

机密★启用前 [考试时间:2023年7月2日下午3:00—5:00]

乐山市高中 2025 届期末教学质量检测

数 学

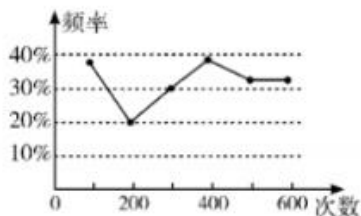
(考试时间:120分钟 试卷总分:150分)

注意事项:

1. 答题前先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上,认真核准准考证号条形码上的以上信息,将条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 请按题号顺序在答题卡上各题目的答题区域内作答,写在试卷、草稿纸和答题卡的非答题区域均无效.
3. 选择题用 2B 铅笔在答题卡上把所选答案的标号涂黑;非选择题用黑色签字笔在答题卡上作答;字体工整,笔迹清楚.
4. 考试结束后,请将试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 关于简单随机抽样,下列说法错误的是
A. 它是从总体中逐个随机抽取
B. 被抽取样本的总体可以是无限的
C. 它是等可能抽取的
D. 样本抽取可以是放回抽样也可以是不放回抽样
2. 已知 $a=(6,3)$, $b=(m,2)$, 且 $a \parallel b$, 则 $m=$
A. 4
B. 2
C. 1
D. -1
3. 若 $z=\frac{2i}{1-i}$, 则 $\bar{z}=$
A. $i-1$
B. $i+1$
C. $1-i$
D. $-1-i$
4. 某同学做“用频率估计概率”的试验时,绘制出统计图如图所示,则符合这一结果的试验最可能的是
A. 抛一枚质地均匀的硬币,正面朝上的概率
B. 掷一枚正六面体的骰子,出现 1 点的概率
C. 从装有 2 个红球和 1 个蓝球的口袋中任取一个球恰好是蓝球的概率
D. 从装有 2 个红球和 1 个蓝球的口袋中任取一个球恰好是红球的概率



高一数学 第 1 页 (共 4 页)

5. 已知 α 是第二象限角, 那么 $\frac{\alpha}{2}$ 是
- A. 第一象限角
B. 第二象限角
C. 第一或第三象限角
D. 第二或第四象限角
6. 下列说法正确的是
- A. 若 $a=b$, 则 $3a>2b$
B. 若 a 和 b 都是单位向量, 则 $a=b$
C. 若 $a\parallel b, b\parallel c$, 则 $a\parallel c$
D. 若 $|a-b|=|a|+|b|$, 则 $a\parallel b$
7. 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \frac{12}{13}$, 则 $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) + \sin(\frac{2\pi}{3} - \alpha) =$
- A. $\frac{7}{13}$
B. $-\frac{17}{13}$
C. $-\frac{7}{13}$
D. $\frac{17}{13}$
8. 将函数 $y=2\sin(x+\frac{\pi}{2})$ 的图象上各点的横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$, 得到函数 $y=f(x)$ 的图象, 若 $f(x)$ 在区间 $[t, t+\frac{\pi}{4}]$ 上的最大值为 M , 最小值为 N , 则 $M-N$ 的最小值为
- A. 1
B. $2-\sqrt{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$
D. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$
- 二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.
9. 下列说法中正确的是
- A. 数据 1, 1, 2, 3, 4, 4 的众数是 1, 4
B. 数据 2, 3, 4, 5, 6, 7 的中位数是 4, 5
C. 一组数据的中位数、众数、平均数可能是同一数
D. 3 个数据的平均数是 5, 另外 4 个数据的平均数是 4, 则这 7 个数据的平均数是 $\frac{3 \times 5 + 4 \times 4}{7}$
10. 有 6 个相同的小球, 分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 从中不放回的随机取两次, 每次取 1 个球, 甲表示事件“第一次取出的球的数字是奇数”, 乙表示事件“第二次取出的球的数字是偶数”, 丙表示事件“两次取出的球的数字之和是奇数”, 丁表示事件“两次取出的球的数字之和是偶数”, 则
- A. 乙发生的概率为 $\frac{1}{2}$
B. 甲与丁相互独立
C. 丙发生的概率为 $\frac{1}{2}$
D. 丙与丁互为对立事件
11. 已知平面向量 a, b, c , 则下列说法正确的是
- A. $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
B. $(a+b) \cdot (a-b) = |a|^2 - |b|^2$
C. 若 $a \cdot c = a \cdot b, a \neq 0$, 则 $b=c$
D. $|a+b| = |a-b|$, 则 $a \perp b$

