学校　　班级　　姓名　　考号

密　封　线　内　不　要　答　题

高三备考监测第二次联合考试
数　　学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

4. 本试卷主要考试内容：集合与常用逻辑用语，函数，导数及其应用，三角函数与解三角形，平面向量，数列，不等式，复数，立体几何。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是互相垂直的单位向量，若 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=$　A

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 2

2. 已知全集 $U\subseteq\mathbf{R}$，$\complement_U A=\{1,2\}$，$\complement_U B=\{2,3\}$，且 $A\cup B=\{1,3,4,5\}$，则 $A=$

A. $\{3,5\}$　　B. $\{4,5\}$　　C. $\{3,4\}$　　D. $\{3,4,5\}$

3. "$\omega=2$"是"$y=2\tan(\omega x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$"的　A

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=3$，且 $3a_2$ 是 a_3 和 a_4 的等差中项，则 $a_2=$

A. 8　　B. 6　　C. 3　　D. $\frac{3}{2}$

5. 若"$\exists x\in(0,\pi)$，$\sin 2x-k\sin x<0$"为假命题，则 k 的取值范围为

A. $(-\infty,-2]$　　B. $(-\infty,2]$　　C. $(-\infty,-2)$　　D. $(-\infty,2)$

6. 已知函数 $f(x)=x\ \ +x-1$，若 $f(\lg m)=\frac{1}{9}$，则 $f(\lg\frac{1}{m})=$

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{3}{2}$　　D. $-\frac{5}{2}$

7. 某地由于人们健康水平的不断提高，某种疾病的患病率正以每年 20% 的比例降低。若要求患病率低于当前患病率的$\frac{1}{3}$，则至少需要经过的时间为(参考数据：$\lg 2\approx0.3$，$\lg 3\approx0.48$)　B

A. 4 年　　B. 5 年　　C. 6 年　　D. 7 年

8. 如图，位于贵州黔南的"中国天眼"是具有我国自主知识产权、世界最大单口径、最灵敏的球面射电望远镜，其反射面的形状为球冠，球冠是球面被平面所截后剩下的曲面，截得的圆为球冠的底，与截面垂直的球体直径被截得的部分为球冠的高，设球冠所在球的半径为 R，球冠的高为 h，球冠底面圆的周长为 C。已知球冠的表面积公式

$h=50$

为 $S=2\pi Rh$，若 $S=65000\pi$，$C=500\pi$，则球冠所在球的表面积为 B

A. 1620000π　　B. 1690000π　　C. 1720000π　　D. 1790000π

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 若 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 构成空间的一个基底，则下列向量共面的是

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$　　B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$　　D. $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，$6\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a}$，$-\boldsymbol{c}$

10. 已知曲线 $C_1: y=\cos 2x$，$C_2: y=-\sin(x+\frac{2\pi}{3})$，则下面结论正确的是

A. 把曲线 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2 AC

B. 把曲线 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到曲线 C_2

C. 把曲线 C_1 向左平移 $\frac{7\pi}{12}$ 个单位长度，再把得到的曲线上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，得到曲线 C_2

D. 把曲线 C_1 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，再把得到的曲线上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，最后把得到的曲线向右平移 π 个单位长度，得到曲线 C_2

11. 我国古代著名的数学专著《九章算术》里有一段叙述："今有良马和驽马发长安至齐，良马初日行一百九十三里，日增十三里；驽马初日行九十七里，日减半里. 良马先至齐，复还迎驽马，九日后二马相逢."其大意为今有良马和驽马从长安出发到齐国，良马第一天走 193 里，以后每天比前一天多走 13 里；驽马第一天走 97 里，以后每天比前一天少走 0.5 里. 良马先到齐国，再返回迎接驽马，9 天后两马相遇. 下列结论正确的是 B

