

2023 年湛江市普通高考第二次模拟测试

数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设复数 z 在复平面内对应的点为 $(2, 5)$, 则 $1 + \bar{z}$ 在复平面内对应的点为

- A. $(3, -5)$ B. $(3, 5)$ C. $(-3, -5)$ D. $(-3, 5)$

2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x > 4\}$, $B = \{x | 2^x > 2\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap B =$

- A. $[-1, 2)$ B. $(4, +\infty)$ C. $(1, 4)$ D. $(1, 4]$

3. 广东省第七次人口普查统计数据显示,湛江市九个管辖区常住人口数据如表所示,则这九个管辖区的数据的第 70% 分位数是

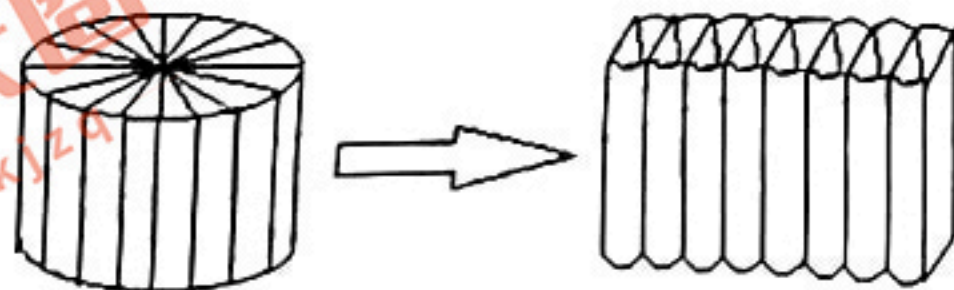
- A. 927275
B. 886452
C. 698474
D. 487712

管辖区	常住人口
赤坎区	303824
霞山区	487093
坡头区	333239
麻章区	487712
遂溪县	886452
徐闻县	698474
廉江市	1443099
雷州市	1427664
吴川市	927275

4. $(2x^2 - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中, x^4 的系数是

- A. 40 B. -40 C. 80 D. -80

5. 如图,将一个圆柱 $2n(n \in \mathbb{N}^*)$ 等分切割,再将其重新组合成一个与圆柱等底等高的几何体, n 越大,重新组合成的几何体就越接近一个“长方体”。若新几何体的表面积比原圆柱的表面积增加了 10, 则圆柱的侧面积为



- A. 10π B. 20π C. $10n\pi$ D. 18π

6. 若与 y 轴相切的圆 C 与直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 也相切,且圆 C 经过点 $P(2, \sqrt{3})$, 则圆 C 的直径为

- A. 2 B. 2 或 $\frac{14}{3}$ C. $\frac{7}{4}$ D. $\frac{7}{4}$ 或 $\frac{16}{3}$

7. 当 $x, y \in (0, +\infty)$ 时, $\frac{4x^4 + 17x^2y + 4y^2}{x^4 + 2x^2y + y^2} > \frac{m}{4}$ 恒成立, 则 m 的取值范围是

A. $(25, +\infty)$

B. $(26, +\infty)$

C. $(\frac{99}{4}, +\infty)$

D. $(27, +\infty)$

8. 对于两个函数 $h(t) = e^{t-1} (t > \frac{1}{2})$ 与 $g(t) = \ln(2t-1) + 2 (t > \frac{1}{2})$, 若这两个函数值相等时对应的自变量分别为 t_1, t_2 , 则 $t_2 - t_1$ 的最小值为

A. -1

B. $-\ln 2$

C. $1 - \ln 3$

D. $1 - 2\ln 2$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 若 $5\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha + 1 = 0$, 则 $\tan \alpha$ 的值可能为

A. 2

B. 3

C. $-\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{2}$

10. 一百零八塔始建于西夏时期, 是中国现存最大且排列最整齐的塔群之一, 塔群随山势凿石分阶而建, 自上而下一共 12 层, 第 1 层有 1 座塔, 从第 2 层开始每层的塔数均不少于上一层的塔数, 总计 108 座塔. 已知包括第 1 层在内的其中 10 层的塔数可以构成等差数列 $\{a_n\}$, 剩下的 2 层的塔数分别与上一层的塔数相等, 第 1 层与第 2 层的塔数不同, 则



