2022 年全国统一高考数学试卷（甲卷文科）

注意事项：

1．答题前，务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。

2．答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。

3．答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。

4．所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。

5．考试结束后，只将答题卡交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 A= {-2,-1,0,1,2}，$B=\{x\mid 0\le x<\frac{5}{2}\}$，则 $A\cap B$=

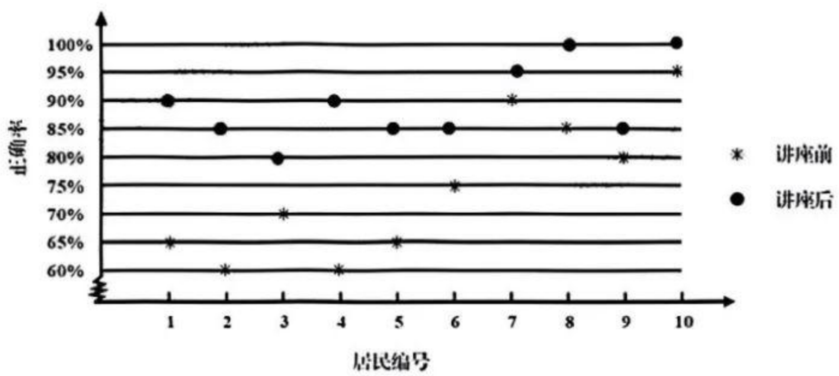
A. {0,1,2}　　B.{-2,-1,0}　　C.{0,1}　　D. {1,2}

【答案】A

【解析】方法一：直接通过交集的运算定义可得 $A\cap B$= {0,1,2}　故选 A.

方法二：代入排除法，排除 B/C/D,选 A.

2.某社区通过公益讲座以普及社区居民的垃圾分类知识.为了解讲座效果，随机抽取 10 位社区居民，让他们在讲座前和讲座后各回答一份垃圾分类知识问卷，这 10 位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如下图：



则

A.讲座前问卷答题的正确率的中位数小于 70%

B.讲座后问卷答题的正确率的平均数大于 85%

C.讲座前问卷答题的正确率的标准差小于讲座后正确率的标准差

D.讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差

【答案】B

【解析】对于 A 选项:讲座前问卷大题的正确率中位数为 $\frac{70\%+75\%}{2}$=72.5%，

对于 B 选项：可直接通过图表观察得知：问卷大题的正确率的平均数大于 85%所以 B 对；
对于 C 选项：讲座前问卷答题的正确率数据波动要大于讲座后问卷答题的正确率，故标准差也应该大于讲座后的标准差，所以 C 错；
对于 D 选项：讲座前正确率的极差为 35%，讲座后的为 20%，故 D 错。

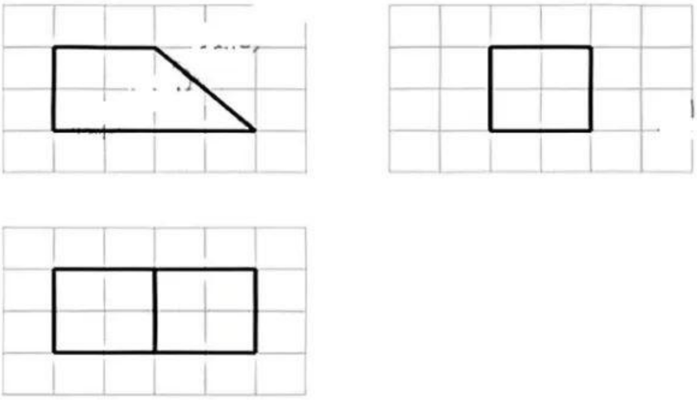
3.若 z=1+i，则 $\left|iz+3\bar{z}\right|=$

A. $4\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{2}$

【答案】A

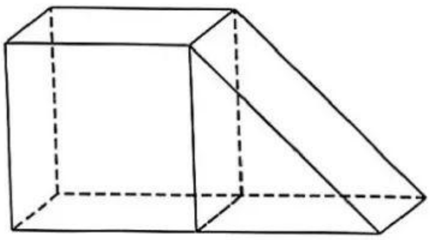
【解析】由 z=1+i 故 $iz+3z=i(1+i)+3(1-i)=2-2i$，$\left|iz+3\bar{z}\right|=\left|2-2i\right|=2\sqrt{2}$.

4. 如图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，网格小正方形的边长为 1，则该多面体的体积为



A.8　　B.12　　C.16　　D.20

【答案】B



【解析】该多面体是一个 2×2×2 的正方体与一个直三棱柱的组合体，如上图直三棱柱底面是一个直角边为 2 的等腰直角三角形。高为 2，所以体积为：2×2×2+$\frac{1}{2}\times2\times2\times2=8+4=12$故选$B$.