A. 长安与齐国两地相距 1530 里 195　　B. 3 天后，两马之间的距离为 328.5 里

C. 良马从第 6 天开始返回迎接驽马　　D. 8 天后，两马之间的距离为 377.5 里

12. 关于函数 $f(x)=\frac{e^x-1}{x+1}$，下列说法不正确的是 2610

A. 当 $x>0$ 或 $x<-1$ 时，$f(x)>0$；当 $-1<x<0$ 时，$f(x)<0$

B. 函数 $y=f(x)$ 在定义域上单调递增 $x\neq-1$

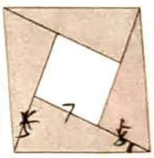
C. 若方程 $f(x)=k$ 恰有两个不同的实数解，则 $k=\frac{e}{2}$ B

D. 若 $f(x)\geq a\ln(x+1)$ 恒成立，则 $a\leq 1$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. $a>0$，$b>0$，若 2 是 a 与 $b+1$ 的等比中项，则 $a+b$ 的最小值为 ▲ .

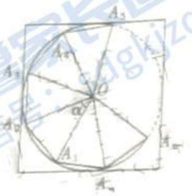
14. 赵爽是我国古代数学家、天文学家，约公元 222 年，赵爽为《周髀算经》一书作序时，介绍了"勾股圆方图"，亦称"赵爽弦图"，它是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形. 如图所示的是一张弦图，已知大正方形的面积为 169，小正方形的面积为 49，若直角三角形较小的锐角为 α，则 $\tan(\alpha+\frac{3\pi}{4})$ 的值为 ▲ . $-\frac{7}{17}$

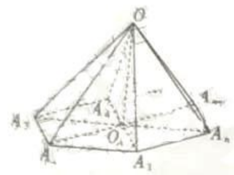


13

15. 设复数 z 满足 $|z|=|z+1|$，且 $\frac{z-1}{z+1}$ 是纯虚数，试写出一个满足条件的复数：$z=$ ▲ $-\frac{1}{2}+\frac{9}{4}i$

16. 如图，某校学生在开展数学建模活动时，用一块边长为 12 dm 的正方形铝板制作一个无底面的正 n 棱锥（侧面为等腰三角形，底面为正 n 边形）道具，他们以正方形的几何中心为圆心，6 dm 为半径画圆，仿照我国古代数学家刘徽的割圆术裁剪出 m 份，再从中取 n 份，并以 O 为正 $n(n\geqslant 3)$ 棱锥的顶点，且 O 落在底面的射影为正 n 边形的几何中心 O_1，$\angle A_1O_1A_2=\frac{2\pi}{n}$，侧面等腰三角形的顶角为 $\angle A_1OA_2=\alpha$，当 $\cos\angle A_1O_1A_2=2\cos\alpha-1$ 时，设正棱锥的体积为 V dm³，则 $\frac{V}{n}$ 的最大值为 ▲ .





四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

在①$\triangle ABC$ 的周长为 6，②$a\sin B=2$，③$ab=4$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中. 若问题中的三角形存在，判断 $\triangle ABC$ 的形状；若问题中的三角形不存在，说明理由.

问题：是否存在 $\triangle ABC$，它的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 a,c,b 成等差数列，$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，______？

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18.（12 分）

根据市场调查，某种商品在最近 30 天内的价格 $f(t)$（单位：元/件）、日销售量 $g(t)$（单位：件）与时间 t（单位：天）的关系分别是 $f(t)=\begin{cases}t+40, & 0\leqslant t<10,\\ \frac{100t}{t+10}, & 10\leqslant t\leqslant 30\end{cases}(t\in\mathbf{N})$，$g(t)=-t+50(0\leqslant t\leqslant 30, t\in\mathbf{N})$.

(1) 求该商品的日销售额 y（单位：元）与时间 t 之间的函数关系式；

(2) 求这种商品的日销售额的最大值.

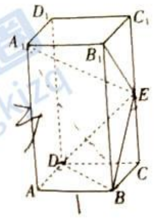
注：日销售额 = 销售量 × 价格.

19.（12 分）

如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=1$，E 为 CC_1 的中点.

（1）当 $AA_1=2$ 时，证明：平面 $BDE\perp$ 平面 A_1B_1E.

（2）当 $AA_1=3$ 时，求 A_1 到平面 BDE 的距离.



