榆林市2022～2023年度高三第三次模拟检测
数学试题参考答案(文科)

1. D　因为 $z=\sqrt{2}\mathrm{i}$,所以 $z^2=-2$,$z^4=4$.

2. A　因为 $A=(0,16)$,$B=(-1,4)$,所以 $A\cup B=(-1,16)$.

3. B　依题意可得该数列的第2项为 $\frac{12}{3}=4$,因为第2项、第4项、第6项依次成等差数列,且第4项为0,所以第6项为 -4.

4. A　因为 $3.841<3\sqrt{2}<5.024$,所以能有95%的把握认为这两个变量有关系.

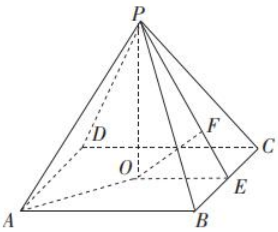
5. C　由 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 得 $x^3=4x$,即 $x=\pm2$ 或 $x=0$,因为 $\boldsymbol{b}$ 为非零向量,所以 $x=\pm2$,即 $|x|=2$,故"$|x|=2$"是"$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$"的充要条件.

6. B　由 $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)=(2x-\frac{1}{x})\ln x+x+\frac{1}{x^2}$,得 $[f(x)g(x)]'=(2x-\frac{1}{x})\ln x+x+\frac{1}{x^2}$.设函数 $h(x)=f(x)g(x)-x$,则 $h'(x)=(2x-\frac{1}{x})\ln x+x+\frac{1}{x^2}-1$,所以 $h'(1)=1$.

7. D　若椭圆 $m^2x^2+(m^2+1)y^2=1$ 的焦距大于 $\sqrt{2}$,则 $m\neq0$,且 $\frac{1}{m^2}-\frac{1}{m^2+1}>(\frac{\sqrt{2}}{2})^2$,整理得 $m^4+m^2-2<0$,解得 $0\leqslant m^2<1$,故 $m\in(-1,0)\cup(0,1)$.

8. B　$a=2,k=0,b=2$;$a=-\frac{1}{3},a\neq b,k=2$;$a=-\frac{3}{2},a\neq b,k=4$;$a=2,a=b$,故输出的 $k=4$.

9. B　记四边形 $ABCD$ 的中心为点 O,BC 的中点为 E,连接 AO,PO,OE,PE,则 $AO=\frac{1}{2}AC=5\sqrt{2}$ cm,$PO=\sqrt{PA^2-AO^2}=5$ cm,$OE=\frac{1}{2}AB=5$ cm,$PE=\sqrt{PO^2+OE^2}=5\sqrt{2}$ cm,设 $OF\perp PE$,垂足为点 F,则 $OF\cdot PE=PO\cdot OE$,解得 $OF=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm>2 cm,故以点 O 为球心,2 cm为半径的半球完全在正四棱锥 $P-ABCD$ 容器内部,且正四棱锥 $P-ABCD$ 的容积为 $\frac{1}{3}\times5\times10^2=\frac{500}{3}$ cm^3,以点 O 为球心,2 cm 为半径的半球体积为 $\frac{1}{2}\times\frac{4\pi}{3}\times2^3=\frac{16\pi}{3}$ cm^3,故它到四边形 $ABCD$ 的中心的距离小于 2 cm 的概率为 $\frac{16\pi}{3}\div\frac{500}{3}=\frac{4\pi}{125}$.



10. B　$\frac{315}{1.05}=300$,依题意可得,第17匹马、第16匹马、……、第1匹马的日行路程里数依次成等比数列,且首项为300,公比为1.05,故这17匹马的日行路程之和为 $\frac{300\times(1-1.05^{17})}{1-1.05}=6000\times(1.05^{17}-1)=6000\times(2.292-1)=7752$ 里.

1
官方微信公众号:zizzsw　　咨询热线:010-5601 9830
官方网站:www.zizzs.com　　微信客服:zizzs2018

11.D 由已知得$\frac{|F_1Q|}{|F_2Q|}=\frac{5}{3}$,因为$PQ$平分$\angle F_1PF_2$,所以$\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=\frac{|F_1Q|}{|F_2Q|}=\frac{5}{3}$,所以$\frac{\frac{b^2}{a}+2a}{\frac{b^2}{a}}=\frac{5}{3}$,整理得$b^2=3a^2$,由$c^2-a^2=3a^2$,得$c^2=4a^2$,所以$e=\frac{c}{a}=2$.

