

2021年高考统一模拟检测

数学试题

2021.05

本试题卷共 7 页，22 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 A, B 均为 \mathbb{R} 的子集，且 $A \cap (\mathbb{C}_{\mathbb{R}} B) = A$ ，则下面选项中一定成立的是

- A. $B \subseteq A$ B. $A \cup B = \mathbb{R}$ C. $A \cap B = \emptyset$ D. $A = \mathbb{C}_{\mathbb{R}} B$

2. 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(2, 3^2)$ ， $P(\xi < 3 - 5a) = P(\xi > 2a + 1)$ ，则实数 a 等于

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 在平面直角坐标系中，直线 l 为双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的一条渐近线，则

- A. 直线 l 与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ 相交 B. 直线 l 与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ 相切
B. 直线 l 与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 相离 D. 直线 l 与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 相切

数学试题 第 1 页 共 7 页

4. 我国魏晋时期著名的数学家刘徽在《九章算术注》中提出了“割圆术——割之弥细，所失弥少，割之又割，以至不可割，则与圆周合体而无所失矣”。也就是利用圆的内接多边形逐步逼近圆的方法来近似计算圆的面积。如图 $\odot O$ 的半径为1，用圆的内接正六边形近似估计，则 $\odot O$ 的面积近似为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，若我们运用割圆术的思想进一步得到圆的内接正二十四边形，

以此估计， $\odot O$ 的面积近似为

- A. $\frac{3(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}$
 B. $\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}$
 C. $3(\sqrt{6}-\sqrt{2})$
 D. $3(\sqrt{6}+\sqrt{2})$



5. 已知数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$ ， $a_n + b_n = 1$ ， $b_{n+1} = \frac{b_n}{1-a_n^2}$ ，则 $b_{2021} =$

- A. $\frac{2021}{2020}$ B. $\frac{2020}{2021}$ C. $\frac{2021}{2022}$ D. $\frac{2022}{2021}$

6. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱长为2，点 P 在矩形 ACC_1A_1 区域（包含边界）内运动，且 $\angle PBD = 45^\circ$ ，则动点 P 的轨迹长度为

- A. π B. $\sqrt{2}\pi$ C. 2π D. $2\sqrt{2}\pi$

7. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 的图象连续不断，有下列四个命题：

甲： $f(x)$ 是奇函数；

乙： $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称；

丙： $f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上单调递减；

丁：函数 $f(x)$ 的周期为2.

如果只有一个假命题，则该命题是

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

8. 在平面直角坐标系中, 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 抛物线 $Z: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点恰为 F_2 , 点 P 是双曲线 C 和抛物线 Z 的一个交点, 且 $|PF_2| = |F_1F_2|$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\sqrt{2} + 1$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知复数 $z = \sqrt{3} + i$ (i 为虚数单位), \bar{z} 为 z 的共轭复数, 若复数 $z_0 = \frac{\bar{z}}{z}$, 则下列结论正确的是

- A. z_0 在复平面内对应的点位于第四象限 B. $|z_0| = 1$

- C. z_0 的实部为 $\frac{1}{2}$ D. z_0 的虚部为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 已知函数 $f(x) = (2 \cos^2 \omega x - 1) \sin 2\omega x + \frac{1}{2} \cos 4\omega x$ ($\omega > 0$), 则下列说法正确的是

- A. 若 $f(x)$ 的两个相邻的极值点之差的绝对值等于 $\frac{\pi}{4}$, 则 $\omega = 2$

- B. 当 $\omega = \frac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最小值为 $-\frac{1}{2}$

- C. 当 $\omega = 1$ 时, $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4}, 0]$ 上单调递增

- D. 当 $\omega = 1$ 时, 将 $f(x)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度得到 $g(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(4x - \frac{\pi}{4})$ 的图象

11. 下列不等式成立的是

- A. $\log_2(\sin 1) > 2^{\sin 1}$

- B. $(\frac{1}{\pi})^2 < \pi^{\frac{1}{2}}$

- C. $\sqrt{7} - \sqrt{5} < \sqrt{6} - 2$

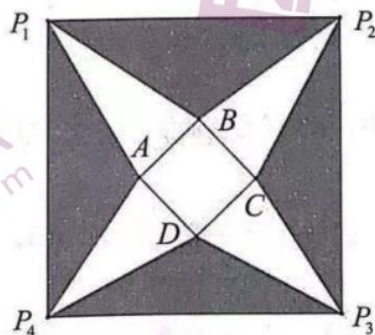
- D. $\log_4 3 < \log_6 5$

12. 已知函数 $f(x) = x \cos x + \sin x$ 在区间 $(-n\pi, n\pi) (n \in \mathbb{N}^*)$ 上的零点个数为 a_n , 函数 $f(x)$ 在区间 $(-n\pi, n\pi) (n \in \mathbb{N}^*)$ 上的所有零点的和记为 b_n , 则下述正确的是
- A. $b_n = 0$
- B. $\sum_{i=1}^n a_i = n^2 + 2n$
- C. $f(x)$ 在区间 $(-n\pi, n\pi)$ 上任意两零点的差大于 $\frac{\pi}{2}$
- D. $f(x)$ 在区间 $(-n\pi, n\pi)$ 上任意两相邻零点的差大于 π