5.将函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到曲线 C，若 C 关于 y 轴对称，则 ω 的最小值是：

A $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】C

【解析】记 $g(x)$ 为 $f(x)$ 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后得到的曲线，则 $g(x)=f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=$

$\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{3}\right)$ 由 $g(x)$ 关于 Y 轴对称，可得：$\frac{\pi}{2}\omega+\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in z$，故有

$\omega=\frac{1}{3}+2k$，所以 ω 的最小值为 $\frac{1}{3}$.选 C.

6.从分别写有 1，2，3， 4，5， 6 的 6 张卡片中无放回随机抽取 2 张，则抽到的 2 张卡片上的数字之积是 4 的倍数的概率为（　）

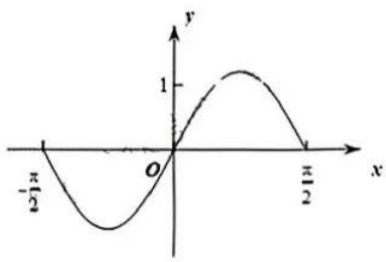
A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{3}$

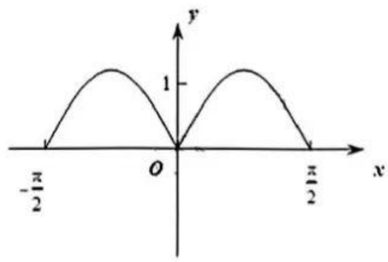
C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

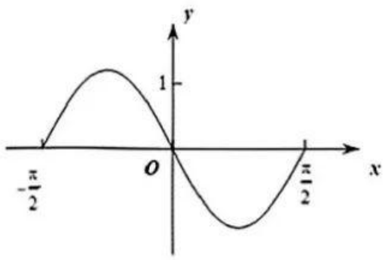
【答案】B

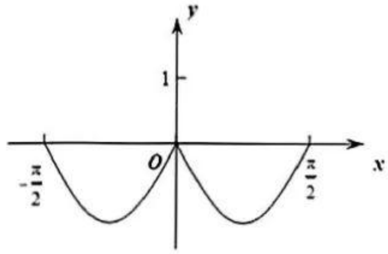
【解析】无放回随机抽取 2 张方法有 12，13，14，15，16，23，24，25，26，34，35，36，45，46，56 共 15 种，其中数字之积为 4 的倍数的是 14，24，26，45，46 共 5 种，$p=\frac{m}{n}=\frac{1}{3}$，故选 B。

7.函数 $f(x)=(3^x-3^{-x})\cos x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 的图像大致为（　）

A.


B.


C.


D.


【答案】A

【解析】因为 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\left(3^{\frac{\pi}{4}}-3^{-\frac{\pi}{4}}\right)\cos\frac{\pi}{4}>0$，所以排除 C,D;又因为

$f(-x)=\left(3^{-x}-3^{-(-x)}\right)\cos(-x)=-\left(3^{x}-3^{-x}\right)\cos x=-f(x)$，所以是奇函数，故选 A.

8.当 $x=1$ 时，函数 $f(x)=a\ln x+\dfrac{b}{x}$ 取得最大值-2,则 $f'(2)=$（　　）

A. -1

B. $-\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{1}{2}$

D. 1

【答案】B

【解析】因为 $f'(x)=\dfrac{ax-b}{x^2}$，由题意可知 $f'(1)=a-b=0$，$f(1)=a\ln 1+b=b=-2$，

所以 $a=-2$，因此 $f'(2)=\dfrac{-2\times 2-(-2)}{4}=-\dfrac{1}{2}$，故选 B.

9.在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 B_1D 与平面 $ABCD$ 和平面 AA_1B_1B 所成的角均为 30^0，则（　　）

A. $AB=2AD$

B. AB与平面AB_1C_1D所成的角为30^0

C. $AC=CB_1$

D. B_1D与平面BB_1C_1C所成的角为45^0

【答案】D

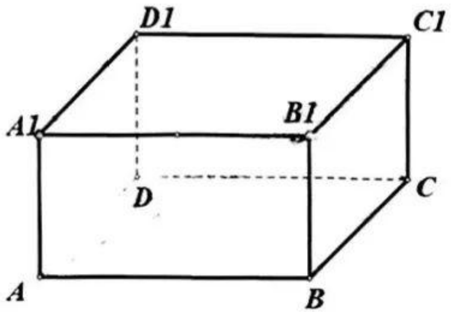
【解析】如图由题意可知 $\angle B_1DB$和$\angle DB_1A$ 分别是 B_1D 与平面 $ABCD$ 和平面 AA_1B_1B 所成的角，所以 $\angle B_1DB=\angle DB_1A=30^0$，设 $AB=a,AD=b,AA_1=c$ 根据题意有 $\dfrac{b}{\sqrt{a^2+c^2}}=\tan 30^0$,即$a^2+c^2=3b^2$ ①，同理有 $a^2+b^2=3c^2$ ②，由①和②可得

