

贵阳市五校 2022 届高三年级联合考试 (一)

文科数学参考答案

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	B	D	C	D	D	A	B	D	C	A

【解析】

1. 在 B 中, $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$, $\therefore A \cap B = \{x | 1 < x < 2\}$, 故选 B.

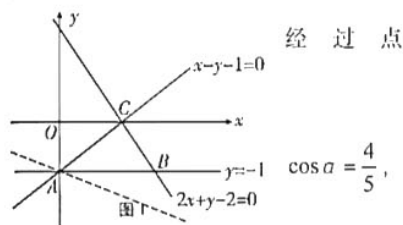
2. $z = 1 + \frac{2}{1+i} = 1 + \frac{2(1-i)}{2} = 2-i$, $\therefore |z| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$, 故选 A.

3. 由题可得其可行域为如图 1, $z = x + 2y \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{z}{2}$, 当 l

$A(0, -1)$ 时, z 取得最小值, $\therefore z_{\min} = 0 + 2(-1) = -2$, 故选 B.

4. 由 $\cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{5}$, 可得 $\sin a = -\frac{3}{5}$, 又因 $-\frac{\pi}{2} < a < 0$, 则

所以 $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = -\frac{3}{4}$, 故选 D.



5. 由直方图估计样本平均值为 $57.5 \times 0.15 + 62.5 \times 0.25 + 67.5 \times 0.3 + 72.5 \times 0.2 + 77.5 \times 0.1 = 66.75$, 故 C 错误, 故选 C.

6. 双曲线 C 的一条渐近线为 $\sqrt{3}x - y = 0$, 在圆 M 中, 圆心 $M(2, 0)$, 半径 $r = 2$. 圆心到渐近线的距离 $d = \frac{|2\sqrt{3} - 0|}{2} = \sqrt{3}$, 由垂径定理得 $|AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{2^2 - 3} = 2$, 故选 D.

7. 按循环结构中, 每一次循环得情况为: $S = 11, n = 9$; $S = 20, n = 8$; $S = 28, n = 7$, 退出循环时, $n = 7$, 即 $n = 8$ 满足循环条件, 但 $n = 7$ 不满足条件, 所以条件为 $n > 7$, 故选 D.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{3^2 + 4^2 - \sqrt{13}^2}{2 \times 3 \times 4} = \frac{1}{2}$, 在 $\triangle ABD$ 中, $|BD| = \sqrt{3^2 + 2^2 - 2 \times 3 \times 2 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{7}$, 故选 A.

9. 根据三视图知该几何体是一个四棱锥, 底面为矩形, 一条侧棱与底面垂直. 因此可以将其补形为一个长方体, 则该四棱锥的外接球也就是长方体的外接球, 故 $2R = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2} = 2\sqrt{6}$, 所以 $R = \sqrt{6}$, 所以 $S = 4\pi R^2 = 24\pi$, 故选 B.

10. 因为 $2 < 2.5 < 4$, $3 < 3.5 < 9$, 所以 $1 < a < 2$, $1 < b < 2$, $c = 2^{1.5} > 2$, 所以 a 最大, 故排除 A, B; 设

$$y = \log_2\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{\ln(x+0.5)}{\ln 2}, \quad x > 1 \quad \text{则} \quad y' = \frac{\frac{1}{x+0.5} \ln 2 - \frac{1}{x} \ln(x+0.5)}{(\ln 2)^2} =$$

$\frac{\ln x^x - \ln(x+0.5)^{(x+0.5)}}{x(x+0.5)(\ln x)^2}$, 因为 $x > 1$, 所以 $x^x < (x+0.5)^{(x+0.5)}$, 所以 $\ln x^x - \ln(x+0.5)^{(x+0.5)} < 0$, 所以 $f(x)$ 在

$(1, +\infty)$ 上单调递减. 所以 $f(2) > f(3)$, 即 $a > b$, 所以 $b < a < c$, 故选 D.

11. 取直线 AB 为旋转轴, 设 $OG = x$, 由帕普斯得定理知 $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{2}\pi R^2 \cdot 2\pi \cdot x$, 所以 $x = \frac{12}{\pi}$ cm, 即

$OG = \frac{12}{\pi}$ cm, 故选 C.

12. 在 $f(x)$ 中, 定义域 \mathbf{R} 关于原点对称, 且 $f(-x) = \frac{4 \cdot (-x)}{(-x)^2 + 1} = -\frac{4x}{x^2 + 1} = -f(x)$, 所以 $f(x)$ 为奇函数, 其图

象关于原点对称, 故①正确. ②错误: $\forall x \in \mathbf{R}, m > f(x) \Leftrightarrow m \geq f(x)_{\max}$, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) \leq 0$; 当 $x > 0$

时, $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1} = \frac{4}{x + \frac{1}{x}} \leq \frac{4}{2\sqrt{1}} = 2$, 当且仅当 $x = \frac{1}{x}$, 即 $x = 1$ 时, 上式等号成立, 故 $f(x)_{\max} = 2$, 所

以 $m \geq 2$, 所以 $m_{\min} = 2$, 所以③正确, 故选 A.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

题号	13	14	15	16
答案	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$2\sqrt{2} - 2$	①②

【解析】

13. 设 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 θ , 由题可得 $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 2|\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \cos\theta + |\vec{b}|^2$

$= 0$. 因为 $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, 可求得 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影 $|\vec{a}| \times \cos\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

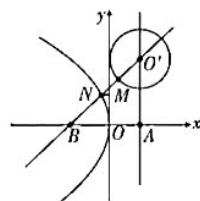
14. 因为 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 为等差数列, 则有 $a_3 + a_9 = 2a_6 = 3$, $b_3 + b_7 = 2b_5 = 6$. $S_{11} = 11a_6$, $T_{11} = 11b_5$, 所以

$$\frac{S_{11}}{T_{11}} = \frac{11a_6}{11b_5} = \frac{a_6}{b_5} = \frac{1}{2}.$$

15. 如图 2, 由抛物线方程 $y^2 = -4x$, 知其焦点坐标为 $B(-1, 0)$, 准线

$x = 1$, 可求得. 连接 $O'B$ 交圆 O' 于 M 点, 交抛物线于 N 点, 此时

最小, 利用两点距离公式可求得 $|O'B| = 2\sqrt{2}$, $|MN| + m = 2\sqrt{2} - 2$.



方程为

$|MN| + m$ 最

16. 如图 3, ①连接 EF, BD, B_1D_1 , 则由正方体的性质可知, $EF \perp$ 平

面 BDD_1B_1 .

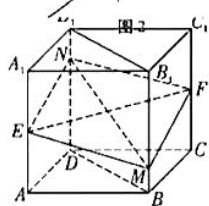


图 3

所以平面 $MENF \perp$ 平面 BDD_1B_1 , 所以①正确; ②连接 MN , 因为 $EF \perp$ 平面 BDD_1B_1 , 所以 $EF \perp MN$, 所以四边形 $MENF$ 是菱形. $S = \frac{1}{2} \times EF \times MN$, 四边形 $MENF$ 的对角线 EF 是固定的, $|MN| = \sqrt{(1-2x)^2 + 2}$, 所以当且仅当 $x = \frac{1}{2}$ 时, 四边形 $MENF$ 的面积最小, 故②正确; ③因为 $EF \perp MN$, 所以四边形 $MENF$ 是菱形. 当 $x \in [0, \frac{1}{2}]$ 时, EM 的长度由大变小. 当 $x \in [\frac{1}{2}, 1]$ 时, EM 的长度由小变大. 所以函数 $L = f(x)$, $x \in [0, 1]$ 不单调. 所以③错误; ④四棱锥则分割为两个小三棱锥, 它们以 C_1EF 为底, 以 M, N 分别为顶点的两个小棱锥 $M-C_1EF, N-C_1EF$. 因为三角形 C_1EF 的面积是个常数. M, N 到平面 C_1EF 的距离是个常数, 所以四棱锥 C_1-MENF 的体积 $V = h(x)$ 为常值函数, 所以④错误.

三、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

解: (1) 选择①: $\because S_n = \frac{n(n+3)}{2}$, \therefore 可推得 $\{a_n\}$ 是公差 $d=1, a_1=2$ 的等差数列,

$a_n = n+1, \therefore b_n = 2^n$ (6分)

选择②: \because 对任意 $n > 1$ 满足 $S_n - 1 = S_{n-1} + a_{n-1}$; $\therefore a_n - a_{n-1} = 1$,

\therefore 数列 $\{a_n\}$ 是公差为 1 的等差数列, $\therefore a_n = a_2 + (n-2)d = n+1, \therefore b_n = 2^n$.

..... (6分)

选择③: $\because \{a_n\}$ 是等差数列且 $a_2 = 3$,

$3a_1 + a_4 = 11, \therefore \begin{cases} a_2 = a_1 + d = 3, \\ 3a_1 + a_4 = 4a_1 + 3d = 11, \end{cases} \therefore a_1 = 2, d = 1,$

$a_n = n+1, \therefore b_n = 2^n$ (6分)

(2) 设 $c_n = (a_n - 1)b_n = n \cdot 2^n$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ,

则 $T_n = 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + (n-1) \cdot 2^{n-1} + n \cdot 2^n$,

那么有 $2T_n = 1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4 + \dots + (n-1) \cdot 2^n + n \cdot 2^{n+1}$,

故上面两式错位相减相消得 $-T_n = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n - n \cdot 2^{n+1}$,

化简得 $T_n = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2$ (12分)

18. (本小题满分 12 分)

解: (1) 由题意可知, $\frac{k+1}{10} = 50\%$, 解得 $k = 4$, 即 $0 \sim 4$ 表示下雨, $5 \sim 9$ 表示不下雨.

..... (3 分)

所给的 20 组数据中 714, 740, 491, 272, 073, 445, 435, 027, 共 8 组表示 3 天中恰好有 2 天下雨,

故所求的概率为 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ (6 分)

(2) 由题中所给的数据可得 $\bar{t} = 3$, $\bar{y} = 25$,

$$\text{所以 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = \frac{-16}{10} = -\frac{8}{5}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t} = 25 - \left(-\frac{8}{5}\right) \times 3 = \frac{149}{5},$$

所以回归方程为 $\hat{y} = -\frac{8}{5}t + \frac{149}{5}$, 当 $t = 7$ 时, $\hat{y} = -\frac{8}{5} \times 7 + \frac{149}{5} = \frac{93}{5}$.

..... (10 分)

所以该地区 2022 年端午节有降雨的话, 降雨量约为 $\frac{93}{5}$ mm. (12 分)

19. (本小题满分 12 分)

(1) 证明: 因为 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 是长方体, 所以 $B_1C_1 \perp$ 侧面 A_1B_1BA ,

而 $BE \subset$ 平面 A_1B_1BA , 所以 $BE \perp B_1C_1$,

在三角形 $\triangle BEB_1$ 中, $BE = \sqrt{2}$, $B_1E = \sqrt{2}$, $BB_1 = 2$,

所以 $BE^2 + B_1E^2 = BB_1^2$, 所以 $BE \perp B_1E$,

又 $B_1C_1 \cap B_1E = B_1$, $B_1C_1, B_1E \subset$ 平面 EB_1C_1 , 因此 $BE \perp$ 平面 EB_1C_1 .

..... (6 分)

(2) 解: 由 (1) 可知 $BE \perp B_1C_1$, 所以 $S_{\triangle B_1EC_1} = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

又 $BE \perp$ 平面 EB_1C_1 , 所以 $V_{E-B_1C_1} = V_{B_1-EC_1} = \frac{1}{3} \times BE \times S_{\triangle B_1EC_1} = \frac{1}{3} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{3}$.

..... (12 分)

20. (本小题满分 12 分)

(1) 解: 定义域: $(0, +\infty)$,

$$\therefore f'(x) = \frac{a}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{ax-1}{x^2}, \therefore k = f'(1) = a-1=1 \Rightarrow a=2,$$

当 $a=2$ 时, $f'(x) = \frac{2x-1}{x^2}$; 当 $0 < x < \frac{1}{2}$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $f'(x) > 0$,

所以 $f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{2})$ 上单调递减, 在 $(\frac{1}{2}, +\infty)$ 上单调递增;

$$f(x)_{\text{最小值}} = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\ln\frac{1}{2} + 2 = 2(1 - \ln 2), \text{ 无极大值. } \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

(2) 证明: 由 (1) 知 $f(x) = 2\ln x + \frac{1}{x}$,

$$\text{令 } g(x) = 2\ln x + \frac{1}{x} - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2},$$

$$\text{则 } g'(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} - x = \frac{2x-1-x^3}{x^2} = \frac{(x-1)[1-x(x+1)]}{x^2},$$

$$\because x \geq 1, \therefore x(x+1) > 1, \therefore 1-x(x+1) < 0,$$

$\therefore g'(x) \leq 0$, 即 $g(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减,

$$\therefore g(x) \leq g(1) = 0,$$

$$\therefore \text{当 } x \geq 1 \text{ 时, } f(x) \leq \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}. \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

21. (本小题满分 12 分)

(1) 解: 由题意得 $|MF_1| + |MF_2| = |PF_1| + |PF_2| = 4$, 则动点 M 的轨迹为椭圆, 焦点在 x 轴上,

$$\text{可设为 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad a=2, c=\sqrt{3}, b=1,$$

$$\text{故动点 } M \text{ 的轨迹方程为 } \frac{x^2}{4} + y^2 = 1. \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

(2) 证明: 设直线 PA 与直线 PB 的斜率为 k_1, k_2 . 如果直线 l 与 x 轴垂直, 设 $l: x=t$,

$$\text{由题设可得 } t \neq 0, \text{ 且 } |t| < 2, \text{ 可得 } A, B \text{ 的坐标分别为 } \left(t, \frac{\sqrt{4-t^2}}{2}\right), \left(t, -\frac{\sqrt{4-t^2}}{2}\right).$$

$$\text{则 } k_1 + k_2 = \frac{\sqrt{4-t^2}-2}{2t} - \frac{\sqrt{4-t^2}+2}{2t} = -1, \text{ 得 } t=2, \text{ 不符合题设.}$$

从而可设直线 $l: y = kx + m (m \neq 1)$, 将 $y = kx + m (m \neq 1)$ 代入 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$,

得 $(4k^2 + 1)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 4 = 0$, 由题意可得 $\Delta = 16(4k^2 - m^2 + 1) > 0$,

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = -\frac{8km}{4k^2 + 1}, x_1x_2 = \frac{4m^2 - 4}{4k^2 + 1}$,

$$\begin{aligned} \text{而 } k_1 + k_2 &= \frac{y_1 - 1}{x_1} + \frac{y_2 - 1}{x_2} = \frac{kx_1 + m - 1}{x_1} + \frac{kx_2 + m - 1}{x_2} \\ &= \frac{2kx_1x_2 + (m-1)(x_1 + x_2)}{x_1x_2}, \end{aligned}$$

由题意得 $k_1 + k_2 = -1$, 故 $(2k + 1)x_1x_2 + (m - 1)(x_1 + x_2) = 0$,

$$\text{即 } (2k + 1)\frac{4m^2 - 4}{4k^2 + 1} + (m - 1)\frac{-8km}{4k^2 + 1} = 0, \text{ 解得 } k = -\frac{m + 1}{2}.$$

当且仅当 $m > -1$ 时, $\Delta > 0$, 欲使 $l: y = -\frac{m + 1}{2}x + m$, 即 $y + 1 = -\frac{m + 1}{2}(x - 2)$,

所以 l 过定点 $(2, -1)$ (12分)

22. (本小题满分 10 分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

解: (1) 曲线 C_1 的普通方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$,

曲线 C_2 的直角坐标方程为 $y - 5x - 1 = 0$,

$$\text{联立 } \begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \\ y - 5x - 1 = 0, \end{cases} \text{ 消 } y \text{ 得到 } 101x^2 + 40x = 0, \text{ 解得 } x_1 = 0, x_2 = -\frac{40}{101},$$

故 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标为 $(0, 1), \left(-\frac{40}{101}, -\frac{99}{101}\right)$ (5分)

(2) 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{4}{\cos^2\theta + 4\sin^2\theta}$,

令 $M(\rho_1, \theta_1), N\left(\rho_2, \theta_1 + \frac{\pi}{2}\right)$,

$$\begin{aligned} \text{则 } \frac{1}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2} &= \frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2} \\ &= \frac{\cos^2\theta_1 + 4\sin^2\theta_1}{4} + \frac{\cos^2\left(\theta_1 + \frac{\pi}{2}\right) + 4\sin^2\left(\theta_1 + \frac{\pi}{2}\right)}{4} \end{aligned}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta_1 + 4\sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 + 4\cos^2 \theta_1}{4}$$

$$= \frac{5\cos^2 \theta_1 + 5\sin^2 \theta_1}{4} = \frac{5}{4}.$$

即 $\frac{1}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2}$ 的值为 $\frac{5}{4}$ (10分)

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

解: (1) 当 $m = 1$ 时, $f(x) = |x-3| + |x+1|$.

当 $x \leq -1$ 时, $f(x) = -x+3-x-1 = -2x+2 \geq 6 \Rightarrow x \leq -2$, 所以 $x \leq -2$;

当 $-1 < x < 3$ 时, $f(x) = -x+3+x+1 = 4 \geq 6$, 不成立;

当 $x \geq 3$ 时, $f(x) = x-3+x+1 = 2x-2 \geq 6 \Rightarrow x \geq 4$, 所以 $x \geq 4$,

所以, 综上所述, 所求解集为 $\{x | x \geq 4 \text{ 或 } x \leq -2\}$ (5分)

(2) 要求 $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x) < 2m$, m 的取值范围,

可先求 $\forall x \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x) \geq 2m$ 时, m 的取值范围,

$$\forall x \in \mathbf{R}, f(x) = |x-3| + |x+m| \geq |x-3-(x+m)| = |-3-m| \geq 2m,$$

当 $m < 0$ 时, $|-3-m| \geq 2m$ 恒成立;

当 $m \geq 0$ 时, $m \leq 3$,

综上, $\forall x \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x) \geq 2m$ 时, m 的取值范围为 $(-\infty, 3]$,

故 $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $f(x) < 2m$ 时, m 的取值范围为 $(3, +\infty)$ (10分)

24. (本小题满分 10 分)

(1) 解: $\because (c-2b)\cos A + a\cos C = 0$,

由正弦定理有: $\sin C \cos A - 2\sin B \cos A + \sin A \cos C = 0$,

$$\sin C \cos A + \sin A \cos C = 2\sin B \cos A,$$

$$\sin(A+C) = 2\sin B \cos A, \quad \sin B = 2\sin B \cos A, \quad \text{则 } \cos A = \frac{1}{2},$$

因为 $A \in (0, \pi)$, 所以 $A = \frac{\pi}{3}$ (5分)

(2) 证明: 因为 $A = \frac{\pi}{3}$, 所以 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2}$, 即 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$,

又因为 $\sqrt{3}(c-b) = a$, 可得 $b^2 + c^2 - 3(c-b)^2 = bc$,

$$\text{即 } 2b^2 + 2c^2 - 5bc = 0, \text{ 即 } (c-2b)(2c-b) = 0, \text{ 而 } b < c, \text{ 解得 } c = 2b,$$

所以 $a = \sqrt{3}b$,

$$\text{故 } c^2 = a^2 + b^2,$$

即 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 得证. (10分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》