12.A 令$f(x)=x+\frac{1}{x}$,则$a=f(\log_{3.4}3.5)$,$b=f(\log_{3.5}3.6)$.易得$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增,所以当$x>1$时,$f(x)>f(1)=2$,而$\log_{3.4}3.5>1$,$\log_{3.5}3.6>1$,因为$1=\log_{\pi}\pi<c=\log_{\pi}3.7<\log_{\pi}\pi^2=2$,所以$a>c$,$b>c$.

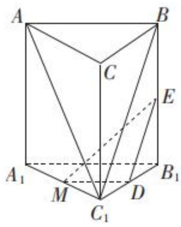
$\frac{\log_{3.4}3.5}{\log_{3.5}3.6}=\frac{(\ln 3.5)^2}{\ln 3.4\times\ln 3.6}>\frac{(\ln 3.5)^2}{(\frac{\ln 3.4+\ln 3.6}{2})^2}=\frac{(2\ln 3.5)^2}{[\ln(3.4\times 3.6)]^2}=(\frac{\ln 12.25}{\ln 12.24})^2>1$,

即$\log_{3.4}3.5>\log_{3.5}3.6$,所以$a>b>c$.

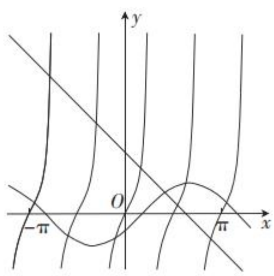
13.6 依题意可得$a-5=0$,即$a=5$,则$f(1)=1^3+5=6$.

14.7 因为$a>1$,所以$\sqrt{a}-1>0$,所以$\sqrt{a}+\frac{9}{\sqrt{a}-1}=\sqrt{a}-1+\frac{9}{\sqrt{a}-1}+1\geq 2\sqrt{9}+1=7$,当且仅当$a=16$时,等号成立,故$\sqrt{a}+\frac{9}{\sqrt{a}-1}$的最小值为7.

15.$2\sqrt{2}$ 如图,取B_1C_1的中点D,取BB_1的中点E,连接MD,DE,ME,易证平面DEM∥平面ABC_1,所以N在线段DE上.因为$MD=1$,$ME=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2}=2\sqrt{2}$,所以线段$MN$的最大值为$2\sqrt{2}$.



16.7 作出$f(x)=\tan 2x$与$g(x)=\sin(x-\frac{\pi}{6})$的图象在区间$[-\pi,\pi]$上的大致图象,如图所示,由图可知$m=4$,直线$x+y=2$与$f(x)$的图象在区间$[0,\pi]$上有3个交点,则$n=3$,所以$m+n=7$.



17.(1)证明:由四边形$ABCD$为矩形,得$AD\perp CD$. …………………… 1分

因为$PA\perp$底面$ABCD$,$CD\subset$平面$ABCD$,所以$PA\perp CD$. …………………… 3分

因为$PA\cap AD=A$,所以$CD\perp$平面PAD. …………………… 4分

因为$CD\subset$平面PCD,所以平面$PAD\perp$平面PCD. …………………… 5分

(2)解:因为$AD=3AE$,$AD=3$,所以$AE=1$, …………………… 6分

因为四边形$ABCE$的面积$S=\frac{1}{2}\times(1+3)\times 1=2$. …………………… 8分

2
官方微信公众号:zizzsw 咨询热线:010-5601 9830
官方网站:www.zizzs.com 微信客服:zizzs2018

所以 $V_{P-ABCE}=\frac{1}{3}\times PA\times S=\frac{1}{3}\times3\times2=2$. ………………………………………… 12 分

18. 解：(1)由表中数据可知商业峰会期间 30 天内，该商店一天这种食品的需求量不超过 500 箱的天数为 $5+6+8=19$，……………………………………………………………………………… 2 分

所以商业峰会期间该商店一天这种食品的需求量不超过 500 箱的概率为 $\frac{19}{30}$. ………… 4 分

(2)当峰会期间这种食品一天的进货量为 550 箱时，

若到会人数位于区间(8000,9000]内，则 $Y=400\times100\times(1-0.6)+150\times100\times(0.3-0.6)=11500$ 元，……………………………………………………………………………… 6 分

若到会人数位于区间(9000,10000]内，则 $Y=450\times100\times(1-0.6)+100\times100\times(0.3-0.6)=15000$ 元，……………………………………………………………………………… 8 分

若到会人数位于区间(10000,11000]内，则 $Y=500\times100\times(1-0.6)+50\times100\times(0.3-0.6)=18500$ 元，…………………………………………………………………………… 10 分