20.（12 分）

设函数 $f(x)=m\sin(\omega x+\varphi)$，其中 $m>0,\omega>0,|\varphi|\leq\frac{\pi}{2}$，其图象的两条对称轴间的最短距离是 $\frac{\pi}{2}$，若 $f(x)\geq f(-\frac{\pi}{12})$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，且 $f(-\frac{\pi}{12})=-2$.

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）在锐角△ABC 中，A，B，C 是△ABC 的三个内角，满足 $f(\frac{B}{2})=\sin(A-B)-\sqrt{3}\cos(A-B)$，求 $\frac{\sin C}{\sin B}$ 的取值范围.

21.（12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_1=2,a_n=\frac{2a_{n-1}}{a_{n-1}+4}(n\geq2)$.

（1）证明数列 $\{\frac{1}{a_n}+\frac{1}{2}\}$ 是等比数列，并求出 $\{a_n\}$ 的通项公式.

（2）证明：$2[1-(\frac{1}{2})^n]<S_n<\frac{7}{2}$.　$\frac{2+a_n}{2a_n}$

22.（12 分）

设函数 $f(x)=\ln x-ax+1$.

（1）若 $f(x)\leq0$ 恒成立，求 a 的取值范围.

（2）证明：$(\frac{\ln x}{x}+1)(e^{-x}+1)<\frac{2}{e}+1$.

高三备考监测第二次联合考试
数学参考答案

1. A 【解析】本题考查平面向量的运算，考查运算求解能力.

$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}^2=-2$.

2. D 【解析】本题考查集合的运算，考查运算求解能力.

因为$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U(A\cup B)=\{2\}$，所以$U=\{1,2,3,4,5\}$，则$A=\{3,4,5\}$.

3. A 【解析】本题考查充分必要条件，考查逻辑推理的核心素养.

由$y=2\tan(\omega x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$，可得$\frac{\pi}{|\omega|}=\frac{\pi}{2}$，所以$\omega=\pm2$，所以“$\omega=2$”是“$y=2\tan(\omega x+\frac{\pi}{3})$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$”的充分不必要条件.

4. B 【解析】本题考查等差数列的性质，考查运算求解能力.

因为$a_1=3$，$3a_2$是a_3和a_4的等差中项，所以$18q=3q^2+3q^3$，解得$q=2$或$q=-3$(舍去)，故$a_2=6$.

5. A 【解析】本题考查全称量词，考查逻辑推理的核心素养.

依题意知命题“$\exists x\in(0,\pi)$，$\sin 2x-k\sin x<0$”为假命题，则“$\forall x\in(0,\pi)$，$\sin 2x-k\sin x\geqslant0$”为真命题，所以$2\sin x\cos x\geqslant k\sin x$，则$k\leqslant 2\cos x$，解得$k\leqslant-2$，所以$k$的取值范围为$(-\infty,-2]$.

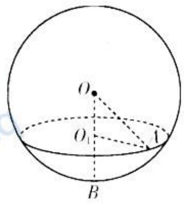
6. D 【解析】本题考查奇函数的性质，考查运算求解能力.

由$f(x)=x^3+x-1$，可得$f(-x)+f(x)=-2$，又$f(\lg m)=\frac{1}{2}$，所以$f(\lg\frac{1}{m})=-\frac{5}{2}$.

7. B 【解析】本题考查函数模型，考查数学建模的核心素养.

假设至少需要经过的时间为x(单位：年)，由题意得$(\frac{4}{5})^x<\frac{1}{3}$，解得$x>\log_{\frac{4}{5}}\frac{1}{3}$. 因为$\log_{\frac{4}{5}}\frac{1}{3}=\frac{-\lg 3}{\lg 4-\lg 5}=\frac{-\lg 3}{2\lg 2-(1-\lg 2)}=\frac{\lg 3}{1-3\lg 2}\approx4.8$，所以$x>4.8$，$x=5$.

8. B 【解析】本题考查球的应用，考查空间想象能力.



如图，点O是球冠所在球的球心，点O_1是球冠底面圆的圆心，点A是球冠底面圆周上一点，线段O_1B是球冠的高.

依题意，OB垂直于球冠底面，显然$O_1B=h$，$OO_1=R-h$，$O_1A=r$.