12. 声音是由于物体的振动产生的能引起听觉的波, 每一个音都是由纯音合成的, 纯音的数学函数为 $y = A \sin \omega x$, 其中 A 影响音的响度和音长, ω 影响音的频率. 响度与振幅有关, 振幅越大, 响度越大; 音调与声波的振动频率有关, 频率低的声音低沉. 平时我们听到的音乐都是由许多音构成的复合音, 假设我们听到的声音函数是 $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \dots + \frac{1}{n} \sin nx (n > 3)$. 则下列说法正确的有
- A. $f(x)$ 是偶函数;
- B. $f(x)$ 的最小正周期可能为 π ;
- C. 若声音甲的函数近似为 $f(x) = \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$, 则声音甲的响度一定比纯音 $h(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ 的响度大;
- D. 若声音乙的函数近似为 $g(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$, 则声音乙一定比纯音 $m(x) = \frac{1}{3} \sin 3x$ 低沉.

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 计算: $|(3-4i)^2| = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}, \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. 王老师为了了解本班学生每周购买零食的支出情况, 利用分层抽样抽取了一个 10 人的样本, 统计结果如下:

| | 人数 | 平均支出(元) | 方差 |
|----|----|---------|----|
| 男生 | 6 | 35 | 6 |
| 女生 | 4 | 40 | 4 |

则该班学生每周购买零食的支出的总方差为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 1, AB = \sqrt{3}$, 且 $\vec{CE} = x\vec{CA}, \vec{CF} = y\vec{CB}$, 其中 $x, y \in (0, 1)$, 且 $x + 4y = 1$, 若 M, N 分别为线段 EF, AB 的中点, 则线段 MN 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

17. (本小题 10 分)

已知 $\tan \alpha = 2$, 计算下列各式的值:

(1) $\frac{2\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - 3\cos \alpha}$;

(2) $\sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)$.

18. (本小题 12 分)

已知向量 a, b , 若 $|a|=1, |b|=2, a \cdot b=1$.

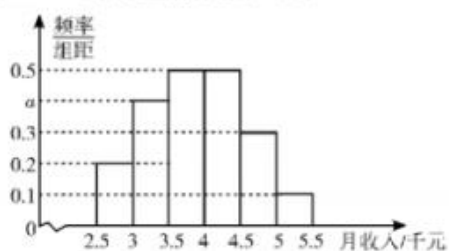
- (1) 求 a 与 b 的夹角 θ ;
- (2) 求 $|a-2b|$ 的值.

19. (本小题 12 分)

某社区就该社区居民的月收入(单位:千元)情况调查了 1000 人, 并根据所得数据画出了样本频率分布直方图, 每个分组包括左端点, 不包括右端点, 如第一组表示月收入在 $[2.5, 3)$ 内.

(1) 为了分析居民的收入与年龄、职业等方面的关系, 按月收入再从这 1000 人中用分层随机抽样的方法抽出 100 人进行下一步分析, 则月收入在 $[3, 3.5)$ 内的应抽取多少人?

- (2) 估计该社区居民的月收入的中位数;
- (3) 假设同组中的数据用该组的中点值代替, 估计该社区居民月收入的平均数.



20. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = 3\sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (1) 求 $y = f(x)$ 的单调增区间;
- (2) 当 $x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}]$ 时, 求 $y = f(x)$ 的值域.

21. (本小题 12 分)

为了庆祝“五四”青年节, 某班组织了一次学生爱国主义知识竞赛, 由甲乙两队参与竞赛, 规定每队 3 人, 每人回答一个问题, 答对得 1 分, 答错得 0 分. 假设甲队每人回答问题正确的概率均为 $\frac{1}{3}$, 乙队每人回答问题正确的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, 且两队各人回答正确与否相互之间没有影响.

- (1) 分别求甲队总得分为 3 分与 1 分的概率;
- (2) 求甲队总得分 2 分且乙队总得分 1 分的概率.

22. (本小题 12 分)

已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $c = \sqrt{3}$, 且 _____.

