

机密★启用前

华大新高考联盟 2019 届高三 1 月教学质量测评

文科数学

命题：华中师范大学考试研究院

成绩查询网址：huada.onlyets.com 微信公众号成绩查询关注：[ccnu-testing](https://www.zizzs.com)

本试题卷共 4 页，23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后，请将答题卡上交。

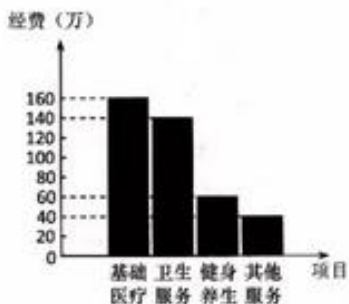
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是满足题目要求的。

1. 若集合 $A = \{-1, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{N} \mid -6 < x - 5 < 0\}$, 则 $A \cup B =$
 - A. $\{1, 2, 3\}$
 - B. $\{-1, 1, 2, 3, 4\}$
 - C. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
 - D. $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
2. 已知 $\frac{2-i}{i} = x + yi$, 其中 x, y 是实数, i 是虚数单位, 则 $x + yi$ 的虚部为
 - A. 2
 - B. $2i$
 - C. $-2i$
 - D. -2
3. 随着生活水平的提高, 入养老院的人数日益增加, 同时对养老院的服务要求也越来越高, 某养老院为适应竞争, 除了提高食宿质量外, 对于各项服务都实行了改善, 投入经费由原来的 200 万增加到 400 万, 院长为分析改善前后的经费投入差异对收入效益的影响, 统计了其经费投入情况, 得到改善前的资金投入分布表:

服务项目	基础医疗	卫生服务	健身养生	其他服务
投入资金(比例)	50%	30%	15%	5%

改善后的经费分布条形图如图所示, 则下列结论正确的是

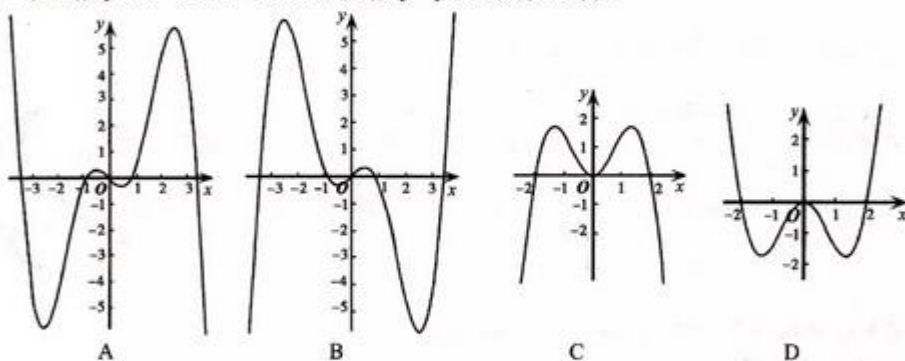
- A. 改善后的基础医疗经费投入变少了
- B. 改善后卫生服务经费提高了两倍
- C. 改善前后健身养生项目投入经费所占比例没有变化
- D. 改善前后其他服务投入经费所占比例降低了



4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是各项为正数的等比数列, 向量 $m=(a_5, 27)$, $n=(3, a_9)$, 且 $m \parallel n$, 则 $\log_3 a_7 =$
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右顶点为 A, 虚轴上顶点为 B, 直线 AB 的斜率为 $-\sqrt{3}$, 则双曲线的离心率为
 A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. 2
6. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著, 书中《商功》有如下问题: “今有委粟平地, 下周一十二丈, 高二丈. 问积及为粟几何?” 其意思为“有粟若干, 堆积在平地上, 它底圆周长为 12 丈, 高为 2 丈, 问它的体积和堆放的粟各为多少?” 如图, 主人意欲卖掉该堆粟, 已知圆周率约为 3, 一斛 = 2700 立方寸, 一斛粟米卖 270 钱, 一两银子 1000 钱, 则主人欲卖得银子(单位换算: 1 立方丈 = 10^4 立方寸)
 A. 800 两 B. 1200 两 C. 2400 两 D. 3200 两

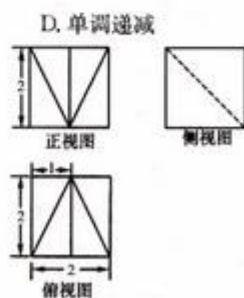


7. 已知函数 $f(x) = x^2 \sin x - x \cos x$, 则函数 $y = f(x)$ 的部分图象是



8. 已知函数 $f(x) = 2 \sin x \cos(x - \frac{\pi}{6}) - \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$, 将函数 $f(x)$ 图象上的所有点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则函数 $g(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{12}]$ 上

- A. 先增后减 B. 先减后增 C. 单调递增
 D. 单调递减
9. 某几何体是由正方体挖去部分几何体所得的, 其三视图如图所示, 以侧视图虚线为投影的直线与图中所涉及正方体下底面的面对角线所成的角为



- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$
 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$
10. 在等边 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8$, $\triangle ABC$ 所在平面上的动点 M 到顶点 A 的距离为 2, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值为
 A. 8 B. $4\sqrt{3}$ C. 4 D. $2\sqrt{3}$