在$\mathrm{Rt}\triangle OO_1A$中，$OA^2=OO_1^2+O_1A^2$，即$R^2=(R-h)^2+r^2$，整理化简得$R=\frac{h^2+r^2}{2h}$.

所以球冠所在球的半径$R=\frac{h^2+r^2}{2h}$. 因为球冠底面圆的周长$C=500\pi$，所以$r=\frac{C}{2\pi}=250$.

又球冠的表面积公式为$S=2\pi Rh$，且$S=65000\pi$，则$h=\frac{S}{2\pi R}=\frac{32500}{R}$.

因为$R=\frac{h^2+r^2}{2h}$，所以$65000=\frac{32500^2}{R^2}+250^2$，解得$R=650$.

故球O的表面积为$4\pi R^2=4\pi\times650^2=1690000\pi$. 故选B.

9. ABD 【解析】本题考查空间向量的基本定理，考查运算求解能力.

选项A，因为$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+(2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$，所以$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$共面；

选项B，因为$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})-(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$，所以$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}$，$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$共面；

选项D，因为 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，$6\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a}$ 共线，所以 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$，$6\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{c}$ 共面.

10. ACD 【解析】本题考查三角函数图象的平移，考查数形结合的数学思想.

对于选项A，把曲线 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个单位长度，所得曲线对应的函数解析式为 $y=\cos(x-\frac{5\pi}{6})=\cos(x+\frac{2\pi}{3}-\frac{3\pi}{2})=-\sin(x+\frac{2\pi}{3})$，故A正确；

对于选项B，把曲线 C_1 上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，所得曲线对应的函数解析式为 $y=\cos(x-\frac{\pi}{6})=\cos(x+\frac{2\pi}{3}-\frac{5\pi}{6})\neq-\sin(x+\frac{2\pi}{3})$，故B错误；

对于选项C，把曲线 C_1 向左平移 $\frac{7\pi}{12}$ 个单位长度，再把得到的曲线上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，所得曲线对应的函数解析式为 $y=\cos(x+\frac{7\pi}{6})=\cos(x+\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{2})=-\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$，故C正确；

对于选项D，把曲线 C_1 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，再把得到的曲线上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，最后把得到的曲线向右平移 π 个单位长度，所得曲线对应的函数解析式为 $y=\cos(x-\frac{5\pi}{6})=\cos(x+\frac{2\pi}{3}-\frac{3\pi}{2})=-\sin(x+\frac{2\pi}{3})$，故D正确.

11. AB 【解析】本题考查数列的递推关系，考查逻辑推理的核心素养.

设良马第 n 天行走的路程里数为 a_n，驽马第 n 天行走的路程里数为 b_n，则 $a_n=193+13(n-1)$，$b_n=97-\frac{1}{2}(n-1)(n\in\mathbf{N}^*,1\leqslant n\leqslant 9)$. 良马这9天共行走了 $9\times193+\frac{9\times8\times13}{2}=2205$ 里路程，驽马这9天共行走了 $9\times97+\frac{9\times8\times(-\frac{1}{2})}{2}=855$ 里路程，故长安与齐国两地相距 $\frac{2205+855}{2}=1530$ 里，A正确. 3天后，良马共行走了 $3\times(193+13)=618$ 里路程，驽马共行走了 $3\times(97-\frac{1}{2})=289.5$ 里路程，故它们之间的距离为328.5里，B正确. 良马前6天共行走了 $6\times193+\frac{6\times5\times13}{2}=1353$ 里 <1530 里，故良马行走6天还未到达齐国，C不正确. 良马前7天共行走了 $7\times193+\frac{7\times6\times13}{2}=1624$ 里 >1530 里，则良马从第7天开始返回迎接驽马，故8天后，两马之间的距离即两马第9天行走的距离之和，由 $a_9+b_9=193+13\times8+97+(-\frac{1}{2})\times8=390$，知8天后，两马之间的距离为390里.

