中学生标准学术能力诊断性测试2018年11月测试

文科数学试卷（一卷）

本试卷共150分，考试时间120分钟。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{1,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则（　　）

A．$A=B$　　B．$A\bigcap B\neq\varnothing$　　C．$A\subseteq B$　　D．$B\subseteq A$

2．已知 $a\in R$，i 是虚数单位．若 $z=a+\sqrt{2}i$，$z\cdot\overline{z}=5$，则 $a=$（　　）

A．$\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{7}$ 或 $-\sqrt{7}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$-\sqrt{7}$

3．某网络购物平台对某周每天顾客的投诉的次数进行了统计，得到样本的茎叶图(如图所示)，则该样本的中位数、众数分别是（　　）

3	1
4	2　2　3
5	1　2
6	1

第3题

A．43,51

B．43,42

C．42,43

D．42,51

4．已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的一条渐近线方程为 $y=2x$，则 C 的离心率为（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

5．若 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$S_n=2n^2$，则 $\{a_n\}$ 是（　　）

A．等比数列，但不是等差数列　　B．等差数列，但不是等比数列

C．等差数列，而且也是等比数列　　D．既非等比数列，也非等差数列

6．设函数 $f(x)=x\cdot\ln x$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程为（　　）

A．$y=-x-1$　　B．$y=x+1$　　C．$y=-x+1$　　D．$y=x-1$

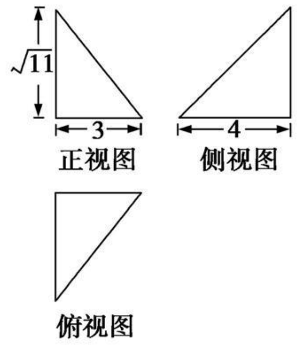
7．在 ΔABC 中，$AC=\sqrt{2}$，$BC=1$，则 $\angle A$ 的最大值是（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

8．函数 $f(x)=\sin^2x+\sin x\cos x-\dfrac{1}{2}$ 的最小正周期和振幅分别是（　　）

A．$\pi,\sqrt{2}$　　B．$2\pi,\sqrt{2}$　　C．$2\pi,\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\pi,\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

9．已知一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积是（　　）



第9题

A．$6+\dfrac{9}{2}(\sqrt{11}+\sqrt{3})$

B．$6+\dfrac{9}{2}(\sqrt{11}-\sqrt{3})$

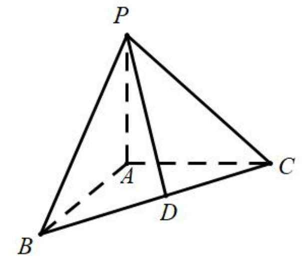
C．$6+\dfrac{7}{2}(\sqrt{11}+\sqrt{3})$

D．$6+\dfrac{7}{2}(\sqrt{11}-\sqrt{3})$

10．已知 $\cos\alpha=\dfrac{1}{7},\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{13}{14}$，且 $0<\beta<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，则 $\cos\beta=$（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

11．如图，已知三棱锥 $P-ABC$，$PA\perp$ 平面 ABC，D 是棱 BC 上的动点．记 PD 与平面 ABC 所成的角为 α，与直线 BC 所成的角为 β，则 α 与 β 的大小关系是（　　）



第11题

A．$\alpha=\beta$

B．$\alpha<\beta$

C．$\alpha>\beta$

D．不能确定

12．已知函数 $y=f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 单调递减，当 $x+y=2019$ 时，恒有 $f(x)+f(2019)>f(y)$ 成立，则 x 的取值范围是（　　）

A．$(0,\dfrac{1}{2})$　　B．$(\dfrac{1}{2},1)$　　C．$(-\infty,0)$　　D．$(1,+\infty)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x, x>0\\ x^3, x<0\end{cases}$，若 $f(8)=3f(a)$，则 $a=$__________．

