高二数学参考答案

1. C　B 的坐标为$(-3,6,-1)$.

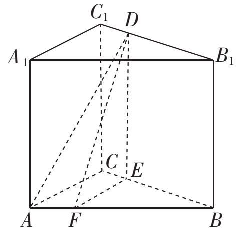
2. D　$2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-2,2,4)-(-2,0,-1)=(0,2,5)$.

3. A　由题意得 $k_{AB}=\frac{0-\sqrt{3}}{3-0}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$,所以直线的倾斜角为$\frac{5\pi}{6}$.

4. A　因为$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{A_1D_1}$,所以$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A_1D_1}+\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AC_1}$.

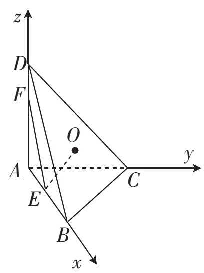
5. B　设 l 的倾斜角为 α,易得 $\alpha\neq\frac{\pi}{2}$,由 $\tan\alpha>1$,得 $\alpha\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$.

6. D　如图,过 D 作 $DE\perp BC$,垂足为 E,过 E 作 $EF\perp AB$,垂足为 F,连接 DF. 易得 $DE\perp$平面 ABC,所以 $DE\perp AB$. 又 $EF,DF\subset$平面 DEF,所以 $AB\perp$平面 DEF,则 $AB\perp DF$. 由$\overrightarrow{B_1D}=3\overrightarrow{DC_1}$,得 $AF=\frac{1}{4}AB$,即向量$\overrightarrow{AD}$在向量$\overrightarrow{AB}$上的投影向量为$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.



7. B　设 l_2 的倾斜角为 α,由 $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-\frac{3}{4}$,得 $\tan\alpha=3$ 或$-\frac{1}{3}$,易得 l_2 的倾斜角为锐角,所以 l_2 的斜率为 3.

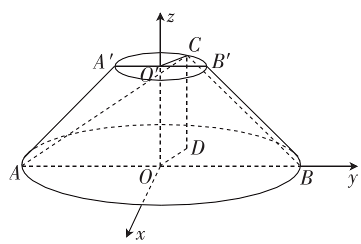
8. C　以 A 为原点,AB,AC,AD 所在的直线分别为 x 轴,y 轴,z 轴,建立如图所示的空间直角坐标系,则 $B(6,0,0)$,$C(0,6,0)$,$D(0,0,6)$,$E(3,0,0)$,$F(0,0,4)$,得 $O(2,2,2)$,$\overrightarrow{EF}=(-3,0,4)$,取 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{EO}=(-1,2,2)$,$\boldsymbol{u}=\frac{\overrightarrow{EF}}{|\overrightarrow{EF}|}=\frac{1}{5}(-3,0,4)=(-\frac{3}{5},0,\frac{4}{5})$,则 $\boldsymbol{a}^2=9$,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{u}=\frac{11}{5}$,所以点 D 到直线 AB 的距离为$\sqrt{\boldsymbol{a}^2-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{u})^2}=\frac{2\sqrt{26}}{5}$.



9. AC　由题意得 l 的斜率为 $\tan\frac{2\pi}{3}=-\sqrt{3}$,则 l 的方向向量可能为$(1,-\sqrt{3})$,$(-2,2\sqrt{3})$.

10. BC　因为 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$,$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})-(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$,所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ 共面,$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ 共面,A,D 错误. 不存在 m,n,使得 $\boldsymbol{a}=m(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})+n(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$,所以 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ 不共面,B 正确. 不存在 m,n,使得 $2\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=m(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})+n(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$,所以 $2\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$ 不共面,C 正确.