12. BCD 【解析】本题考查导数的应用，考查数形结合，函数与方程的数学思想.

$f'(x)=\frac{xe^x+1}{(x+1)^2}$. 对于B，设 $h(x)=xe^x+1$，则 $h'(x)=(x+1)e^x$，当 $x>-1$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，$h(x)>h(-1)=-\frac{1}{e}+1>0$，则 $f'(x)>0$，即 $f(x)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增. 当 $x<-1$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递减，$h(x)>h(-1)=-\frac{1}{e}+1>0$，则 $f'(x)>0$，即 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递增. 故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,-1)$，$(-1,+\infty)$. 对于C，可将问题转化为方程 $\frac{e^x\cdot x+1}{(x+1)^2}=k$ 有两个不同的解的问题，即 $e^x\cdot x+1=k(x+1)^2$，根据数形结合，可知切点在第一象限，设切

点为(x_0,y_0),解方程组$\begin{cases} e^{x_0}\cdot x_0+1=k(x_0+1)^2, \\ 2(x_0+1)\cdot k=(x_0+1)\cdot e^{x_0}, \end{cases}$ 消去k,可得$e^{x_0}(x_0^2+1)=2$,可知$k=\frac{e}{2}$不是方程的解. 对于D,当$-1<x<0$,且$a=0$时,$f(x)=\frac{e^x-1}{x+1}\geq a\ln(x+1)$不成立.

13. 3 【解析】本题考查基本不等式,考查运算求解能力.

由题可得$a(b+1)=4$,则$a+b=\frac{4}{b+1}+b=b+1+\frac{4}{b+1}-1\geq 2\sqrt{4}-1=3$,当且仅当$a=2,b=1$时,等号成立.

14. $-\frac{7}{17}$ 【解析】本题考查三角恒等变换,考查运算求解能力.

设直角三角形较短的直角边为x,则较长的直角边为$x+7$.

所以$x^2+(x+7)^2=169$,即$x^2+7x-60=0$,解得$x=5$或$x=-12$(舍去).

直角三角形较小的锐角为α,可得$\tan\alpha=\frac{x}{x+7}=\frac{5}{12}$.

所以$\tan(\alpha+\frac{3\pi}{4})=\frac{\tan\alpha+\tan\frac{3\pi}{4}}{1-\tan\alpha\tan\frac{3\pi}{4}}=\frac{\frac{5}{12}-1}{1+\frac{5}{12}\times 1}=-\frac{7}{17}$.

15. $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$(或$-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$,写对其中一个就得5分) 【解析】本题考查复数的四则运算,考查运算求解能力.

设$z=x+yi(x,y\in\mathbf{R})$. 由$|z|=|z+1|$,可得$x^2+y^2=(x+1)^2+y^2$,解得$x=-\frac{1}{2}$. 又$\frac{z-1}{z+1}$是纯虚数,设$\frac{z-1}{z+1}=ti(t\in\mathbf{R}$且$t\neq 0)$,则$-\frac{3}{2}+yi=-ty+\frac{1}{2}ti$,则$\begin{cases} -\frac{3}{2}=-ty, \\ y=\frac{1}{2}t, \end{cases}$ 解得$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$,所以$z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$或$z=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

16. $9\sqrt{2}$ 【解析】本题考查空间几何体的体积,考查空间想象能力.

设$A_1O_1=b$,由题意,$b^2+b^2-2b^2\cos\frac{2\pi}{n}=6^2+6^2-2\times 6^2\cos\alpha$,$b^2(1-\cos\frac{2\pi}{n})=6^2\times(1-\cos\alpha)$,得$b\sin\frac{\pi}{n}=6\sin\frac{\alpha}{2}$(※),$\frac{V}{n}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times b^2\times\sin\frac{2\pi}{n}\times\sqrt{6^2-b^2}$(#).

将(※)代入(#),可得$\frac{V}{n}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times b^2\times\sin\frac{2\pi}{n}\times\sqrt{6^2-b^2}=72\times\frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\sin^2\frac{\pi}{n}}\times\cos\frac{\pi}{n}\times\sqrt{\sin^2\frac{\pi}{n}-\sin^2\frac{\alpha}{2}}$.