14．已知 $x,y\in R$，且满足 $\begin{cases}x-y\geq 0\\ x+y\geq 0\\ a\leq x\leq a+1\end{cases}$ $(a>0)$，当由不等式组确定的可行域的面积为 4 时，$z=3x-y$ 的最大值是__________．

15．已知 $F(\sqrt{5},0)$ 是椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的右焦点，过点 F 作斜率为 2 的直线 l 使它与圆 $x^2+y^2=b^2$ 相切，则椭圆的方程为___________．

16．在 ΔABC 中，$AB=1$，$AC=3$，$\angle A=60^\circ$，点 P 是以 C 为圆心，1 为半径的圆上的动点，若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则 $x+y$ 的最大值是___________．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：60 分．

17．（12 分）已知等比数列 $\{a_n\}$ 各项都是正数，S_n 为其前 n 项和，$a_3=8$，$S_3=14$．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $\{a_n-b_n\}$ 是首项为 1，公差为 3 的等差数列，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式及其前 n 项和 T_n．

18．（12 分）某公司生产甲、乙两种不同规格的产品，并且根据质量的测试指标分数进行划分，其中分数不小于 70 的为合格品，否则为次品，现随机抽取两种产品各 100 件进行检测，其结果如下：

测试指标分数	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
产品甲	7	13	40	32	8
产品乙	9	21	40	24	6

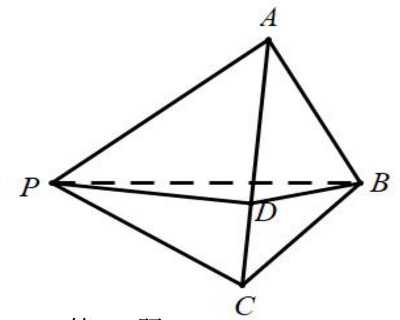
（1）根据表中数据，估计甲、乙两种产品的不合格率；

（2）若按合格与不合格的比例抽取 5 件甲产品，再从这 5 件甲产品中随机抽取 2 件，求这 2 件产品全是合格品的概率．

19．（12 分）在三棱锥 $A-PCB$ 中，其中 $\angle BPC=90^\circ$，$\angle APC=\angle APB=60^\circ$，且 $PA=PB=PC=2$．

（1）求证：平面 $ABC\perp$ 平面 BPC；

（2）D 为线段 AC 上一点，且 $AD=\dfrac{2}{3}AC$，求三棱锥 $D-APB$ 的体积．



第 19 题

20．（12 分）设抛物线 C：$y^2=2px\,(p>0)$，过焦点 F 的直线 l 与 C 交于 A，B 两点．

（1）当 $|AB|$ 的最小值为 4 时，求抛物线 C 的方程；

（2）设 AB 的中点为 M，过 M 作直线 $x=-\dfrac{p}{2}$ 的垂线，垂足为 N，求证：直线 $FN\perp l$．

21．（12 分）已知函数 $f(x)=x^3+ax-2\ln x$．

（1）当 $a=-1$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）若 $f(x)\geq 0$ 在定义域内恒成立，求实数 a 的取值范围．

（二） 选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请写清题号．

22．（10 分）已知在平面直角坐标系 xOy 中，以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，P 点的极坐标为 $\left(3\sqrt{2},-\dfrac{\pi}{4}\right)$，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta+1=0$．

（1）写出点 P 的直角坐标及曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若 Q 为 C 上的动点，求 PQ 的中点 M 到直线 l:$\begin{cases}x=2-2t\\ y=4+2t\end{cases}$（$t$ 为参数）的距离的最大值．

23．（10 分）已知不等式 $|2x+4|+|x-1|\geq m$ 的解集为 R．

（1）求实数 m 的取值范围；

（2）若 m 的最大值为 n，当正数 a,b 满足 $\dfrac{2}{2a+b}+\dfrac{1}{a+3b}=n$ 时，求 $17a+11b$ 的最小值．