若到会人数超过 11000，则 $Y=550\times100\times(1-0.6)=22000$ 元，

即 Y 的所有可能值为 11500，15000，18500，22000. ……………………………………… 11 分

Y 不超过 15000 元，意味着到会人数不超过 10000，

到会人数不超过 10000 的频率为 $\frac{5+6}{30}=\frac{11}{30}$，所以 Y 不超过 15000 元的概率为 $\frac{11}{30}$. … 12 分

19. 解：(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=bc\cos A=4$，………………………………………………………… 1 分

因为 $a c\sin B=8\sin A$，所以由正弦定理得 $abc=8a$，…………………………………… 2 分

得 $bc=8$，代入 $bc\cos A=4$ 得 $\cos A=\frac{1}{2}$，……………………………………………………… 4 分

又因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$. ……………………………………………………………… 5 分

(2) $\sin A\sin B\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B\sin(\frac{2\pi}{3}-B)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B\sin(\frac{\pi}{3}+B)$ ………………………… 6 分

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B)=\frac{3}{4}\sin B\cos B+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin^2 B$ ………………………… 7 分

$=\frac{3}{8}\sin 2B-\frac{\sqrt{3}}{8}\cos 2B+\frac{\sqrt{3}}{8}$ ……………………………………………………………… 8 分

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin(2B-\frac{\pi}{6})+\frac{\sqrt{3}}{8}$，……………………………………………………………… 9 分

因为 $B\in(0,\frac{2\pi}{3})$，$2B-\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6})$，…………………………………………… 10 分

所以 $\sin(2B-\frac{\pi}{6})\in(-\frac{1}{2},1]$，…………………………………………………………… 11 分

故 $\sin A\sin B\sin C$ 的取值范围是 $(0,\frac{3\sqrt{3}}{8}]$. ……………………………………………… 12 分

20. (1)证明：$f'(x)=[x^2+(a+2)x+a+b]e^x$，…………………………………………………… 1 分

官方微信公众号：zizzsw 咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com 微信客服：zizzs2018

依题意可得，$f'(-a)=[a^2-a(a+2)+a+b]e^{-a}=0$，则 $a=b$. ………………………… 2分

(2)解：由(1)知 $f'(x)=[x^2+(a+2)x+2a]e^x=(x+2)(x+a)e^x$，

当 $-a<-2$，即 $a>2$ 时，$x\in(-\infty,-a)$，$f'(x)>0$；$x\in(-a,-2)$，$f'(x)<0$；$x\in(-2,+\infty)$，$f'(x)>0$. ………………………… 3分

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-a)$，$(-2,+\infty)$ 上单调递增，在 $(-a,-2)$ 上单调递减. ………… 4分

当 $-a=-2$，即 $a=2$ 时，$f'(x)\geqslant0$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增. ………… 5分

当 $-a>-2$，即 $a<2$ 时，$x\in(-\infty,-2)$，$f'(x)>0$；$x\in(-2,-a)$，$f'(x)<0$；$x\in(-a,+\infty)$，$f'(x)>0$. ………………………… 6分

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$，$(-a,+\infty)$ 上单调递增，在 $(-2,-a)$ 上单调递减. ………… 7分

(3)解：因为 $a>2$，所以由(2)知，当 $x=-a$ 时，$f(x)$ 取得极大值，则 $M=f(-a)=\frac{a}{e^a}$，…………………………………… 8分

因为 $M<\frac{ma^3-2a-1}{e^a}$，所以 $ma^3-3a-1>0$，又 $a>2$，所以 $m>\frac{3a+1}{a^3}$. ………… 9分

令 $g(a)=\frac{3a+1}{a^3}(a>2)$，则 $g'(a)=\frac{-6a-3}{a^4}<0$，所以 $g(a)$ 为减函数，………… 10分

所以 $g(a)<g(2)=\frac{7}{8}$，………………………… 11分

故 $m\geqslant\frac{7}{8}$，即 m 的取值范围为 $[\frac{7}{8},+\infty)$. ………………………… 12分

21. 解：(1)当 P 在 C 的内部时，因为 $|AF|$ 等于点 A 到准线的距离，

所以 $|AF|+|AP|$ 的最小值为 P 到准线的距离，………………………… 1分

所以 $1+\frac{p}{2}=2$，可得 $p=2$. ………………………… 2分

当 P 在 C 的外部时，$|AF|+|AP|\geqslant|PF|=\sqrt{(\frac{p}{2}-1)^2+1}=2(p>0)$，………… 3分

解得 $p=2+2\sqrt{3}$，则 C 的方程为 $y^2=2(2+2\sqrt{3})x$，此时 P 在 C 的内部，所以 $p\neq2+2\sqrt{3}$. ………………………… 4分

