

银川一中、昆明一中 2023 届高三联合考试一模

数学（文科）

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ，若集合 M 满足 $\complement_U M = \{1, 3, 5\}$ ，则（ ）
- A. $7 \subseteq M$ B. $9 \subseteq M$ C. $7 \in M$ D. $9 \notin M$
2. 复数 $z = i(2+i)$ ，则 $|z| =$ （ ）
- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $-1+2i$ D. $1-2i$
3. 下列判断不正确的是（ ）
- A. “若 x, y 互为相反数，则 $x+y=0$ ”是真命题
- B. “ $\exists x \in \mathbf{N}, x^2+2x=0$ ”是特称命题
- C. 若 $xy \neq 0$ ，则 x, y 都不为 0
- D. “ $x > 1$ 且 $y > 1$ ”是“ $x+y > 2$ ”的充要条件
4. 已知向量 $\vec{a} = (m, 2)$ ， $\vec{b} = (1, 1)$ ， $\vec{c} = (1, 3)$ ，且 $(2\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{c}$ ，则实数 m 为（ ）
- A. -4 B. -3 C. 4 D. 3
5. 若 $a = 2^{0.1}$ ， $b = \ln \frac{1}{2}$ ， $c = \left(\frac{2}{3}\right)^\pi$ ，则（ ）
- A. $c > a > b$ B. $a > c > b$ C. $c > b > a$ D. $a > b > c$
6. 已知双曲线 $C: x^2 - y^2 = 2$ ，则 C 的焦点到其渐近线的距离为（ ）
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3
7. 考查棉花种子经过处理跟生病之间的关系得到如表数据：

项目	种子处理	种子未处理	总计
得病	32	101	133
不得病	192	213	405
总计	224	314	538

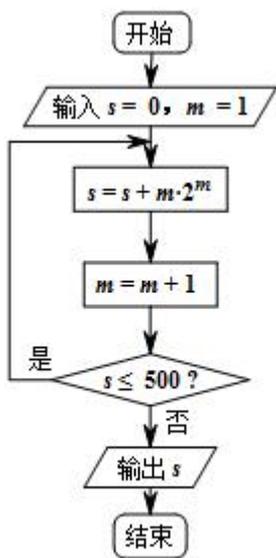
根据以上数据，则（ ）

- A. 种子是否经过处理决定是否生病
- B. 种子是否经过处理跟是否生病无关
- C. 种子是否经过处理跟是否生病有关
- D. 以上都是错误的

8. 已知函数 $f(x) = \cos\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 在区间 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi\right]$ 上单调递减, 则实数 ω 的取值范围为 ()

- A. $\left(0, \frac{8}{9}\right]$
- B. $(1, 2]$
- C. $(0, 1]$
- D. $\left(0, \frac{2}{3}\right]$

9. 执行如图所示程序框图, 则输出的 $s =$ ()



- A. 501
- B. 642
- C. 645
- D. 896

10. 在 $\begin{cases} 2x - y - 6 \leq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ 的条件下, 目标函数 $z = mx + ny$ ($m > 0, n > 0$) 的最大值为 10, 则 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值

是 ()

- A. $2\sqrt{10}$
- B. $\frac{14 + 2\sqrt{10}}{5}$
- C. $\frac{8\sqrt{10}}{5}$
- D. $\frac{14 + 4\sqrt{10}}{5}$

11. 已知在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = BC = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$, 若该棱柱的外接球的表面积为 32π , 则三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 ()

- A. 4
- B. $4\sqrt{3}$
- C. 8
- D. $6\sqrt{3}$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{|x|} + 1, & x \leq 0 \\ |\log_2 x|, & x > 0 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f^2(x) + \sqrt{2}m = (m + \sqrt{2})f(x)$ 恰有 5 个不同的实根, 则 m 的取值范围为 ()

- A. $(0,1)$ B. $(1,+\infty)$ C. $[1,2)$ D. $[2,+\infty)$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 人体的正常温度大约是 36°C , 当人体温度超过正常温度的 $\frac{13}{12}$ 时认定为高烧, 则高烧温度 $t^\circ\text{C}$ 应满足的不等关系式是_____.

14. 如图两个同心圆, 大圆的半径是小圆半径的两倍, 在大圆内随机取一点, 则此点取白阴影部分的概率是_____.