A. 第 3 层的塔数为 3

B. 第 6 层的塔数为 9

C. 第 4 层与第 5 层的塔数相等

D. 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2

11. 廉江红橙是广东省廉江市特产、中国国家地理标志产品. 设廉江地区某种植园成熟的红橙单果质量 M (单位: g) 服从正态分布 $N(165, \sigma^2)$, 且 $P(M < 162) = 0.15$, $P(165 < M < 167) = 0.3$. 下列说法正确的是

A. 若从种植园成熟的红橙中随机选取 1 个, 则这个红橙的质量小于 167 g 的概率为 0.7

B. 若从种植园成熟的红橙中随机选取 1 个, 则这个红橙的质量在 167 g ~ 168 g 的概率为 0.05

C. 若从种植园成熟的红橙中随机选取 600 个, 则质量大于 163 g 的个数的数学期望为 480

D. 若从种植园成熟的红橙中随机选取 600 个, 则质量在 163 g ~ 168 g 的个数的方差为 136.5

12. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的上焦点为 F , 过焦点 F 作 C 的一条渐近线的垂线, 垂足为 A , 并与另一条渐近线交于点 B , 若 $|FB| = 4|AF|$, 则 C 的离心率可能为

A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

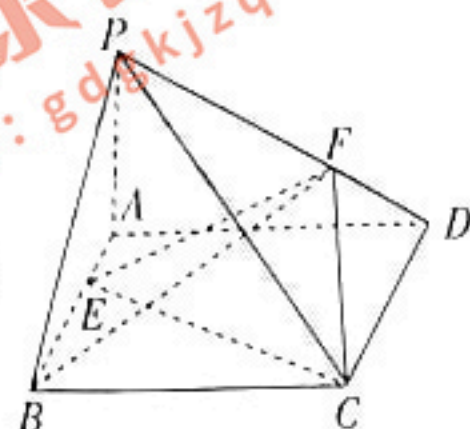
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知奇函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3^{-x}, & x < 0, \\ g(x) + 1, & x > 0, \end{cases}$ 则 $g(x) = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

14. 若抛物线 C 的焦点到准线的距离为 $\sqrt{3}$, 且 C 的开口朝上, 则 C 的标准方程为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

15. 若函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 在 $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{18})$ 上具有单调性, 且 $x = \frac{2\pi}{9}$ 为 $f(x)$ 的一个零点, 则 $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{18})$ 上单调递 ▲ (填增或减), 函数 $y = f(x) - \lg x$ 的零点个数为 ▲. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

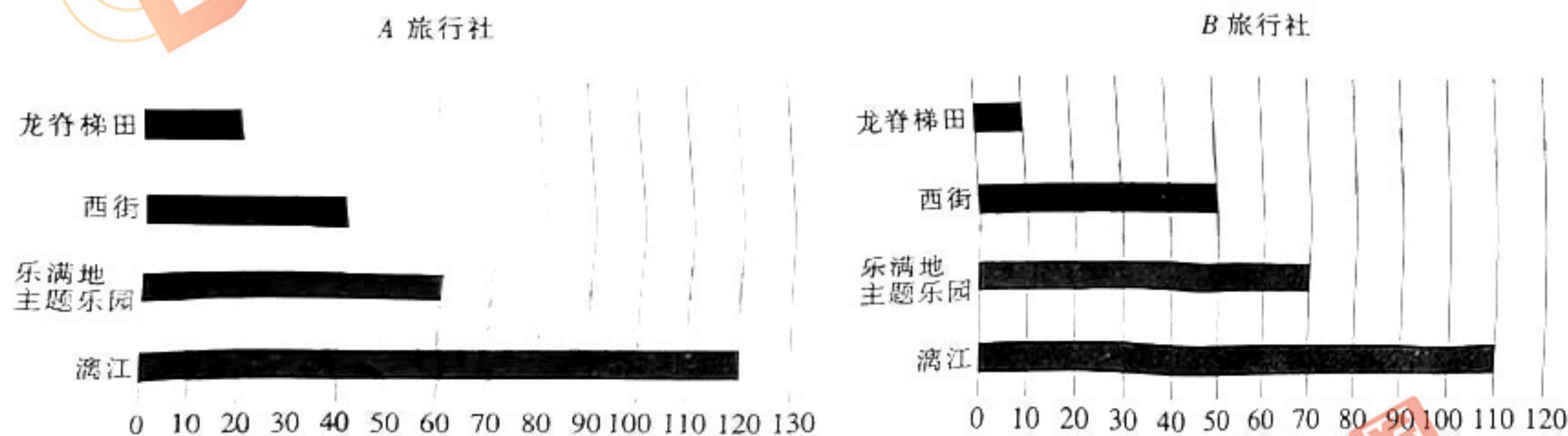
16. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $AP \perp$ 底面 $ABCD$, E 为棱 AB 上任意一点 (不包括端点), F 为棱 PD 上任意一点 (不包括端点), 且 $\frac{AE}{AB} = \frac{DF}{DP}$. 已知 $AB = AP = 1, BC = 2$, 当三棱锥 $C-BEF$ 的体积取得最大值时, EF 与底面 $ABCD$ 所成角的正切值为 ▲.