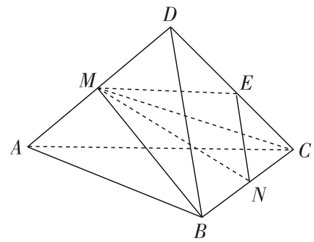
11. ABD　由$\frac{\pi}{3}OO'(OB^2+O'B'^2+OB\cdot O'B')=\frac{104\pi}{3}$,得 $OO'=2$,则 $O'(0,0,2)$,A 正确. 如图,连接 $O'C$,设 C 在下底面的射影为点 D,易得 $OD=O'C=2$,$\angle BOD=\frac{\pi}{3}$,则 $D(-\sqrt{3},1,0)$,$C(-\sqrt{3},1,2)$,因为 $A(0,-6,0)$,所以



$\overrightarrow{AC}=(-\sqrt{3},7,2)$,B 正确. 设平面 ABC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,$B(0,6,0)$,$\overrightarrow{AB}=(0,12,0)$,则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB}=12y=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=-\sqrt{3}x+7y+2z=0,\end{cases}$ 取 $x=2$,则 $y=0,z=\sqrt{3}$,所以 $\boldsymbol{n}=(2,0,\sqrt{3})$,C 错误.

因为$\overrightarrow{OO'}=(0,0,2)$,所以 O' 到平面 ABC 的距离为$\dfrac{|\overrightarrow{OO'}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$,D 正确.

12. BC　$\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN})\cdot\overrightarrow{AB}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}^2+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AB}=-\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{6})^2\times\cos\dfrac{\pi}{3}+(2\sqrt{6})^2-\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{6})^2\times\cos\dfrac{\pi}{3}=12$,A 错误,B 正确.



在正四面体 $ABCD$ 中,可证 $AB\perp CD$,则$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{CD}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BD})\cdot\overrightarrow{CD}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CD}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{CD}=\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{6})^2\times\cos\dfrac{\pi}{3}=6$,

则 $\cos\langle\overrightarrow{BM},\overrightarrow{CD}\rangle=\dfrac{6}{2\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}<\dfrac{1}{2}$,所以$\langle\overrightarrow{BM},\overrightarrow{CD}\rangle>\dfrac{\pi}{3}$,C 正确.

取 CD 的中点为 E,连接 ME,NE,则 $ME/\!/AC,NE/\!/BD$,且 $ME=\dfrac{1}{2}AC=\sqrt{6}$,$NE=\dfrac{1}{2}BD=\sqrt{6}$. 因为 $AC\perp BD$,所以 $ME\perp NE$,所以$\triangle MEN$ 是以$\angle MEN$ 为直角的等腰直角三角形,所以异面直线 MN 与 BD 所成的角为$\angle MNE$,且$\angle MNE=\dfrac{\pi}{4}$,D 错误.

13. -3　由 $\alpha/\!/\beta$,得 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,所以$\dfrac{1}{n}=\dfrac{m}{-3}$,得 $mn=-3$.

14. $(3,0)$(答案不唯一,$(3,0)$,$(5,0)$任意一个都可以)　设 $C(x,0)$,由题意得 $k_{AB}=\dfrac{3-2}{2-1}=1$,$k_{AC}=-\dfrac{2}{x-1}$,$k_{BC}=-\dfrac{3}{x-2}$,

当 A 为直角时,$k_{AB}\cdot k_{AC}=1\cdot\dfrac{-2}{x-1}=-1$,得 $x=3$,C 的坐标为$(3,0)$.

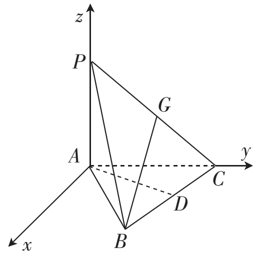
当 B 为直角时,$k_{AB}\cdot k_{BC}=1\cdot\dfrac{-3}{x-2}=-1$,得 $x=5$,C 的坐标为$(5,0)$.

当 C 为直角时,$k_{AC}\cdot k_{BC}=\dfrac{2}{x-1}\cdot\dfrac{3}{x-2}=-1$,化简得 $x^2-3x+8=0$,该方程无解.

15. $\sqrt{10}$　由题意得$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}$,$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{5}$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|=\sqrt{10}$,所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的最大值为$\sqrt{10}$.