因为$\cos\angle A_1OA_2=2\cos\alpha-1$,所以$\cos\frac{2\pi}{n}=2\cos\alpha-1$,则$\cos^2\frac{\pi}{n}=\cos\alpha$,$\frac{V}{n}=36\times\sqrt{\cos\alpha}\times\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$,

$\frac{V}{n}=36\sqrt{\frac{\cos\alpha-\cos^2\alpha}{2}}$,当$\cos\alpha=-\frac{1}{-1\times 2}=\frac{1}{2}$时,$\frac{V}{n}$取得最大值$9\sqrt{2}$.

17. 解:a,c,b成等差数列,则$a+b=2c$. …………………………………………………………… 1分

选择条件①,

由△ABC的周长为6,得$a+b+c=6$,又$a+b=2c$,则$c=2$,$a+b=4$. …………………………………… 2分

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=(a+b)^2-2ab-2ab\cos C$,则$2ab+2ab\cos C=4^2-2^2=12$,即$ab(1+\cos C)=6$①,

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{3}$，即 $ab\sin C=2\sqrt{3}$②. ………………………… 4 分

$\frac{②}{①}$得$\frac{\sin C}{1+\cos C}=\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………… 6 分

$\frac{2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}}{1+2\cos^2\frac{C}{2}-1}=\tan\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，又 $0<C<\pi$，所以$\frac{C}{2}=\frac{\pi}{6}$，即 $C=\frac{\pi}{3}$. ………………………… 8 分

则 $ab=4$，则 $a=b=c=2$，故$\triangle ABC$ 为等边三角形. ………………………… 10 分

选择条件②，

由 $a\sin B=2$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\sqrt{3}$，得 $c=\sqrt{3}$. ………………………… 3 分

$a+b=2c=2\sqrt{3}\geqslant 2\sqrt{ab}$，则 $ab\leqslant 3$. ………………………… 5 分

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{3}$，则 $ab\sin C=2\sqrt{3}$，又 $\sin C\leqslant 1$，则 $ab\geqslant 2\sqrt{3}$，矛盾， ………………………… 8 分

故不存在这样的$\triangle ABC$. ………………………… 10 分

选择条件③，

由 $ab=4$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{3}$，得 $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又 $0<C<\pi$，所以 $C=\frac{\pi}{3}$或 $C=\frac{2\pi}{3}$. ………………………… 3 分

因为 $a+b=2c$，所以 c 不可能为最大边，故 $C=\frac{\pi}{3}$. ………………………… 4 分

由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，

所以 $c^2=(a+b)^2-2ab-ab$，$c^2=(2c)^2-3ab$，因此 $c^2=ab$. ………………………… 6 分

则 $\cos C=\frac{a^2+b^2-ab}{2ab}=\frac{1}{2}$，$(a-b)^2=0$，所以 $a=b$. ………………………… 8 分

$\triangle ABC$ 为等边三角形. ………………………… 10 分

18. 解：(1) $y=f(t)\cdot g(t)=\begin{cases}-t^2+10t+2000, & 0\leqslant t<10,\\ \frac{100(-t^2+50t)}{t+10}, & 10\leqslant t\leqslant 30\end{cases}$ $(t\in\mathbf{N})$. ………………………… 4 分

(2) 令 $h(t)=\begin{cases}-t^2+10t+2000, & 0\leqslant t<10,\\ \frac{100(-t^2+50t)}{t+10}, & 10\leqslant t\leqslant 30\end{cases}$ $(t\in\mathbf{N})$.

当 $0\leqslant t<10$ 且 $t\in\mathbf{N}$ 时，$h(t)=-t^2+10t+2000=-(t-5)^2+2025$.

故当 $t=5$ 时，$h(t)$取得最大值，即 $h(t)_{\max}=2025$； ………………………… 6 分

当 $10\leqslant t\leqslant 30$ 且 $t\in\mathbf{N}$ 时，

$h(t)=\frac{100(-t^2+50t)}{t+10}=\frac{100[-(t+10)^2+70(t+10)-600]}{t+10}=100[-(t+10)-\frac{600}{t+10}+70]$， ………… 8 分

因为函数 $y=x+\frac{600}{x}$ 在区间$(10,\sqrt{600})$上单调递增，在区间$(\sqrt{600},+\infty)$上单调递减，又当 $10\leqslant t\leqslant 30$ 且 $t\in\mathbf{N}$ 时，$h(14)=2100$，$h(15)=2100$，所以 $h(t)_{\max}=2100$. ………………………… 10 分