15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边 a, b, c 为三个连续偶数, 且 $C = 2A$, 则 $a =$ _____.

16. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , 上顶点为 $A(0,1)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 直线 $y = kx + m (k > 0)$ 将 $\triangle AF_1F_2$ 分成面积相等的两部分, 则 m 的取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

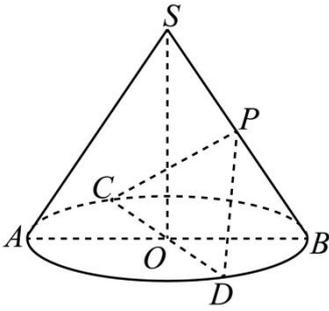
(一) 必考题: 共 60 分.

17. 设 $\{a_n\}$ 是正项等差数列, $a_3 = 3$, 且 $a_2, a_5 - 1, a_6 + 2$ 成等比数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

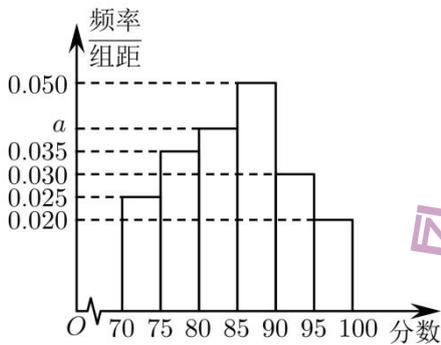
(2) 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $b_n = \frac{1}{S_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. 如图，圆锥 SO 的侧面展开图是半径为 2 的半圆， AB ， CD 为底面圆的两条直径， P 为 SB 的中点.



- (1) 求证: $SA \parallel$ 平面 PCD ;
- (2) 当 $S-PCD$ 体积最大时, 求 S 到平面 PCD 的距离.

19. 2002 年 8 月国家通过修订《中华人民共和国水法》来保护水资源，加强人们保护水资源，防治水污染，节约用水等意识. 小明为了了解本市市民保护水资源，节约用水意识是否落地，随机抽取了 300 名市民进行节约用水调查评分，将得到的分数分成 6 组: $[70,75)$ ， $[75,80)$ ， $[80,85)$ ， $[85,90)$ ， $[90,95)$ ， $[95,100]$ ，得到如图所示的频率分布直方图.



- (1) 求 a 的值，并估计这 300 名市民评分的中位数;
- (2) 若先用分层抽样的方法从评分在 $[90,95)$ 和 $[95,100]$ 的市民中抽取 5 人，然后再从抽出的这 5 位市民中任意选取 2 人作进一步访谈:
 - ① 写出这个试验的样本空间;
 - ② 求这 2 人中至少有 1 人的评分在 $[95,100]$ 的概率.

20. 已知函数 $f(x) = \ln x - a(x-1)$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.

21. 已知点 F 为抛物线 $E: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, 点 $P(-3, 2)$, $|PF| = 2\sqrt{5}$, 若过点 P 作直线与抛物线 E 顺次交于 A, B 两点, 过点 A 作斜率为 1 的直线与抛物线的另一个交点为点 C .

- (1) 求抛物线 E 的标准方程;
- (2) 求证: 直线 BC 过定点;
- (3) 若直线 BC 所过定点为点 Q , $\triangle QAB$, $\triangle PBC$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的取值范围

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一道作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

选修 4-4: 坐标系与参数方程

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + 2 \cos \varphi, \\ y = \sqrt{3} + 2 \sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数), 以原点为极点, x 轴的正半

轴为极轴建立极坐标系, 射线 l_1 的极坐标方程为 $\theta = \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$), 射线 l_2 的极坐标方程为 $\theta = \alpha + \frac{\pi}{2}$.

(1) 指出曲线 C 的曲线类型, 并求其极坐标方程;

(2) 若射线 l_1 与曲线 C 交于 O, A 两点, 射线 l_2 与曲线 C 交于 O, B 两点, 求 $\triangle OAB$ 的面积取值范围.

选修 4-5: 不等式选讲

23. 已知函数 $f(x) = |x+2| + \lambda|x-2|$.

(1) 当 $\lambda = 3$ 时, 解不等式 $f(x) > 6$;

(2) 若不等式 $f(x) \leq -\lambda|x+6|$ 恒成立, 求 λ 的最大值.