

010

高二数学

(考试时间:120分钟 试卷满分:150分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. $\frac{5}{4-3i} =$

- A. $-4+3i$ B. $4+3i$ C. $-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$ D. $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$

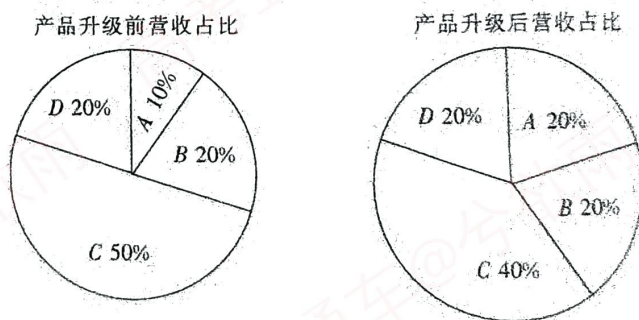
2. 已知集合 $U = \{x | 2-x > 0\}$, $A = \{x | x+3 < 0\}$, 则 $\complement_U A =$

- A. $(-3, 2)$ B. $[-3, 2)$
C. $(-\infty, -2]$ D. $(-\infty, -2)$

3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 4, a_3 = 9$, 则 $\{a_n\}$ 的公比 $q =$

- A. $-\frac{1}{5}$ B. $-\frac{3}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$
C. 3 或 $-\frac{3}{4}$ D. -3 或 $\frac{3}{4}$

4. 某企业对目前销售的 A, B, C, D 四种产品进行改造升级, 经过改造升级后, 企业营收实现翻番。现统计了该企业升级前后四种产品的营收占比, 得到如下饼图:



下列说法不正确的是

- A. 产品升级后, 产品 A 的营收是升级前的 4 倍
- B. 产品升级后, 产品 B 的营收是升级前的 2 倍
- C. 产品升级后, 产品 C 的营收减少
- D. 产品升级后, 产品 B, D 营收的总和占总营收的比例不变

9. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F , 准线 l 与坐标轴交于点 N , M 是抛物线上一点, 若 $|FN| = |FM|$, 则 $\triangle FMN$ 的面积为

- A. 1 B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

10. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx$ 在 $x = -1$ 处取得极大值 4, 则 $a - b =$

- A. 8 B. -8 C. 2 D. -2

11. 已知 $A(3, 0)$, 在圆 $C: x^2 + y^2 = 9$ 上任取一点 P , 则 $|AP| \geq 3$ 的概率为

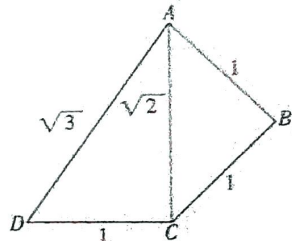
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_3 = 2(S_2 + S_1)$, $S_5 = 35$, 则 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{10} a_{11}} =$

- A. $\frac{10}{21}$ B. $\frac{10}{31}$ C. $\frac{30}{31}$ D. $\frac{20}{21}$

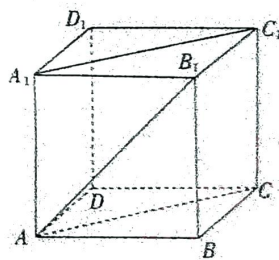
13. 如图, 这是古希腊数学家特埃特图斯用来构造无理数 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$ 的图形, 已知 P 是平面四边形 $ABCD$ 内一点, 则 $\vec{CB} \cdot \vec{CP}$ 的取值范围是

- A. $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{2})$ B. $(-1, \sqrt{2})$
C. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$ D. $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$



14. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M 是截面 A_1ACC_1 上的一个动点 (不包含边界), 若 $A_1M \perp AB_1$, 则 AM 的最小值为

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$



15. 已知直线 $l: 4x - 2y - 7 = 0$ 与双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线分别交于点

A, B (不重合), AB 的垂直平分线过点 $(3, 0)$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

16. 设 $a = \log_{0.3} 0.3, b = \log_{0.3} 0.4$, 现有下列 4 个结论:

- ① $2a < 1 + ab$; ② $2a > 1 + ab$; ③ $a > b$; ④ $b > a$.