$a=\sqrt{2}\,b$, $b=$ ，所以$AB=\sqrt{2}\,AD$ 错误；所以$AC=\sqrt{3}b$，$CB_1=\sqrt{2}b$,C错误；

过 B做$BM\perp AB_1$于M，则 $BM\perp$面AB_1C_1D，$\angle BAB_1$是AB与平面AB_1C_1D所成的角，

$\sin\angle BAB_1=\dfrac{c}{\sqrt{a^2+c^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，所以 B 错误；$\angle B_1DC$是$B_1D$与平面$BB_1C_1C$所成的角，

$\sin\angle B_1DC=\dfrac{B_1C}{B_1D}=\dfrac{\sqrt{2}b}{2b}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\angle B_1DC=\dfrac{\pi}{4}$，故选 D.



10.甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为2π，侧面面积分别为$S_{甲}$和$S_{乙}$，体积分别为$V_{甲}$和$V_{乙}$,若$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=2$，则$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=$（　　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{10}$　　D. $\frac{5\sqrt{0}}{4}$

【答案】C

【解析】设甲、乙两个圆锥的母线长l，圆锥甲的底面半径为$r_{甲}$，高为$h_{甲}$，圆锥乙的底面半径为$r_{乙}$，高为$h_{乙}$，甲侧面展开图的圆心角为α，则乙侧面展开图的圆心角为$2\pi-\alpha$，

$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=\frac{\alpha}{2\pi-\alpha}=2$，所以$\alpha=\frac{4\pi}{3}$，$r_{甲}=\frac{2}{3}l, r_{乙}=\frac{1}{3}l, h_{甲}=\frac{\sqrt{5}}{3}l, h_{乙}=\frac{2\sqrt{2}}{3}l,$

$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=\frac{\frac{1}{3}\pi r_{甲}^2 h_{甲}}{\frac{1}{3}\pi r_{乙}^2 h_{乙}}=\sqrt{10}$，故选C.

11．已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{3}$，$A_1$，$A_2$分别为$C$的左、右顶点，$B$为$C$的上顶点．若$\overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{BA_2}=-1$，则$C$的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{16}=1$　　B. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$

C. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　D. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$

【答案】C

【解析】由题意，$A_1(-a,0)$，$A_2(a,0)$，$B(0,b)$，所以$\overrightarrow{BA_1}=(-a,-b)$，$\overrightarrow{BA_2}=(a,-b)$，

$\overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{BA_2}=-a^2+b^2=-1$ ①．又$1-\frac{b^2}{a^2}=\frac{2}{3}$，即$b^2=\frac{2}{3}a^2$，代入①式解得$a^2=3$，$b^2=2$，所以$C$的方程为$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$，答案选C.

12．已知$9^m=10$，$a=10^m-11$，$b=8^m-9$，则（　　）

A．$a>0>b$　　B．$a>b>0$

C．$b>a>0$　　D．$b>0>a$

【答案】A

【解析】由$9^m=10$，可得$m=\log_9 10\in(1,1.5)$．

根据a，b的形式构造函数$f(x)=x^m-x-1$（$x>1$），则$f'(x)=mx^{m-1}-1$，

令$f'(x)=0$，解得$x_0=m^{\frac{1}{1-m}}$，由$m=\log_9 10\in(1,1.5)$知$x_0\in(0,1)$．

$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增，所以$f(10)>f(8)$，即$a>b$，

又因为$f(9)=9^{\log_9 10}-10=0$，所以$a>0>b$，答案选A．

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知向量$\boldsymbol{a}=(m,3)$，$\boldsymbol{b}=(1,m+1)$，若$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则$m=$________．

【答案】$-\frac{3}{4}$

【解析】由$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，得$m+3m+3=0$，解得$m=-\frac{3}{4}$．

14．设点M在直线$2x+y-1=0$上，点$(3,0)$和$(0,1)$均在$\odot M$上，则$\odot M$的方程为__________．

【答案】$(x-1)^2+(y+1)^2=5$

【解析】方法一：因为点$(3,0)$和$(0,1)$的中点为$(\frac{3}{2},\frac{1}{2})$且$k=-\frac{1}{3}$，

所以点$(3,0)$和$(0,1)$的垂直平分线方程为：$y=3x-4$，

联立方程$\begin{cases}y=3x-4\\2x+y-1=0\end{cases}$，解得圆心$M(1,-1)$．

又$r^2=(3-1)^2+1^2=5$，

所以$\odot M$的方程为$(x-1)^2+(y+1)^2=5$．

方法二：设圆心$M(a,1-2a)$，则$r^2=(a-3)^2+(1-2a)^2=(a-0)^2+(1-2a-1)^2$，

解得a=1．

从而得$\odot M$的方程为$(x-1)^2+(y+1)^2=5$．

15．双曲线C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$e$，写出满足条件“直线$y=2x$与$C$无公共点”的$e$的一个值__________．