故 C 的方程为 $y^2=4x$. ………………………… 5分

(2)依题意可知，直线 AP 的斜率不为0，则可设 AP：$x=m(y-1)+1$，

代入 $y^2=4x$，得 $y^2-4my+4m-4=0$. ………………………… 6分

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=4m-4$. ………………………… 7分

设 $Q(x_0,y_0)$，由 $\overrightarrow{QA}=\lambda\overrightarrow{PA}$，得 $\lambda=\frac{y_0-y_1}{1-y_1}$；由 $\overrightarrow{QB}=\mu\overrightarrow{PB}$，得 $\mu=\frac{y_0-y_2}{1-y_2}$. ………… 8分

所以 $\lambda+\mu=\frac{y_0-y_1}{1-y_1}+\frac{y_0-y_2}{1-y_2}=\frac{y_0-1+1-y_1}{1-y_1}+\frac{y_0-1+1-y_2}{1-y_2}=4$，即 $\frac{y_0-1}{1-y_1}+\frac{y_0-1}{1-y_2}=2$，…………………………………… 9分

即 $\frac{(y_0-1)(2-y_1-y_2)}{1-y_1-y_2+y_1y_2}=2$，所以 $\frac{(y_0-1)(2-4m)}{1-4m+4m-4}=2$，即 $(y_0-1)(2m-1)=3$. …… 10分

因为点 Q 在直线 AP 上，所以 $x_0=m(y_0-1)+1$.

消去 m 得 $2(x_0-1)-y_0+1=3$，…… 11 分

即 $y_0=2x_0-4$，故直线 l 的方程为 $y=2x-4$. …… 12 分

22. 解：(1)由 $y=\sqrt{-x^2+4x}$，得 $y^2=-x^2+4x(y\geqslant 0)$，…… 1 分

则 $x^2+y^2=4x(y\geqslant 0)$，则 $\rho^2=4\rho\cos\theta(0\leqslant\theta\leqslant\pi)$，…… 2 分

所以曲线 M 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta(0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2})$. …… 3 分

由 $xy=9$，得 $\rho^2\cos\theta\sin\theta=9$，即 $\rho^2\sin 2\theta=18$，

此即为曲线 N 的极坐标方程. …… 5 分

(2)将 $\theta=\theta_0$ 代入 $\rho^2\sin 2\theta=18$，得 $|OB|=\rho=\sqrt{\frac{18}{\sin 2\theta_0}}$. …… 6 分

将 $\theta=\theta_0$ 代入 $\rho=4\cos\theta$，得 $|OA|=\rho=4\cos\theta_0$，…… 7 分

则 $|OA|\cdot|OB|=\frac{12}{\sqrt{\tan\theta_0}}$，…… 8 分

因为 $|OA|\cdot|OB|=12$，所以 $\tan\theta_0=1$，又 $0<\theta_0<\frac{\pi}{2}$，所以 $\theta_0=\frac{\pi}{4}$. …… 10 分

【注】曲线 N 的极坐标方程写为 $\rho^2\cos\theta\cdot\sin\theta=9$ 也可以，不扣分.

23. (1)证明：因为 $f(x)=|x-a-1|+|x-2a|\geqslant|x-a-1-(x-2a)|=|a-1|$，…… 2 分

所以 $f(x)_{\min}=|a-1|$，…… 3 分

由 $|a-1|\geqslant 1$，得 $a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 2$，…… 4 分

则当 $a\geqslant 2$ 时，$f(x)\geqslant 1$ 恒成立，所以存在 $a\in(0,+\infty)$，使得 $f(x)\geqslant 1$ 恒成立. …… 5 分

(2)解：当 $x\in[2a,4]$ 时，$f(x)=|x-a-1|+x-2a$，

由 $f(x)\leqslant x+a$，得 $|x-a-1|\leqslant 3a$，…… 6 分

则 $-3a\leqslant x-a-1\leqslant 3a$，即 $-2a+1\leqslant x\leqslant 4a+1$，…… 7 分

因为当 $x\in[2a,4]$ 时，$f(x)\leqslant x+a$，所以 $\begin{cases}-2a+1\leqslant 2a,\\4a+1\geqslant 4,\end{cases}$ …… 8 分

解得 $a\geqslant\frac{3}{4}$，…… 9 分

又 $2a<4$，所以 a 的取值范围是 $[\frac{3}{4},2)$. …… 10 分

官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

自主选拔在线 微信号：zizzsw