其中所有正确结论的编号是

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

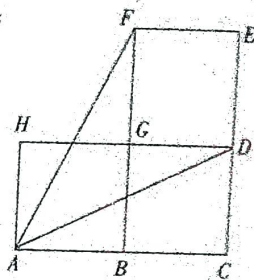
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

17. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y + 1 \geq 0, \\ x + y - 2 \leq 0, \\ x - 2y - 2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 4x + y$ 的最大值为 \blacktriangle .

14. 如图, 三个相同的正方形相接(在同一平面上), 则 $\tan \angle FAD =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} + x) + x$, 若 $f(2x-1) + f(2-x) > 0$, 则 x 的取值范围是 _____.

16. 已知一个圆锥的内切球的体积为 $\frac{4}{3}\pi$, 则该圆锥体积的最小值为 _____.



三、解答题: 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 $a, b, c, \sqrt{3}a \cos C + c \sin A = 0$.

(1) 求 C 的大小;

(2) 若 D 为 BC 的中点, $CD = CA, AD = \sqrt{3}$, 求 c .

18. (12 分)

“绿色出行, 低碳环保”已成为新的时尚. 近几年, 国家相继出台了一系列的环保政策, 在汽车行业提出了重点扶持新能源汽车的政策, 为新能源汽车行业的发展开辟了广阔的前景. 某公司对 A 充电桩进行生产投资, 所获得的利润有如下统计数据, 并计算得 $\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 30$.

A 充电桩投资金额 x /百万元	3	4	6	7	9	10
所获利润 y /百万元	1.5	2	3	4.5	6	7

(1) 已知可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系, 求其线性回归方程.

(2) 若规定所获利润 y 与投资金额 x 的比值不低于 $\frac{2}{3}$, 则称对应的投入额为“优秀投资额”,

记 2 分; 所获利润 y 与投资金额 x 的比值低于 $\frac{2}{3}$ 且大于 $\frac{1}{2}$, 则称对应的投入额为“良好投资额”, 记 1 分; 所获利润 y 与投资金额 x 的比值不超过 $\frac{1}{2}$, 则称对应的投入额为“不合格投资额”, 记 0 分. 现从表中 6 个投资金额中任意取 2 个, 用 X 表示记分之总和, 求 $X \leq 2$ 的概率.

附: 对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线方程 $\hat{y} = bx + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

19. (12分)

《九章算术》中记录的“羡除”是算学和建筑学术语,指的是一个类似隧道形状的几何体.如图,在羡除 $ABCDEF$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $EF \parallel AB$, $EF=6$, $EA=ED=FB=FC=3$.

- (1) 证明: 平面 $ADE \perp$ 平面 FBC ;
- (2) 求四棱锥 $C-ABFE$ 的体积.



20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(2, 0)$, 且 $P(-2, \sqrt{2})$ 是椭圆 C 上一点.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 若过 F 且斜率不为 0 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 若 $16|FB| \cdot |FA| = 3|AB|^2$, 求直线 l 的方程.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - 4 \ln x - 4$.

- (1) 判断 $f(x)$ 的导函数在 $(1, +\infty)$ 上零点的个数, 并说明理由;
- (2) 证明: 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $e^x - 4x \ln x - 1 > 0$.

注: $0.69 < \ln 2 < 0.7$.

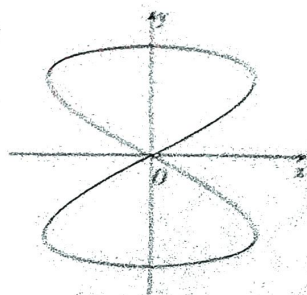
(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

数学中有许多美丽的曲线, 例如曲线 $E: \begin{cases} x = \sin 2t, \\ y = \cos t \end{cases} (t \text{ 为参数})$

形状如数字 8 (如图), 动点 A, B 都在曲线 E 上, 对应参数分别为 t

$= a$ 与 $t = \frac{\pi}{2} - a (0 < a < 2\pi)$, 设 O 为坐标原点, $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$.



- (1) 求 C 的轨迹的参数方程;
- (2) 求 C 到坐标原点的距离 d 的最大值和最小值.

[选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x-2| + 2|x-4|$.

- (1) 求不等式 $f(x) \geq 8$ 的解集;
- (2) 若关于 x 的不等式 $f(x) - |x-4| \geq -x^2 + 4x + m$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