16. $[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}]$　不妨设 $PA=AB=2$,以 A 为坐标原点,建立如图所示的空间直角坐标系 $Axyz$,则 $A(0,0,0)$,$B(\sqrt{3},1,0)$,$C(0,2,0)$,$P(0,0,2)$,

由题意得 G 为 PC 的中点，所以 $G(0,1,1)$.



设 $\overrightarrow{CD}=\lambda\overrightarrow{CB},\lambda\in\mathbf{R}$，得 $\overrightarrow{CD}=\lambda(\sqrt{3},-1,0)=(\sqrt{3}\lambda,-\lambda,0)$，则 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=(0,2,0)+(\sqrt{3}\lambda,-\lambda,0)=(\sqrt{3}\lambda,2-\lambda,0)$，

因为 $\overrightarrow{BG}=(-\sqrt{3},0,1)$，所以 $\cos^2\theta=\left(\dfrac{\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BG}}{|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{BG}|}\right)^2=\left[\dfrac{-3\lambda}{2\sqrt{3\lambda^2+(2-\lambda)^2}}\right]^2=\dfrac{9\lambda^2}{16(\lambda^2-\lambda+1)}$.

当 $\lambda=0$ 时，$\cos\theta=0$. 当 $\lambda\neq0$ 时，$\cos^2\theta=\dfrac{9}{16(\frac{1}{\lambda^2}-\frac{1}{\lambda}+1)}=\dfrac{9}{16[(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}]}\leqslant\dfrac{9}{16\times\frac{3}{4}}=\dfrac{3}{4}$，得 $0<\cos\theta\leqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. 综上，$0\leqslant\cos\theta\leqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，得 $\dfrac{\pi}{6}\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}$.

17. 解：由题意得 $k_{AB}=\dfrac{m-3}{1-m}$， ………………………………………… 2 分

$k_{PQ}=\dfrac{2-1}{4-2}=\dfrac{1}{2}$. ………………………………………………… 4 分

(1) 若 $l_1\parallel l_2$，则 $k_{AB}=\dfrac{m-3}{1-m}=k_{PQ}=\dfrac{1}{2}$，……………………………… 6 分

得 $m=\dfrac{7}{3}$. ………………………………………………………… 7 分

(2) 若 l_1,l_2 的倾斜角互余，则 $k_{AB}=\dfrac{m-3}{1-m}=\dfrac{1}{k_{PQ}}=2$， ……………………… 9 分

得 $m=\dfrac{5}{3}$. ………………………………………………………… 10 分

18. 解：(1) 设 D 的坐标为 (x,y,z)，由题意得 $\overrightarrow{AB}=(0,2,1)$，$\overrightarrow{DC}=(3-x,1-y,3-z)$， … 2 分

因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形，所以 $\begin{cases}3-x=0,\\1-y=2,\\3-z=1,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=3,\\y=-1,\\z=2,\end{cases}$ ……………… 4 分

即 D 的坐标为 $(3,-1,2)$. ………………………………………… 5 分

(2) 由题意得 $\overrightarrow{AD}=(3,0,1)$， ………………………………………… 6 分

则 $|\overrightarrow{AD}|=\sqrt{10}$，$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{5}$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=1$， ……………………………… 8 分

所以 $\cos\angle BAD=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$，得 $\sin\angle BAD=\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$. ……………………… 10 分

故四边形 $ABCD$ 的面积为 $2\times\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|\sin\angle BAD=7$. ……………………… 12 分

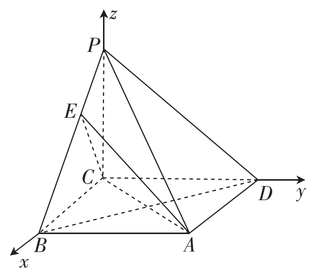
19. (1) 证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，$\therefore BD\perp AC$. …………………………… 1 分

$\because PC\perp$ 底面 $ABCD$，$BD\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore PC\perp BD$. ………………………… 2 分

又 $\because AC\cap PC=C$，$AC,PC\subset$ 平面 PAC，$\therefore BD\perp$ 平面 PAC. …………………… 3 分