三、填空题：本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 命题 “ $\exists x \in \mathbb{R}, e^x < a - e^{-x}$ ” 为假命题，则实数 a 的取值范围为 _____；
14. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = \overline{AB}^2 = 1$, $AC = \sqrt{5}$, 则 $\angle BAD =$ _____；
15. 若 $(3-2x)^{2021} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2021}x^{2021}$, 则 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 2021a_{2021} =$ _____；
16. 某校学生去工厂进行劳动实践，加工制作某种零件. 如图，将边长为 $10\sqrt{2} \text{ cm}$ 正方形铁皮剪掉阴影部分四个全等的等腰三角形，然后将 $\Delta P_1AB, \Delta P_2BC, \Delta P_3CD, \Delta P_4DA$ 分别沿 AB, BC, CD, DA 翻折，使得 P_1, P_2, P_3, P_4 重合并记为点 P , 制成正四棱锥 $P-ABCD$ 形状的零件. 当该四棱锥体积最大时， $AB =$ _____ cm ；此时该四棱锥外接球的表面积 $S =$ _____ cm^2 .

(第一空 2 分，第二空 3 分)



数学试题 第 4 页 共 7 页

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

请从 “① $2\sin A \cos B = 2\sin C + \sin B$; ② $\cos A + \cos \frac{A}{2} = 0$. ” 两个条件中任选一个，

补充在下面的横线上，并解答.

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , _____.

(1) 求 A ;

(2) 设 AD 是 $\angle A$ 的平分线， $b+c=10$ 且 $\triangle ABC$ 面积为 $2\sqrt{3}$, 求线段 AD 的长度.

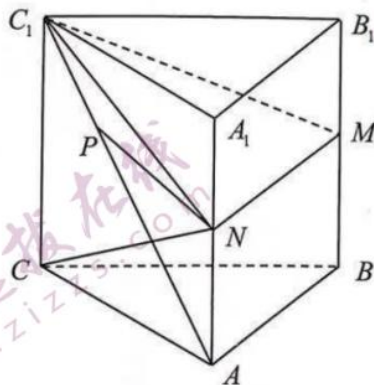
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18. (12 分)

如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，底面三角形 ABC 为直角三角形，其中 $AB \perp AC$,
 $AB = 3, AC = 4, CC_1 = 8$, M, N 分别为 BB_1 和 AA_1 的中点.

(1) 求证： $CN \perp$ 平面 C_1MN ;

(2) 当点 P 在线段 C_1A 上移动时，求直线 NP 与平面 BB_1C_1C 所成角正弦的最大值.



数学试题 第 5 页 共 7 页

19. (12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3 - a_1 = 8$, 且 $a_2 - 1$ 是 a_1 和 $a_3 + 1$ 的等比中项, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $b_1 = 3$, $2S_n = b_{n+1} - 3$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;
 (2) 将数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 中的公共项按从小到大的顺序依次排成一个新的数列 $\{c_k\}$, $k \in \mathbb{N}^*$,

令 $d_k = \log_3 c_k$, 求数列 $\{\frac{1}{d_k d_{k+1}}\}$ 的前 k 项和 T_k .

20. (12分)

现对某市工薪阶层对于“楼市限购令”的态度进行调查, 随机抽调了 50 人, 他们月收入 (单位: 百元) 的频数分布及对“楼市限购令”赞成人数如下表:

月收入	[25, 35)	[35, 45)	[45, 55)	[55, 65)	[65, 75)	[75, 85)
频数	5	10	15	10	5	5
赞成人数	4	8	12	5	2	1

- (1) 根据以上统计数据完成下面的 2×2 列联表, 并问能否有 97.5% 的把握认为“某市工薪阶层对于‘楼市限购令’的态度与月收入以 6500 元为分界点有关”?

	月收入不低于 65 百元的人数	月收入低于 65 百元的人数	合计
赞成			
不赞成			
合计			

- (2) 若对月收入在 [55, 65) 和 [65, 75) 的被调查人中各随机选取两人进行追踪调查, 求在选中的 4 人中有人不赞成的条件下, 赞成“楼市限购令”的人数 ξ 的分布列及数学期望.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

21. (12分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - \sqrt{x} + 1 (x > 0)$, $a \in \mathbb{R}$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若对任意 $x \in (0, +\infty)$, 均有 $f(x) \leq 0$, 求 a 的值;
- (3) 假设某篮球运动员每次投篮命中的概率均为 0.81, 若其 10 次投篮全部命中的概率为 P ,

证明: $p < e^{-2}$.

22. (12分)

在平面直角坐标系中, 已知 O 为坐标原点, 点 $W(x_n, y_n)$ 为直线 $l: y = kx + m (km \neq 0)$ 与椭圆 $C: 2nx^2 + 4ny^2 = 1$ 的一个交点, 且 $k = -\frac{x_n}{2y_n}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

- (1) 证明: 直线 l 与椭圆 C 相切;
- (2) 已知直线 l 与椭圆 $D: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 交于 A, B 两点, 且点 W 为 AB 的中点.
 - (i) 证明: 椭圆 D 的离心率为定值;
 - (ii) 记 ΔOAB 的面积为 S , 若 $b^2 = \frac{4}{3} + \frac{1}{4n}$, 证明: $2n \cdot \sin(S^2) > 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。

总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》