- (1) 求角 C ;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

在 ① $a^2 + b^2 - ab = 3$, ② $2c \cos C = a \cos B + b \cos A$, 这两个条件中任选一个, 补充在横线上, 并解答.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

设中位数为 x ,

则 $0.1+0.2+0.5 \times (x-3.5)=0.5$, 解得 $x=3.9$,

即该社区居民的月收入的中位数为 3.9 千元.8 分

(3) 样本平均数为:

$$(2.75 \times 0.2 + 3.25 \times 0.4 + 3.75 \times 0.5 + 4.25 \times 0.5 + 4.75 \times 0.3 + 5.25 \times 0.1) \times 0.5 = 3.9$$

\therefore 估计该社区居民月收入的平均数为 3.9 千元.12 分

20. 解: (1) $\because f(x) = 3\sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \sin(2x - \frac{\pi}{6})$,2 分

$$\text{令 } -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}),$$

$$\therefore -\frac{\pi}{6} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}). \dots\dots 4 \text{ 分}$$

\therefore 函数的单调递增区间为 $[-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi] (k \in \mathbb{Z})$6 分

(2) $\because x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}]$, $\therefore 2x - \frac{\pi}{6} \in [\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}]$8 分

$$\therefore \sin(2x - \frac{\pi}{6}) \in [-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]. \dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore f(x) \in [-\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}]. \dots\dots 12 \text{ 分}$$

21. 解: (1) 记“甲队总得分为 3 分”为事件 A , “甲队总得分为 1 分”为事件 B

甲队得 3 分, 即三人都回答正确, 其概率为 $p(A) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$3 分

甲队得 1 分, 即三人中只有 1 人回答正确, 其余两人回答错误.

$$\text{其概率为 } p(A) = \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{3}) + (1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{3}) + (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9}.$$

.....6 分

故甲队总得分为 3 分与 1 分的概率分别为 $\frac{1}{27}, \frac{4}{9}$.

(2) 记“甲队总得分为 2 分”为事件 C , “乙队总得分为 1 分”为事件 D .

事件 C 即甲队有 2 人答对, 其余 1 人答错,

$$\text{则 } p(C) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{3}) + \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{3} + (1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}.$$

.....8 分

事件 D 即乙队只有 1 人答对, 其余 2 人答错,

$$\text{则 } P(D) = \frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) + (1 - \frac{1}{2}) \times \frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{4}) + (1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{4} = \frac{11}{24}.$$

.....10分

由题得事件C与事件D相互独立,

$$\text{所以甲队总得分2分且乙队总得分1分的概率为: } P(CD) = P(C)P(D) = \frac{2}{9} \times \frac{11}{24} = \frac{11}{108}.$$

.....12分

22. 解: (1) 若选①

$$\because a^2 + b^2 - ab = 3, \quad c = \sqrt{3},$$

$$\therefore a^2 + b^2 - ab = c^2. \quad \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\therefore \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\therefore C = \frac{\pi}{3}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

若选②

$$\because 2c \cos C = a \cos B + b \cos A,$$

$$\therefore 2 \sin C \cos C = \sin A \cos B + \sin B \cos A. \quad \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\therefore 2 \sin C \cos C = \sin(A+B) = \sin C. \quad \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\therefore \cos C = \frac{1}{2}, \text{ 则 } C = \frac{\pi}{3}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$(2) \text{ 由正弦定理知: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2. \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore a = 2 \sin A, \quad b = 2 \sin B.$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} ab \sin C = \sqrt{3} \sin A \sin B. \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$\because A+B+C = \pi,$$

$$\therefore \sin B = \sin(A+C) = \sin(A + \frac{\pi}{3}). \quad \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\begin{aligned} \therefore S &= \sqrt{3} \sin A \sin(A + \frac{\pi}{3}) \\ &= \sqrt{3} \sin A (\frac{1}{2} \sin A + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos A) \quad \dots\dots\dots 7 \text{分} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 A + \frac{3}{2} \sin A \cos A$$

$$= \frac{3}{4} \sin 2A - \frac{\sqrt{3}}{4} \cos 2A + \frac{\sqrt{3}}{4} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2A - \frac{\pi}{6}) + \frac{\sqrt{3}}{4} \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$\because 0 < A < \frac{\pi}{2}, 0 < B < \frac{\pi}{2},$$

$$\therefore \frac{\pi}{6} < A < \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

$$\therefore \frac{\pi}{6} < 2A - \frac{\pi}{6} < \frac{5\pi}{6}.$$

$$\therefore \sin(2A - \frac{\pi}{6}) \in (\frac{1}{2}, 1]. \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

$$\therefore S \in (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{4}]. \dots\dots\dots 12 \text{分}$$



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

