

高三数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围：集合、常用逻辑用语、不等式、函数、导数。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 则
 A. $A \cap B = A$ B. $A \cup B = B$ C. $B \cap (\complement_{\mathbf{R}} A) = \emptyset$ D. $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \emptyset$
2. 下列求导正确的是
 A. $[(2x-1)^2]' = 2(2x-1)$ B. $(2^x + x^2)' = 2^x + 2x$
 C. $(\sin x - \cos \frac{\pi}{3})' = \cos x + \frac{1}{3} \sin \frac{\pi}{3}$ D. $(\log_2 x)' = \frac{\log_2 e}{x}$
3. 已知幂函数 $f(x) = (m^2 + m - 1)x^m$ 的图象与坐标轴没有公共点，则 $f(\sqrt{2}) =$
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$
4. 2023 年 8 月 6 日 2 时 33 分，山东平原县发生里氏 5.5 级地震，8 月 9 日 3 时 28 分，菏泽市牡丹区发生 2.6 级地震。短时间内的两次地震引起了人们对地震灾害和避险方法的关注。地震发生时释放大量的能量，这些能量是造成地震灾害的元凶。研究表明地震释放的能量 E (单位：焦耳) 的常用对数与震级 M 之间满足线性关系，若 4 级地震所释放的能量为 6.3×10^{10} 焦耳，6 级地震所释放的能量为 6.3×10^{13} 焦耳，则这次平原县发生的地震所释放的能量约为 (参考数据： $\lg 6.3 \approx 0.8, 10^{0.05} \approx 1.1$)
 A. 8×10^{11} 焦耳 B. 1.1×10^{11} 焦耳
 C. 8×10^{12} 焦耳 D. 1.1×10^{13} 焦耳
5. 已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{ax^2-2ax+1}$ 的定义域为 \mathbf{R} ，则实数 a 的取值范围为
 A. $\{a | 0 \leq a \leq \frac{1}{2}\}$ B. $\{a | a \leq 0, \text{ 或 } a > 1\}$
 C. $\{a | 0 \leq a < 1\}$ D. $\{a | a \leq 0, \text{ 或 } a \geq 1\}$
6. 已知函数 $f(x) = \lg(x^2 - ax + 12)$ 在 $[-1, 3]$ 上单调递减，则实数 a 的取值范围是
 A. $[6, +\infty)$ B. $[6, 7)$ C. $(-\infty, -2]$ D. $(-13, -2]$

7. “ $a=1$ ”是“ $f(x)=\lg\frac{a+x}{1-ax}$ 是奇函数”的

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

8. 若 $a \ln a > b \ln b > c \ln c = 1$, 则

- A. $e^{b+c} \ln a > e^{a+c} \ln b > e^{a+b} \ln c$
B. $e^{a+b} \ln c > e^{a+c} \ln b > e^{b+c} \ln a$
C. $e^{a+c} \ln b > e^{b+c} \ln a > e^{a+b} \ln c$
D. $e^{a+b} \ln c > e^{b+c} \ln a > e^{a+c} \ln b$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知实数 a, b, c 满足 $a < 0 < b < c$, 则

- A. $a+b > c-a$
B. $b^e > c^a$
C. $\frac{1}{a-b} < \frac{1}{a-c}$
D. $c-a \geq 2\sqrt{(c-b)(b-a)}$

10. 存在定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$, 满足对任意 $x \in \mathbf{R}$, 使得下列等式成立的是

- A. $f(x^5) = x^3$
B. $f(\cos x) = x$
C. $f(x^2+x) = |x|$
D. $f(|x|) = x^2+1$

11. 已知函数 $f(x) = e^x \ln(x+1)$, $g(x) = f'(x)$, 则

- A. $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增
B. $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减
C. $\forall m, n \in (0, +\infty), f(m+n) > f(m) + f(n)$
D. $\forall m, n \in (0, +\infty), f(m+n) < f(m) + f(n)$

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x) - x^2$ 是奇函数, $f(x) + x$ 是偶函数, 设函数 $g(x) =$

$$\begin{cases} f(x), & 0 \leq x \leq 1, \\ 2g(x-1), & x > 1, \end{cases} \text{ 则}$$

- A. $f(3) = 6$
B. 当 $x \in (3, 4)$ 时, $g(x) = 4x^2 - 20x + 24$
C. 若对任意 $x \in [0, t]$, $g(x) \geq -3$ 恒成立, 则实数 t 的最大值为 $\frac{17}{4}$
D. 若 $g(x) = m$ ($-2 < m < -1$) 在 $[0, 5]$ 内的根有 x_1, x_2, \dots, x_n , 则 $\sum_{i=1}^n x_i = 16$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 命题“矩形的对角线相等”的否定为_____。

14. “以直代曲”是微积分中最基本、最朴素的数学思想方法。在切点附近, 用曲线在该点处的切线近似代替曲线就是这一思想的典型应用。曲线 $y = \ln x$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为_____。

已知 $\left| {}^{2024}\sqrt{e} - 1 \right| < 0.0005$, 利用上述“切线近似代替曲线”的思想计算 ${}^{2024}\sqrt{e}$ 所得结果为_____。(结果用分数表示)

15. 已知 $a > 0, b > 0$, 直线 $y = x + 2a$ 与曲线 $y = e^{-x} - b + 1$ 相切, 则 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为_____。

16. 若函数 $f(x) = ax + xe^{-ax} - \ln x - 1$ 的最小值为 0, 则实数 a 的最大值为_____。

四、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq a\}$, 定义在集合 A 上的两个函数 $y = 2x + 3$ 和 $y = x^2$ 的值域分别为集合 B 和集合 C .

(1) 若 $a = 1$, 求 $A \cup B, (\complement_{\mathbb{R}} A) \cap C$;

(2) 若 $C \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

求下列函数的值域.

(1) $y = \sqrt{x+2} - x$;

(2) $y = \sqrt{x} - \sqrt{x-4}$;

(3) $y = \sqrt{x} + \sqrt{9-x}$.

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - ax, a \in \mathbb{R}$.

(1) 判断 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 若函数 $F(x) = f(x) + b \ln x$ 在 $x = 1$ 和 $x = 3$ 处取得极值, 且关于 x 的方程 $F(x) = m$ 有 3 个不同的实根, 求实数 m 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + b, g(x) = e^x + e^{-x} - (b-2)x (a, b \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $f(1) = f'(1) = g(0)$, 解不等式 $g(f(x)) \geq g(|x-3|)$;

(2) 若 $a=1, b=2, g(x) \geq kf'(e^{-x}+2) - 2$ 对任意实数 x 恒成立, 求 k 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x^2}, g(x) = \ln x$.

(1) 若 $F(x) = mf(x) + 2g(x) (m \in \mathbf{R})$ 存在极值, 求 m 的取值范围;

(2) 若关于 x 的不等式 $af(x) + g(x) \geq a$ 在区间 $(0, 1]$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ae^x}{x} + \ln x - x (a > 0)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的极值点的个数;

(2) 若 $f(x)$ 恰有三个极值点 $x_1, x_2, x_3 (x_1 < x_2 < x_3)$, 且 $x_3 - x_1 \leq 1$, 求 $x_1 + x_2 + x_3$ 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