四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

现有 A, B 两个广西旅行社, 统计了这两个旅行社的游客去漓江、乐满地主题乐园、西街、龙脊梯田四个景点旅游的各 240 人次的数据, 并分别绘制出这两个旅行社 240 人次分布的柱形图, 如图所示. 假设去漓江、乐满地主题乐园、西街、龙脊梯田旅游每人次的平均消费分别为 1200 元、1000 元、600 元、200 元.



- 通过计算, 比较这两个旅行社 240 人次的消费总额哪个更大;
- 若甲和乙分别去 A 旅行社、B 旅行社, 并都从这四个景点中选择一个去旅游, 以这 240 人次去漓江的频率为概率, 求甲、乙至少有一人去漓江的概率.

18. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b^2 + c^2 = a^2 - bc$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $b \sin A = 4 \sin B$, 且 $\lg b + \lg c \geq 1 - 2 \cos(B + C)$, 求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

19. (12分)

如图1,在五边形 $ABCDE$ 中,四边形 $ABCE$ 为正方形, $CD \perp DE$, $CD = DE$,如图2,将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起,使得 A 至 A_1 处,且 $A_1B \perp DE$.

(1)证明: $DE \perp$ 平面 A_1BE .

(2)求二面角 $C-A_1E-D$ 的余弦值.

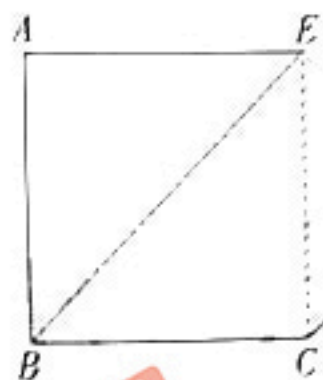


图1

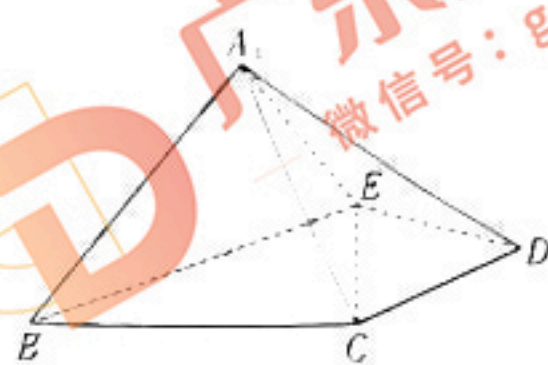


图2

20. (12分)

已知两个正项数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 满足 $\frac{1}{a_n} + \frac{1}{b_n} = b_n$, $\frac{1}{a_n} = \frac{b_n}{n^2+1}$.

(1)求 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数,求数列 $\{[a_n + a_{n-1}] \cdot 2^{b_n}\}$ 的前 n 项和 S_n .

21. (12分)

设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 分别是椭圆的左、右顶点,直线 l 过

点 $C(6, 0)$,当直线 l 经过点 $D(-2, \sqrt{2})$ 时,直线 l 与椭圆相切.

(1)求椭圆的方程.

(2)若直线 l 与椭圆交于 P, Q (异于 A, B) 两点.

(i)求直线 BP 与 BQ 的斜率之积;

(ii)若直线 AP 与 BQ 的斜率之和为 $-\frac{1}{2}$,求直线 l 的方程.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^{x-1} - \frac{1}{2}x^2 + x - m \ln x$.

(1)求曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程.

(2)若存在 $x_1 \neq x_2$ 使得 $f(x_1) = f(x_2)$,证明:

(i) $m > 0$;

(ii) $2m > e(\ln x_1 + \ln x_2)$.