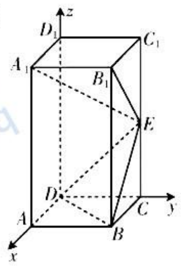
因为 $2025<2100$，因此，这种商品的日销售额的最大值为 2100 元. ………………………… 12 分

19. (1) 证明：当 $AA_1=2$ 时，$B_1E=\sqrt{2}$，$BE=\sqrt{2}$，所以 $B_1E^2+BE^2=BB_1^2$，所以 $B_1E\perp BE$. ………………………… 2 分

又 $A_1B_1\perp$平面 BCC_1B_1，则 $A_1B_1\perp BE$. ………………………… 3 分

因为 $A_1B_1\cap B_1E=B_1$，所以 $BE\perp$平面 A_1B_1E. ………………………… 5 分

又 $BE\subset$ 平面 BDE，所以平面 $BDE\perp$ 平面 A_1B_1E. …………………………………… 6 分



(2)解：以 D 为原点，DA，DC，DD_1 所在直线分别为 x，y，z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$，则 $D(0,0,0)$，$B(1,1,0)$，$A_1(1,0,3)$，$E(0,1,\frac{3}{2})$.

所以 $\overrightarrow{DB}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{DE}=(0,1,\frac{3}{2})$，$\overrightarrow{DA_1}=(1,0,3)$. …………………………… 8 分

设平面 BDE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DB}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x+y=0,\\ y+\frac{3}{2}z=0.\end{cases}$

不妨令 $z=2$，则 $y=-3$，$x=3$，得 $\boldsymbol{n}=(3,-3,2)$. …………………………………… 10 分

故 A_1 到平面 BDE 的距离 $d=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DA_1}|}{|\boldsymbol{n}|}=\frac{9}{\sqrt{22}}=\frac{9\sqrt{22}}{22}$. …………………………………… 12 分

20. 解：(1)函数 $f(x)$ 图象的两条对称轴间的最短距离是 $\frac{\pi}{2}$，所以最小正周期为 π，所以 $\omega=2$. …………… 2 分

因为 $f(x)\geqslant f(-\frac{\pi}{12})$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，且 $f(-\frac{\pi}{12})=-2$，

所以 $m=2$，$-\frac{\pi}{6}+\varphi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$，又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，则 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$. …………………………………… 4 分

所以 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$. …………………………………… 5 分

(2)由 $f(\frac{B}{2})=\sin(A-B)-\sqrt{3}\cos(A-B)$，可得 $2\sin(B-\frac{\pi}{3})=2\sin(A-B-\frac{\pi}{3})$，则 $A=2B$. ……… 7 分

因为△ABC 为锐角三角形，$A=2B$，

所以 $\begin{cases}0<2B<\frac{\pi}{2},\\ 0<B<\frac{\pi}{2},\\ 0<\pi-3B<\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 可得 $\frac{\pi}{6}<B<\frac{\pi}{4}$，…………………………………… 9 分

所以 $\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{\sin 3B}{\sin B}=\frac{3\sin B-4\sin^3 B}{\sin B}=3-4\sin^2 B=4\cos^2 B-1\in(1,2)$. …………………… 12 分

21. 证明：(1)由题意，$\frac{1}{a_n}=\frac{a_{n-1}+4}{2a_{n-1}}=\frac{2}{a_{n-1}}+\frac{1}{2}$，则 $\frac{1}{a_n}+\frac{1}{2}=2(\frac{1}{a_{n-1}}+\frac{1}{2})$，…………………… 2 分

$\{\frac{1}{a_n}+\frac{1}{2}\}$ 是以 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{2}=1$ 为首项，2 为公比的等比数列. …………………………………… 3 分

$\frac{1}{a_n}+\frac{1}{2}=1\times 2^{n-1}$，则 $a_n=\frac{2}{2^n-1}$. …………………………………… 5 分

