



榆林市 2022 ~ 2023 学年度第二学期普通高中过程性评价质量检测

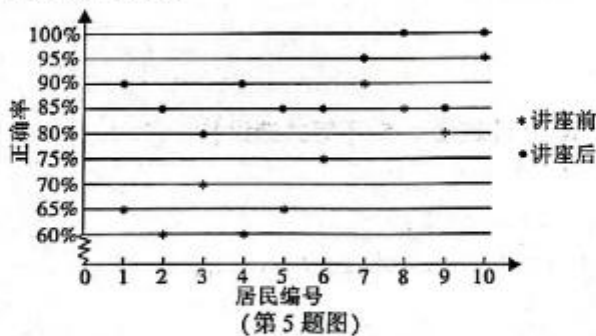
高二年级数学(理科)试题

注意事项:

1. 本试卷共 4 页,全卷满分 150 分,答题时间 120 分钟.
2. 答卷前,考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上.
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
4. 考试结束后,监考员将答题卡按顺序收回,装袋整理;试题不回收.

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | 0 < 2x + 1 < 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{0\}$
2. 已知向量 $a = (m+3, 2)$, $b = (m, 1)$, 若 a 与 b 共线, 则实数 m 的值为
A. -3 B. $\frac{1}{3}$ C. 3 D. 1
3. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_4 + a_7 = 16$, 则 $S_{10} =$
A. 30 B. 40 C. 60 D. 80
4. 下列函数中, 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增的是
A. $y = \sin 2x$ B. $y = \ln |x|$ C. $y = 2^{-x}$ D. $y = \tan x$
5. 某社区通过公益讲座以普及社区居民的垃圾分类知识. 为了解讲座效果, 随机抽取 10 位社区居民, 让他们在讲座前和讲座后各回答一份垃圾分类知识问卷, 这 10 位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如图:



则

- A. 讲座前问卷答题的正确率的中位数小于 70%
- B. 讲座后问卷答题的正确率的平均数大于 85%
- C. 讲座前问卷答题的正确率的方差小于讲座后正确率的方差
- D. 讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差



6. 在区间 $[-2, 5]$ 上随机抽取一个实数 x , 则 x 满足 $x^2 < 1$ 的概率为

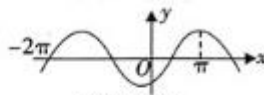
- A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{5}{7}$

7. 设 m, n 是两条直线, α, β 是两个平面, 若 $\alpha // \beta, m \not\subset \alpha, n \not\subset \beta$, 则下列说法一定正确的是

- A. $m // n$ B. $m // \beta$
C. m, n 是两条异面直线 D. $m \perp n$

8. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\pi < \varphi < 0$) 的部分图像如图所示,

则 $f(\frac{13\pi}{10}) =$



(第8题图)

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 已知 A, B 为双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$ 上两点, 且线段 AB 的中点坐标为 $(-1, -4)$, 则直线 AB 的斜率为

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $-\frac{9}{4}$ D. $-\frac{3}{2}$

10. 从 6 名男医生、4 名女医生中选 3 名医生组成一个医疗小分队, 要求其中男、女医生都有, 则不同的组队方案共有

- A. 108 种 B. 96 种 C. 60 种 D. 36 种

11. 将边长为 2, $\angle BAD = 60^\circ$ 的菱形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角, 得到四面体 $A-BCD$, 则四面体 $A-BCD$ 的外接球的表面积为

- A. $\frac{20\sqrt{15}\pi}{27}$ B. 20π C. $\frac{20\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{3}$

12. 若函数 $f(x) = \frac{a}{x} + \ln x - a$ 存在最小值, 且其最小值记为 $g(a)$, 则 $g(a)$ 的最大值是

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 i 是虚数单位, 复数 $z = \frac{i}{i-1}$, 则 z 的虚部为_____.

14. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 M 在 C 上, 若 M 到直线 $x = -3$ 的距离为 7, 则 $|MF| =$ _____.

15. 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 满足 $f(1+x) = f(1-x)$, 若 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 4x$, 则 $f(\frac{2023}{2}) =$ _____.

16. 我国度量衡的发展有着悠久的历史, 战国时期就出现了类似于砝码的用来测量物体质量的“环权”. 已知 9 枚环权的质量 (单位: 铢) 从小到大构成项数为 9 的数列 $\{a_n\}$, 该数列的前 3 项成等差数列, 后 7 项成等比数列, 且 $a_1 = 1, a_5 = 12, a_9 = 192$, 则 $a_2 =$ _____.



微信

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

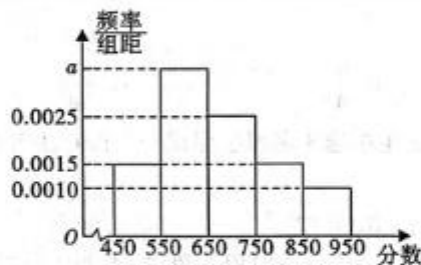
在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 满足 $2b\cos B = c\cos A + a\cos C$.

(I) 求 $\sin B$;

(II) 若 $b=2, a+c=4$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

某学校组织学生参加“一带一路”知识竞赛, 为了解该校学生在知识竞赛中的情况, 采用分层随机抽样的方法抽取了 100 名学生进行调查, 分数分布在 450~950 分之间, 根据调查的结果绘制的学生分数频率分布直方图如图所示. 将分数不低于 750 分的学生称为“高分选手”.



(第 18 题图)

(I) 求频率分布直方图中 a 的值;

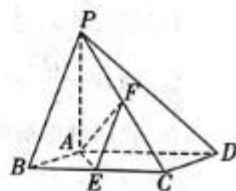
(II) 现采用分层随机抽样的方法从分数落在 $[550, 650)$ 、 $[750, 850)$ 内的两组学生中抽取 10 人, 再从这 10 人中随机抽取 3 人, 记被抽取的 3 名学生中属于“高分选手”的学生人数为随机变量 X , 求 X 的分布列及数学期望.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, E, F 分别是 BC, PC 的中点.

(I) 求证: $AD \perp PB$;

(II) 若 $PA=AB=2$, 求平面 AEF 与平面 AEC 所成角的余弦值.



(第 19 题图)



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 2, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 若直线 $y = x + m$ 与椭圆 C 交于 M, N 两点, O 为坐标原点, 且 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 0$, 求实数 m 的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x - e^x + a$ 恰有两个零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$.

(I) 求实数 a 的取值范围;

(II) 若函数 $g(x) = f(x) - f(-2x)$, 求证: $g(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减;

(III) 证明: $2x_1 + x_2 < 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

平面直角坐标系中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{10} \cos \alpha, \\ y = \sqrt{10} \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$, 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程是 $\rho \cos \theta + 2\rho \sin \theta - 12 = 0$.

(I) 求曲线 C 的极坐标方程;

(II) 设射线 $l_1: \theta = \frac{\pi}{4} (\rho \geq 0)$ 与曲线 C 交于点 A , 与直线 l 交于点 B , 求 $|AB|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

设函数 $f(x) = |x-1| + 2|x+5|$.

(I) 求不等式 $f(x) < 10$ 的解集;

(II) 若 $|a| < 3, |b| < 3$, 求证: $|a+b| + |a-b| \leq f(x)$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服

务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

