

绝密 ★ 启用前

2023 年普通高等学校招生全国统一考试·临门猜题卷(一)

数 学(理科)

本试题卷共 4 页。全卷满分 150 分,考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

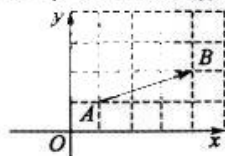
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \left\{ \cos x \mid -\frac{\pi}{6} < x \leq \frac{\pi}{3} \right\}$, 集合 $B = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 2 \right)$, 则 $A \cap B =$

- A. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$ B. $\left(\frac{1}{2}, 2 \right)$ C. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right)$ D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right]$

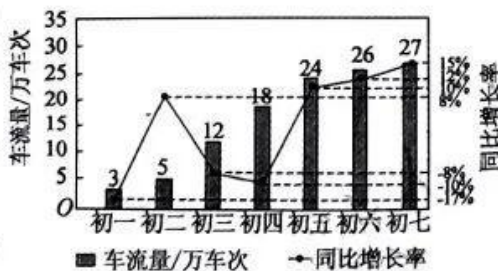
2. 若复数 z 在复平面内对应的向量是 \overrightarrow{AB} , 如图所示(图中每个小正方形的边长为 1), i 是虚数单位, 则 $\frac{z}{1-i} =$

- A. $1+2i$
B. $1+3i$
C. $3+i$
D. $2+i$



3. 2023 年春运期间,某地交通部门为了解出行情况,统计了该地 2023 年正月初一至正月初七的高速公路车流量(单位:万车次)及同比增长率(同比增长率 = $\frac{\text{今年同期车流量} - \text{去年同期车流量}}{\text{去年同期车流量}} \times 100\%$), 并绘制了如图所示的统计图, 则下列结论中错误的是

- A. 2023 年正月初一至正月初七的车流量的极差为 24
B. 2023 年正月初一至正月初七的车流量的中位数为 18
C. 2023 年正月初一至正月初七的车流量比 2022 年同期车流量多的有 4 天
D. 2022 年正月初四的车流量小于 20 万车次



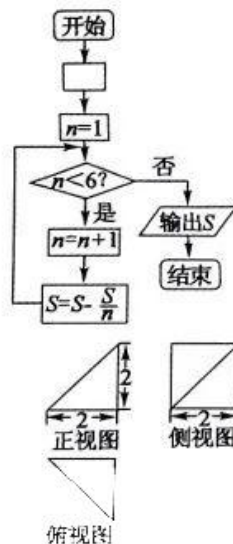
4. $\left(x - \frac{1}{y}\right)^8$ 的展开式中系数最大的项为

- A. 70 B. 56 C. $\frac{56x^3}{y^5}$ 或 $\frac{56x^5}{y^3}$ D. $\frac{70x^4}{y^4}$

【2023 高考临门猜题卷·数学卷(一) 第 1 页(共 4 页) QC

5. 已知命题 p : 若定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 则 $f(a) > f(b)$ 是 $a > b$ 的充分不必要条件; 命题 q : 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $A < B$, 则 $\sin A < \sin B$. 下列命题中为真命题的是
- A. $(\neg p) \wedge q$ B. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ C. $p \vee (\neg q)$ D. $p \wedge q$
6. 已知 $a = \log_3 10, b = \log_4 8, c = 4^{b - \frac{1}{2}}$, 则 a, b, c 的大小关系为 来源: 高三答案公众号
- A. $a > b > c$ B. $b > c > a$
C. $c > b > a$ D. $c > a > b$

7. 执行如图所示的程序框图, 若输出的 $S = 12$, 则空白框中应填
- A. $S = 60$
B. $S = 72$
C. $S = 84$
D. $S = 96$



8. 已知某四棱锥的三视图如图所示, 则该四棱锥的体积为
- A. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$
B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$
C. $\frac{8}{3}$
D. $\frac{16}{3}$

9. 已知角 α 为锐角, 角 $\alpha, 2\alpha, \alpha + \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 的始边均与 x 轴的非负半轴重合, 角 α 的终边经过点 $P(3, 4)$, 且角 α 的终边与角 2α 的终边关于角 $(\alpha + \theta)$ 的终边对称, 则 $\tan(\alpha + \theta)$ 的值为
- A. $\frac{11}{2}$ B. $-\frac{2}{11}$ C. $\frac{11}{2}$ 或 $-\frac{2}{11}$ D. -2 或 $\frac{1}{2}$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, b = 2c, 4\sin C + \cos B = 1$, 则 $\frac{\sin A}{\sin B} =$
- A. $\frac{2\sqrt{21}-3}{19}$ B. $\frac{2\sqrt{21}-3}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{13}-3}{10}$ D. $\frac{2\sqrt{13}+3}{5}$

11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{5}{3}$, 过双曲线右焦点 F 且与渐近线平行的直线交双曲线于点 P , 若 $|PF| = 1$, 则双曲线的虚轴长为
- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $\frac{9}{8}$ D. $\frac{9}{4}$