$\because PA\subset$ 平面 PAC，$\therefore BD\perp PA$. ………………………………………………… 4 分

(2)解:如图,以 C 为坐标原点,CB,CD,CP 所在的直线分别为 x,y,z 轴,建立空间直角坐标系,则 $A(1,1,0),B(1,0,0),D(0,1,0),E(\frac{1}{3},0,\frac{2}{3})$,………………………………………… 5 分



$\overrightarrow{BD}=(-1,1,0),\overrightarrow{CE}=(\frac{1}{3},0,\frac{2}{3}),\overrightarrow{CA}=(1,1,0)$,………… 6 分

由(1)知 $BD\perp$ 平面 PAC,则平面 PAC 的一个法向量为 $\overrightarrow{BD}=(-1,1,0)$,…………………………………………………………………… 7 分

设平面 ACE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

则 $\begin{cases}\overrightarrow{CE}\cdot\boldsymbol{n}=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}z=0,\\ \overrightarrow{CA}\cdot\boldsymbol{n}=x+y=0,\end{cases}$ 令 $x=2$,得 $y=-2,z=-1$,$\therefore\boldsymbol{n}=(2,-2,-1)$,………… 9 分

$|\cos\langle\overrightarrow{BD},\boldsymbol{n}\rangle|=|\frac{\overrightarrow{BD}\cdot\boldsymbol{n}}{|\overrightarrow{BD}||\boldsymbol{n}|}|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,…………………………………………………… 11 分

由图可知二面角 $P-AC-E$ 是锐角,故二面角 $P-AC-E$ 的余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. ……… 12 分

20. 解:(1)连接 BD,PE(图略). $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{PE}-\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{BD}$. ……………………… 2 分

因为 D 为 PC 的中点,$\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{EA}$,所以 $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{PB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{PA}$,$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BP}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{PB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$,…………………………………………………………………… 4 分

所以 $\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{PA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{PB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{2}{3}\boldsymbol{a}-\frac{1}{6}\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$. ……………………………………… 6 分

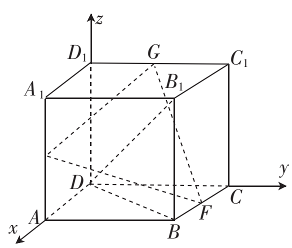
(2)因为 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC}$,……………………………………… 7 分

所以 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DE}=(-\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC})\cdot(\frac{2}{3}\overrightarrow{PA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{PB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC})=-\frac{2}{3}\overrightarrow{PA}^2-\frac{1}{6}\overrightarrow{PB}^2-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}^2+\frac{5}{6}\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+\frac{7}{6}\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{BC}$. ……………………………………………… 9 分

因为 $PA\perp$ 平面 PBC,$BC\perp$ 平面 PAB,所以 $PA\perp PB,PA\perp BC,PB\perp BC$. ………… 10 分

又 $|\overrightarrow{PA}|=|\overrightarrow{PB}|=|\overrightarrow{BC}|=1$,所以 $-\frac{2}{3}\overrightarrow{PA}^2-\frac{1}{6}\overrightarrow{PB}^2-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}^2+\frac{5}{6}\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+\frac{7}{6}\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{BC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{BC}=-\frac{4}{3}$,即 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DE}=-\frac{4}{3}$. …………………………………………………… 12 分

21. (1)证明:以 D 为原点,DA,DC,DD_1 所在的直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴,建立如图所示的空间直角坐标系,则 $B_1(2,2,2)$,$E(2,0,1),F(1,2,0),G(0,1,2)$,……………………………… 1 分



$\overrightarrow{DB_1}=(2,2,2),\overrightarrow{EF}=(-1,2,-1),\overrightarrow{EG}=(-2,1,1)$. ……… 2 分

设平面 EFG 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EF}=-x+2y-z=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EG}=-2x+y+z=0,\end{cases}$ 取 $x=1$,则 $y=1,z=1$,得 $\boldsymbol{n}=(1,1,$

1)，…………………………………………………………………… 4 分

$\because \overrightarrow{DB_1} /\!/ \boldsymbol{n}$，$\therefore B_1D \perp$ 平面 EFG. …………………………………………… 6 分