(2) $a_n=\frac{2}{2^n-1}>\frac{2}{2^n}=(\frac{1}{2})^{n-1}$，$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n>1+\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2+\cdots+(\frac{1}{2})^{n-1}=\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}=2[1-(\frac{1}{2})^n]$. …………………………………… 7 分

当 $n=1$ 时，$S_1<\frac{7}{2}$ 成立；当 $n\geqslant 2$ 时，$2^n>3$，故 $a_n=\frac{2}{2^n-1}<\frac{3}{2^n}$，…………………………… 9 分

$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n<2+\frac{3}{2^2}+\cdots+\frac{3}{2^n}=\frac{1}{2}+\frac{\frac{3}{2}[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}}=\frac{7}{2}-3\times(\frac{1}{2})^n<\frac{7}{2}$. ……………… 11 分

故 $2[1-(\frac{1}{2})^n]<S_n<\frac{7}{2}$. ………………………………………………………………………… 12 分

22. (1)解：$f'(x)=\frac{1}{x}-a=\frac{1-ax}{x}$.

当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)>0$，故 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

取 $x=1$，$f(1)=-a+1\geqslant 1$，不符合题意，舍去. ………………………………………………………… 2 分

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)>0$，得 $0<x<\frac{1}{a}$，令 $f'(x)<0$，得 $x>\frac{1}{a}$.

故 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{a})$ 上单调递增，在 $(\frac{1}{a},+\infty)$ 上单调递减.

当 $x=\frac{1}{a}$ 时，$f(x)$ 取得极大值，即最大值 $f(\frac{1}{a})=\ln\frac{1}{a}$. ………………………………………… 4 分

若 $f(x)\leqslant 0$ 恒成立，则 $\ln\frac{1}{a}\leqslant 0$，解得 $a\geqslant 1$. ……………………………………………………… 5 分

(2)证明：要证 $(\frac{\ln x}{x}+1)(e^{-x}+1)<\frac{2}{e}+1$，即证 $\frac{\ln x}{xe^x}+\frac{1}{e^x}+\frac{\ln x}{x}<\frac{2}{e}$. ……………………… 7 分

设 $h(x)=\frac{\ln x}{x}$，则 $h'(x)=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$，令 $h'(x)>0$，解得 $0<x<e$，令 $h'(x)<0$，解得 $x>e$. 故 $h(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减. 当 $x=e$ 时，$h(x)$ 取得极大值，即最大值 $h(e)=\frac{1}{e}$. 故 $h(x)=\frac{\ln x}{x}\leqslant\frac{1}{e}$. ……………………………………………………………… 9 分

设 $F(x)=x\cdot e^{x-1}-\ln x-x$，则 $F'(x)=e^{x-1}+xe^{x-1}-\frac{1}{x}-1=e^{x-1}(1+x)-\frac{1+x}{x}=(1+x)(e^{x-1}-\frac{1}{x})$.

设 $\varphi(x)=e^{x-1}-\frac{1}{x}$，则 $\varphi'(x)=e^{x-1}+\frac{1}{x^2}>0$，$\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$\varphi(1)=e^{1-1}-1=0$.

当 $x\in(0,1)$ 时，$\varphi(x)<0$；当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$\varphi(x)>0$.

故当 $x\in(0,1)$ 时，$F'(x)<0$，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$F'(x)>0$.

$F(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

故当 $x=1$ 时，$F(x)$ 取得极小值，即最小值 $F(1)=0$，故 $F(x)\geqslant 0$，即 $x\cdot e^{x-1}-\ln x-x\geqslant 0$.

故 $\frac{\ln x}{x\cdot e^x}+\frac{1}{e^x}\leqslant\frac{1}{e}$，当且仅当 $x=1$ 时，等号成立. ………………………………………… 11 分

又 $h(x)=\frac{\ln x}{x}\leqslant\frac{1}{e}$，当且仅当 $x=e$ 时，等号成立. 两个等号不能同时成立，所以 $\frac{\ln x}{x\cdot e^x}+\frac{1}{e^x}+\frac{\ln x}{x}<\frac{2}{e}$. 故 $(\frac{\ln x}{x}+1)(e^{-x}+1)<\frac{2}{e}+1$. …………………………………………………………………… 12 分

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索