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 2| + 1, & x > 0, \\ x^2 + 2x + 2, & x \leq 0, \end{cases}$ 若方程 $f(x) = kx + 2k$ 有四个不同的解, 则实数 k 的取值范围为
- A. $(-\infty, -2 - 2\sqrt{2}) \cup (\frac{1}{3}, 1)$ B. $(2\sqrt{2} - 2, 1)$
 C. $(\frac{1}{3}, 1)$ D. $(\frac{1}{3}, 2\sqrt{2} - 2)$
12. 抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点 F 与点 $N(\frac{8}{3}, 0)$ 的连线为直线 l_1 , 直线 l_1 与抛物线 C 在第一象限交于点 M . 若抛物线 C 在点 M 处的切线 l_2 垂直于直线 $y = -2x$, 则以点 N 为圆心且与直线 l_2 相切的圆的标准方程为
- A. $(x + \frac{8}{3})^2 + y^2 = \frac{5}{3}$ B. $(x - \frac{8}{3})^2 + y^2 = \frac{5}{9}$
 C. $(x + \frac{8}{3})^2 + y^2 = \frac{1}{3}$ D. $(x - \frac{8}{3})^2 + y^2 = \frac{1}{9}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $f(x) = \ln x + x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程为 _____.
14. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 4 \geq 0, \\ 2x - y - 4 \leq 0, \\ x - y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = (x - 4)^2 + (y - 2)^2$ 的最小值为 _____.
15. 如图是一枚某社团徽章的几何图形, 此图是由四个半径相等的小圆和与四个小圆都相切的一个大圆组成的, 且上下两个小圆对称相切, 左右两个小圆对称相切, 切点均为大圆圆心, 大圆的半径 R 等于小圆的直径 $2r$, 图中黑色部分的区域记为 I, 斜线阴影部分的区域记为 II, 白色部分的区域记为 III, 在大圆内随机取一点, 则此点落入区域 III 的概率为 _____.
16. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_{n-1} = 3S_n - 3S_{n-1} + S_{n-2} + 2 (n \geq 3)$, 且 $a_1 = 3, a_2 = 8, a_3 = 15$, 则 $a_n =$ _____.

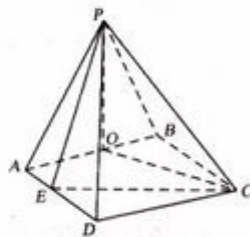


三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的面积为 $S, b = 4, a \cos B = \frac{2\sqrt{3}}{3} S$.
- (1) 若 a, b, c 成等差数列, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状;
 (2) 求 $a + c$ 的取值范围.

18. (12分) 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为矩形, 点 E 在 AD 上, 且 $AE = \frac{1}{3} AD, BC = 3, O$ 为 AB 的中点, $PA = PB, AB = \frac{2}{3} AD$.
- (1) 证明: $EC \perp PE$;
 (2) 求点 E 到平面 POC 的距离.



19. (12分) 2022年, 北京—张家口第24届冬季奥林匹克运动会(简称“北京—张家口冬奥会”), 将于2022年2月4日—20日在北京和张家口联合举行. 随着2022年冬奥氛围的日益浓厚, 冰雪运动与冰雪文化逐渐推广, 某滑雪培训机构为助力冬奥会开展了滑雪表演大赛, 该机构对50名参赛者

进行了统计,发现 20 名穿旅游服的参赛者有 12 名成绩优秀,30 名穿竞技服的参赛者有 28 名成绩优秀.

(1)完成下列参赛服装与竞赛成绩的 2×2 列联表,判断是否有 99.5% 的把握认为穿竞技服与成绩发挥优秀有关?

	穿旅游服	穿竞技服	合计
成绩优秀			
成绩不优秀			
合计			

(2)为活跃气氛,并把比赛推向高潮,培训机构从穿旅游服的参赛者中选定三名(其中恰有一名优秀赛者),从穿竞技服的参赛者中选定两名(其中恰有一名优秀赛者)进行特技表演,若只能两人同时上台表演,求这两人恰都不是优秀赛者的概率.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20. (12分)点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上一点, F_1, F_2 分别是椭圆的左、右焦点,已知 $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 $4(\sqrt{2} + 1)$, I 为 $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的圆心,且满足 $\sqrt{2} S_{\triangle PF_1F_2} = S_{\triangle IF_1F_2} + S_{\triangle IPF_2} + S_{\triangle IPF_1}$, 其中 $S_{\triangle IF_1F_2}, S_{\triangle IPF_2}, S_{\triangle IPF_1}$ 分别为 $\triangle IF_1F_2, \triangle IPF_2, \triangle IPF_1$ 的面积.

(1)求椭圆的标准方程;

(2)已知 $M(1, 0)$, 在椭圆上是否存在一点 Q , 使得点 M 在 $\angle F_1QF_2$ 的角平分线上, 若存在, 求出点 Q 的坐标, 若不存在, 请说明理由.

21. (12分)已知函数 $f(x) = (1-2a)\ln x + \frac{1-a}{x} + ax$, $g(x) = (a-1)(x - \ln x) - \frac{2a}{x}$.

(1)若 $a > 0$, 试讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)若存在 $x_0 \in [1, e]$, 使得 $f(x_0) < g(x_0)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

(二)选考题: 共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多选, 则按所做的第一题计分.

22. (10分)选修 4-4: 极坐标与参数方程

已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -4 + \sqrt{3}t \\ y = t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立

极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sqrt{3\cos^2\theta + 1} = 2$.

(1)求曲线 C 的直角坐标方程;

(2)求曲线 C 上的点到直线 l 的距离的取值范围.

23. (10分)选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+1| + a|3x-1|$.

(1)当 $a = \frac{1}{3}$ 时, 若存在 $x_0 \in \mathbf{R}$ 使 $f(x_0) < \frac{1}{3}(t^2 - 2t + 1)$ 成立, 求实数 t 的取值范围;

(2)若 $f(x) \geq a|3x-1| - |x-3| + ax - 2a + 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

自主招生在线创始于2014年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信扫一扫，快速关注