(2)解：存在点 P，使得 $B_1P /\!/$ 平面 EFG，P 在 DB 的延长线上，且 $BP=\frac{1}{2}DB$. ……… 7 分

由题意得 $B(2,2,0)$，$\overrightarrow{B_1B}=(0,0,-2)$，$\overrightarrow{DB}=(2,2,0)$， …………………………… 8 分

设 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{DB}=(2\lambda,2\lambda,0)$，$\lambda\in\mathbf{R}$， ………………………………………… 9 分

则 $\overrightarrow{B_1P}=\overrightarrow{B_1B}+\overrightarrow{BP}=(2\lambda,2\lambda,-2)$，$\lambda\in\mathbf{R}$， ……………………………… 10 分

$\because B_1P /\!/$ 平面 EFG，$\therefore \overrightarrow{B_1P}\perp\boldsymbol{n}$，$\overrightarrow{B_1P}\cdot\boldsymbol{n}=2\lambda+2\lambda-2=0$，得 $\lambda=\frac{1}{2}$. ……………… 12 分

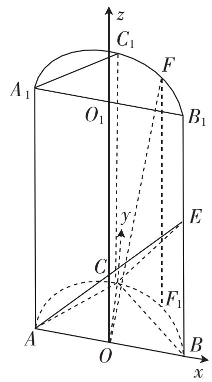
22. (1)证明：因为 AA_1，BB_1，CC_1 分别为半圆柱的三条母线，

所以 $AA_1 /\!/ CC_1$，且 $AA_1=CC_1$， …………………………………… 1 分

所以四边形 AA_1C_1C 为平行四边形，所以 $AC /\!/ A_1C_1$. ……………… 2 分

又因为 $A_1C_1\not\subset$ 平面 ACE，$AC\subset$ 平面 ACE，

所以 $A_1C_1 /\!/$ 平面 ACE. …………………………………………… 3 分



(2)解：记 A_1B_1 的中点为 O_1，点 F 在平面 ABC 内的投影记为 F_1，连接 OC，OO_1，BC.

因为 C 是半圆 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，所以 $\angle CBA=\angle BCO=\frac{\pi}{4}$，$\angle BOC=\frac{\pi}{2}$. ……

…………………………………………………………………… 4 分

易知 $OO_1\perp$ 平面 ACB，OB，OC，OO_1 两两相互垂直，且 $OB=OC=\frac{1}{2}\times2=1$. ………… 5 分

以 $\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{OO_1}$ 的方向分别为 x，y，z 轴的正方向建立空间直角坐标系，则 $A(-1,0,0)$，$B(1,0,0)$，$C(0,1,0)$，$E(1,0,4)$，$\overrightarrow{AC}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{AE}=(2,0,4)$. ……………………… 6 分

点 F_1 在 xOy 平面内的单位圆上，其坐标不妨记为 $F_1(\cos\alpha,\sin\alpha,0)$，$\alpha\in[0,\pi]$，则 $F(\cos\alpha,\sin\alpha,8)$，$\overrightarrow{OF}=(\cos\alpha,\sin\alpha,8)$. ……………………………………………………… 7 分

设平面 ACE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+y=0,\\ 2x+4z=0,\end{cases}$ 令 $x=2$，得 $\boldsymbol{n}=(2,-2,-1)$. ……………………… 9 分

设 OF 与平面 ACE 所成的角为 θ，

则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{OF},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|2(\cos\alpha-\sin\alpha)-8|}{\sqrt{65}\times\sqrt{4+4+1}}=\frac{8+2\sqrt{2}\sin(\alpha-\frac{\pi}{4})}{3\sqrt{65}}$

$\leqslant\frac{8+2\sqrt{2}}{3\sqrt{65}}=\frac{8\sqrt{65}+2\sqrt{130}}{195}$， ……………………………………………… 11 分

当且仅当 $\alpha=\frac{3\pi}{4}$ 时，OF 与平面 ACE 所成角的正弦值取得最大值，且最大值为 $\frac{8\sqrt{65}+2\sqrt{130}}{195}$. …………………………………………………………… 12 分