分

21.**解**:(1)设椭圆的焦距为 $2c(c>0)$,则$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$,①

将 $x=-c$ 代入椭圆方程得:$\frac{c^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$,解得 $y=\pm\frac{b^2}{a}$,所以$\frac{2b^2}{a}=3$,② ……………………………… 2 分

又 $a^2=b^2+c^2$,③

综合①②③解得:$a=2,b=\sqrt{3},c=1$,

所以椭圆 M 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. ………… 4 分

(2)存在. ………… 5 分

设 $P(m,0)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线 l：$x=ny-1$，

联立方程：$\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\\ x=ny-1,\end{cases}$ 得 $(3n^2+4)y^2-6ny-9=0$，

所以 $y_1+y_2=\frac{6n}{3n^2+4}$，$y_1y_2=\frac{-9}{3n^2+4}$， ………… 7 分

$\overrightarrow{PA}=(x_1-m,y_1)$，$\overrightarrow{PB}=(x_2-m,y_2)$，

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(x_1-m)(x_2-m)+y_1y_2=x_1x_2-m(x_1+x_2)+m^2+y_1y_2$

$=(ny_1-1)(ny_2-1)-m(ny_1+ny_2-2)+m^2+y_1y_2$

$=(n^2+1)y_1y_2-(mn+n)(y_1+y_2)+m^2+2m+1$ ………… 9 分

$=\frac{-9(n^2+1)}{3n^2+4}-\frac{6n(mn+n)}{3n^2+4}+m^2+2m+1=\frac{3m^2n^2+4m^2-12n^2+8m-5}{3n^2+4}$

$=\frac{m^2(3n^2+4)-4(3n^2+4)+8m+11}{3n^2+4}=m^2-4+\frac{8m+11}{3n^2+4}$， ………… 10 分

当 $8m+11=0$，即 $m=-\frac{11}{8}$ 时，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值 $-\frac{135}{64}$，

所以存在点 $P\left(-\frac{11}{8},0\right)$，使得 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 为定值. ………… 12 分

22.**解**：(1)由 $\rho^2+3\rho^2\sin^2\theta-4=0$ 得：$\rho^2\cos^2\theta+4\rho^2\sin^2\theta-4=0$， ………… 2 分

将 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 代入得：$x^2+4y^2=4$，

所以曲线 C_1 的直角坐标方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ………… 4 分

(2)将 $\begin{cases}x=2\sqrt{2}+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ 代入 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 得：$(\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha)t^2+4\sqrt{2}t\cos\alpha+4=0$，

$\Delta=32\cos^2\alpha-4\times4(\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha)=0$， ………… 7 分

整理得 $\cos^2\alpha-4\sin^2\alpha=0$，即 $(\cos\alpha-2\sin\alpha)(\cos\alpha+2\sin\alpha)=0$，

得 $\cos\alpha=2\sin\alpha$ 或 $\cos\alpha=-2\sin\alpha$， ………… 9 分

得 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$ 或 $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$，

所以直线 l 的斜率为 $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$. ………… 10 分

23.**解**：(1)当 $a<0$ 时，不等式的解集为 $\varnothing$，不合题意；

当 $a=0$ 时，不等式的解集为 $\{0\}$，不合题意； ………… 2 分

当 $a>0$ 时，$-a\leqslant 2x-a\leqslant a$，即 $0\leqslant x\leqslant a$，

因为不等式的解集为 $[0,4]$，所以 $a=4$. ………… 4 分

(2)由(1)知，$m+n=4$，设 $m+2n=p$，$2m+n=q$，

则 $p+q=3m+3n=12$， ………… 6 分

$\frac{1}{m+2n}+\frac{1}{2m+n}=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{12}\left(\frac{1}{p}+\frac{1}{q}\right)(p+q)$ ………… 8 分

$=\frac{1}{12}\left(2+\frac{q}{p}+\frac{p}{q}\right)\geqslant\frac{1}{12}(2+2\sqrt{\frac{q}{p}\times\frac{p}{q}})=\frac{1}{3}$，

当且仅当 $p=q$ 即 $m=n=2$ 时，等号成立，

所以 $\frac{1}{m+2n}+\frac{1}{2m+n}$ 的最小值为 $\frac{1}{3}$. ………… 10 分