12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 动点 P 满足 $|\overrightarrow{PA_1} + \overrightarrow{PB_1} + \overrightarrow{PC_1} + \overrightarrow{PD_1}| = 4$, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC}$ 的取值范围为
- A. $[0, 4 + 2\sqrt{2}]$ B. $[0, 2 + 2\sqrt{2}]$
C. $[4 - 2\sqrt{2}, 4 + 2\sqrt{2}]$ D. $[2 - 2\sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2}]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 5 \\ x - y - 1 \geq 0 \end{cases}$, 则 $x = \frac{y}{x-3}$ 的最小值为 _____.
14. 已知圆 $C: x^2 + (y-3)^2 = 4$, 则过点 $P(2, -1)$ 的圆 C 的切线方程为 _____.
15. 已知在平面直角坐标系中, 曲线 $f(x) = \ln x - x$ 的一条切线在两坐标轴上的截距互为相反数, 则该切线在 x 轴上的截距为 _____.
16. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2}(\sin \omega x + \cos \omega x) (\omega > 0)$ 的图象与 x 轴的两个相邻交点分别为 A, B , 点 $C(x_0, y_0) (x_0 > 0)$. 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{4\pi}{5\omega}$, 且直线 OC 的斜率为 $\frac{64}{5\pi}$ (O 为坐标原点), $f(x_0) = 1$, 则 ω 的最小值为 _____.

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

第二十二届世界杯在卡塔尔举办.世界杯是全世界足球迷的盛宴,为全世界奉献精彩的比赛.世界上优秀的球员大部分在欧洲足球五大联赛踢球,其中以英格兰足球超级联赛(简称英超)和西班牙足球甲级联赛(简称西甲)最吸引球迷.2000~2021 年 22 个赛季英超和西甲冠军球队积分的茎叶图和 2000~2011 年 12 个赛季英超和西甲冠军球队积分的统计表如下,来源:高三答案公众号

	英超		西甲
9	9		1 7 7
7 6 6 6	1	8	
9 8 5 3 3	0	9 0 1 3 3 4	9
	10	0 0	

年份	2000 年	2001 年	2002 年	2003 年	2004 年	2005 年	2006 年	2007 年	2008 年	2009 年	2010 年	2011 年
英超	80	87	83	90	95	91	89	87	90	86	80	89
西甲	80	75	78	77	84	82	76	85	87	99	96	100

- (1)求 2012~2021 年 10 个赛季中英超和西甲冠军球队积分的平均数;
 (2)若某赛季冠军球队的积分超过 86 分,就认为该赛季夺冠是“困难的”.从 2008~2011 年英超的 4 个赛季中随机抽取 2 个,求只有 1 个赛季夺冠是“困难的”的概率.

18. (12 分)

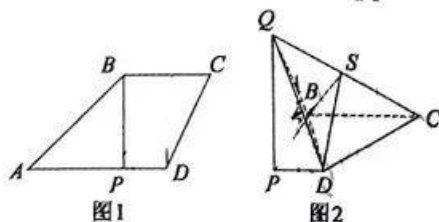
已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3, a_n + ka_{n-1} = 3^n (n \geq 2 \text{ 且 } n \in \mathbb{N}^+, k \neq 0)$.

- (1)当 $k = -1$ 时,求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2)是否存在常数 k ,使得数列 $\{a_n\}$ 是等比数列?若存在,求出 k 的所有值;若不存在,请说明理由.

19. (12 分)

如图 1,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, BP \perp AD, PA = PB = BC = 2, PD = 1$.将 $\triangle PAB$ 沿 PB 翻折,使点 A 与点 Q 重合,且平面 $QPB \perp$ 平面 $PBCD$,如图 2.

- (1)设平面 QCD 与平面 QPB 的交线为 l ,证明: $BC \perp l$;
 (2)若点 S 在线段 QC 上(不与端点重合),平面 SBD 与平面 BCD 夹角的正弦值为 $\frac{\sqrt{70}}{14}$,求 $\frac{SC}{SQ}$ 的值.



20. (12分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{2}x - a, a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的最值;

(2) 若函数 $h(x) = (x-1)e^x - xf(x) - \frac{1}{2}(a-1)x^2$ 有两个极值点, 求实数 a 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 左、右焦点分别为 F_1, F_2 ,

$|F_1F_2| = 2\sqrt{3}$, P 为 C_1 上一点, 且 $\angle APB = \frac{2\pi}{3}$, $|PA| \cdot |PB| = \frac{8}{9}a^2$.

(1) 求 C_1 的标准方程;

(2) 已知抛物线 $C_2: y^2 = 4\sqrt{3}x$, 直线 l 与 C_1 交于 M, N 两点, 与 C_2 交于 T, Q 两点 (均不与坐标原点 O 重合), 且 $\vec{OT} \cdot \vec{OQ} = 0$, 求 $\triangle OMN$ 面积的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $x^2 + y^2 - 4x = 0$, 曲线 C_2 的参数方程为

$\begin{cases} x = \cos \beta \\ y = 1 + \sin \beta \end{cases}$ (β 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线 C_1 和曲线 C_2 的极坐标方程;

(2) 若射线 $\theta = \alpha (\rho \geq 0, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$ 交曲线 C_1 于点 P , 直线 $\theta = \alpha + \frac{\pi}{2} (\rho \in \mathbf{R})$ 与曲线 C_1 和曲线 C_2 分别交于点 M, N , 且点 P, M, N 均异于点 O , 求 $\triangle MPN$ 面积的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知实数 $a, b > 0, ab = 3, (a+1)(b+3)$ 的最小值为 M .

(1) 求 M 的值;

(2) 求不等式 $|3x+3| - |2x-3| < M$ 的解集.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw