

质检联盟 2023~2024 学年高二(上)第一次月考

数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版选择性必修第一册第一、二章。

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 下列直线方程是两点式方程的是

A. $y=kx+b$

B. $y-y_0=k(x-2x_0)$

C. $\frac{x}{a}+\frac{y}{2b}=1$

D. $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1} (x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2)$

2. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,以某个点作为坐标原点建立空间直角坐标系,则点 A, C_1 的坐标可能为

A. $A(0,0,0), C_1(2,0,2)$

B. $A(2,0,0), C_1(2,2,2)$

C. $A(0,-1,0), C_1(2,1,2)$

D. $A(0,0,-2), C_1(2,2,2)$

3. 点 $A(2,3)$ 到直线 $3x-4y-11=0$ 的距离为

A. $\frac{17}{5}$

B. $\frac{17}{25}$

C. $\frac{7}{5}$

D. $\frac{7}{25}$

4. 若 $\{a, b, c\}$ 构成空间的一个基底,则下列向量不共面的是

A. $a-b, a+b-c, 2a-c$

B. $a-b, a+b-c, a+4b-3c$

C. $a-b, a+b-c, 2b-c$

D. $a-b, a+b-c, 5a+b-3c$

5. 已知圆 $M:(x+1)^2+(y-2a)^2=(\sqrt{2}-1)^2$ 与圆 $N:(x-a)^2+y^2=(\sqrt{2}+1)^2$ 相交,则 a 的取值范围是

A. $(-1,1)$

B. $(-\frac{7}{5}, 0) \cup (\frac{2}{3}, 1)$

C. $(-1, \frac{3}{5})$

D. $(-\frac{7}{5}, -1) \cup (\frac{3}{5}, 1)$

6. 一条光线从点 $P(5,8)$ 射出,与 x 轴相交于点 $Q(-1,0)$,则反射光线所在直线在 y 轴上的截距为

A. $-\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $-\frac{4}{3}$

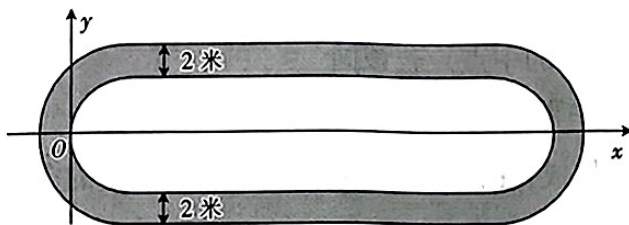
D. $\frac{4}{3}$

7. 某学校塑胶跑道的宽为 2 米,以跑道最左侧内轮廓半圆弧的中点为坐标原点 O ,建立如图所示的直角坐标系,跑道内轮廓上半部分图象对应的函数解析式为 $y =$

$$\begin{cases} \sqrt{72x-x^2}, 0 \leq x < 36, \\ 36, 36 \leq x < 236-36\pi, \\ \sqrt{1296-(x+36\pi-236)^2}, 236-36\pi \leq x \leq 272-36\pi, \end{cases}$$

跑道由两个半圆环和两个矩形组成,

现需要重新翻新塑胶跑道,每平方米的价格为 100 元,则翻新跑道共需要投入的资金为



A. $(0.4\pi+8)$ 万元

B. $(0.04\pi+8)$ 万元

C. $(0.4\pi+6)$ 万元

D. $(0.04\pi+6)$ 万元

8. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为菱形, $PB \perp$ 底面 $ABCD$, $AC=8$, $BD=PB=4$, E 为棱 PB 的中点, F 为线段 CE 的中点,则点 F 到平面 PAD 的距离为

A. $\frac{5}{3}$

B. $\frac{7}{3}$

C. 2

D. $\frac{5}{2}$

二、选择题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 若直线 l 的斜率为 $m^2-\sqrt{3}$,则直线 l 的倾斜角可能为

A. $\frac{4\pi}{9}$

B. $\frac{5\pi}{9}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{7\pi}{9}$

10. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,若 $A(1,2,3)$, $B(2,-1,0)$, $C(-1,2,0)$, D 四点可以构成一个平行四边形,则 D 的坐标可以为

A. $(0,-1,-3)$

B. $(-2,5,3)$

C. $(4,-1,3)$

D. $(3,-2,0)$

11. 在正四面体 $ABCD$ 中, M,N 分别是 AD,BC 的中点, $AB=2\sqrt{6}$,则

A. $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB} = 24$

B. $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AB} = 12$

C. $\langle \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{CD} \rangle > \frac{\pi}{3}$

D. 异面直线 MN 与 BD 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$

12. 一个小岛的周围有环岛暗礁,暗礁分布在以小岛中心为圆心、半径为 20 km 的圆形区域内.已知小岛中心位于轮船正西 25 km 处,为确保轮船没有触礁危险,则该轮船的行驶路线可以是

A. 南偏西 45° 方向

B. 南偏西 30° 方向

C. 北偏西 30° 方向

D. 北偏西 25° 方向

三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 若直线 $x+6y-1=0$ 与直线 $mx+2y-7=0$ 垂直,则 $m = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

14. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, $\overrightarrow{AB} = (2,1,0)$, $\overrightarrow{AC} = (1,1,\sqrt{2})$,则点 B 到直线 AC 的距离为

$\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

15. 写出一个既与 y 轴相切又与直线 $x + \sqrt{3}y = 0$ 相切的圆的标准方程: .

16. “十字贯穿体”是学习素描时常用的几何体实物模型,图 1 是某同学绘制“十字贯穿体”的素描作品. “十字贯穿体”是由两个完全相同的正四棱柱“垂直贯穿”构成的多面体,其中一个四棱柱的每一条侧棱分别垂直于另一个四棱柱的每一条侧棱,两个四棱柱分别有两条相对的侧棱交于两点,另外两条相对的侧棱交于一点(该点为所在棱的中点). 若该同学绘制的“十字贯穿体”由两个底面边长为

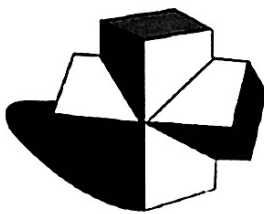


图 1

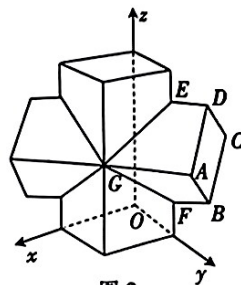


图 2

2, 高为 $4\sqrt{2}$ 的正四棱柱构成,在其直观图中建立如图 2 所示的空间直角坐标系 $Oxyz$,则点 C 的坐标为 .

四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知点 $M(2, -1), N(4, 5)$.

(1) 求圆心为点 M , 且过点 N 的圆的标准方程;

(2) 求过点 M 且与直线 $3x + y - 1 = 0$ 平行的直线方程(结果用一般式方程表示).

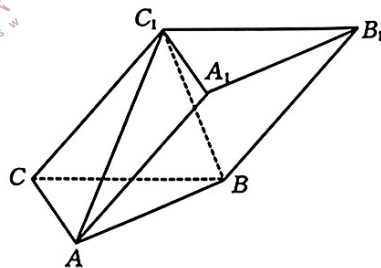
18. (12 分)

在如图所示的斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $BC = BA = BB_1 = 3$.

(1) 设 $\vec{BA} = \mathbf{a}, \vec{BC} = \mathbf{b}, \vec{BB}_1 = \mathbf{c}$, 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示 \vec{BC}_1, \vec{AC}_1 ;

(2) 若 $\cos \angle ABC = \frac{2}{3}, \cos \angle ABB_1 = \cos \angle CBB_1 = -\frac{1}{3}$,

求 AC_1 的长.



19. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 点 B 的坐标为 $(-3, -3)$, 点 C 的坐标为 $(3, -1)$, BC 边上的中线所在直线的方程为 $3x - y - 2 = 0$, 直线 AC 的倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$.

(1) 求点 A 的坐标;

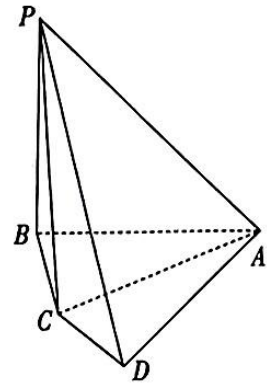
(2) 过点 A 的直线 l 与 x 轴的正半轴、 y 轴的正半轴分别交于 M, N 两点, 求 $\triangle MON$ (O 为坐标原点) 面积的最小值.

20. (12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PB \perp$ 平面 $ABCD$, $PB=AC=AD=2$, $PA=3BC=3$.

(1)证明:平面 $PAC \perp$ 平面 PBC .

(2)若 $AD \perp AB$,求平面 PBC 与平面 PAD 夹角的余弦值.



21. (12分)

已知圆 $C: x^2 + (\lambda - 2)x + y^2 + 2\lambda y + 1 - \lambda = 0$.

(1)证明:圆 C 过定点.

(2)当 $\lambda = 2$ 时,求直线 $y = x$ 被圆 C 截得的弦长.

(3)当 $\lambda = 2$ 时,若直线 $l: y = kx - 1$ 与圆 C 交于 M, N 两点,且 $\vec{OM} \cdot \vec{ON} < -2$,其中 O 为坐标原点,求 k 的取值范围.

22. (12分)

如图, A, B, C 为圆柱底面圆周上三个不同的点, AA_1, BB_1, CC_1 分别为半圆柱的三条母线,且 C 是 \widehat{AB} 的中点, O, E 分别为 AB, BB_1 的中点.

(1)证明: $A_1C_1 \parallel$ 平面 ACE .

(2)若 $AA_1 = 4AB = 8$, F 是 $\widehat{A_1B_1}$ 上的动点(含弧的端点),求 OF 与平面 ACE 所成角的正弦值的最大值.