【答案】2（答案不唯一，只要$1<e<\sqrt{5}$即可）

【解析】因为双曲线C的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$，

要使直线$y=2x$与C无公共点，则只需要$2>\frac{b}{a}$即可，

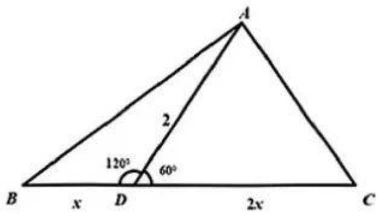
由$\frac{b}{a}<2$的$\frac{c^2-a^2}{a^2}=\frac{b^2}{a^2}<4$，所以$e^2<5$，

解得$1<e<\sqrt{5}$.

16. 已知ΔABC中，点D在边BC上，$\angle ADB=120^{\circ}, AD=2, CD=2BD$，当$\frac{AC}{AB}$取得最小值时，$BD=$________.

【答案】$\sqrt{3}-1$

【解析】设$BD=x$，则$CD=2x$，



则在ΔABD中由余弦定理得：$AB^2=2^2+x^2-2\times2\cdot x\cos120^{\circ}$即$AB^2=4+x^2+2x$，

在ΔADC中由余弦定理得：$AC^2=2^2+(2x)^2-2\times2\cdot2x\cos60^{\circ}$即$AC^2=4+4x^2+4x$，

所以$\left(\frac{AC}{AB}\right)^2=\frac{4+4x^2+4x}{4+x^2+2x}$，$x>0$，

设$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+2x+4}$，$x>0$，则$f'(x)=\frac{3x^2+6x-6}{(x^2+2x+4)^2}=0$得：$x=\sqrt{3}-1$.

可知$f(x)$在$(0,\sqrt{3}-1)$单调递减，在$(\sqrt{3}-1,+\infty)$单调递增，

所以$f(x)$在$x=\sqrt{3}-1$时取得最小值，

所以当$\frac{AC}{AB}$取得最小值时，$BD=\sqrt{3}-1$.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

甲、乙两城之间的长途客车均由 A 和 B 两家公司运营，为了解这两家公司长途客车的运行情况，随机调查了甲、乙两城之间的 500 个班次，得到下面列联表：

	准点班次数	未准点班次数
A	240	20
B	210	30

(1)根据上表，分别估计这两家公司甲、乙两城之间的长途客车准点的概率：

(2)能否有 90%的把握认为甲、乙两城之间的长途客车是否准点与客车所属公司有关?

附：$k^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

【答案】（1）0.923，0.75；（2）见解析

【解析】(1)甲城一共调查了 260 辆车，其中有 240 辆准点，故甲城准点的概率 $=\dfrac{240}{260}=0.923$，

乙城一共调查了 240 辆，其中有 210 辆准点。故乙城准点的概率 $=\dfrac{210}{240}=0.75$．

（2）：

	准点班次数	未准点班次数	合计
A	240	20	260
B	210	30	240
合计	450	50	500

$$k^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{500(240\times30-210\times20)^2}{260\times240\times450\times50}=3.2\succ2.706$$

所以有 90%的把握认为甲、乙两城之间的长途客车是否准点与客车所属公司有关

18.（12 分）

记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．已知 $\dfrac{2S_n}{n}+n=2a_n+1$．

（1）证明：$\{a_n\}$ 是等差数列；

（2）若 a_4，a_7，a_9 成等比数列，求 S_n 的最小值．

【答案】（1）见解析；（2）-78

【解析】（1）由已知得 $2S_n+n^2=2na_n+n$．当 $n=1$ 时，原式恒成立；

当$n\geq 2$时，$2S_{n-1}+(n-1)^2=2(n-1)a_{n-1}+(n-1)$；

两式相减得：$2a_n+2n-1=2na_n-2(n-1)a_{n-1}+1$，

整理得：$(2n-2)a_n=(2n-2)a_{n-1}+(2n-2)$，

因为$n\geq 2$，故$2n-2>0$，所以$a_n-a_{n-1}=1(n\geq 2)$，

所以数列$\{a_n\}$是公差为 1 的等差数列。

（2）由（1）$d=1$；由题意$a_7^{\ 2}=a_4a_9$，即$(a_1+6)^2=(a_1+3)(a_1+8)$，化简得：$a_1=-12$.

故$S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d=-12n+\dfrac{n(n-1)}{2}=\dfrac{1}{2}n^2-\dfrac{25}{2}n=\dfrac{1}{2}(n-\dfrac{25}{2})^2-\dfrac{625}{8}$

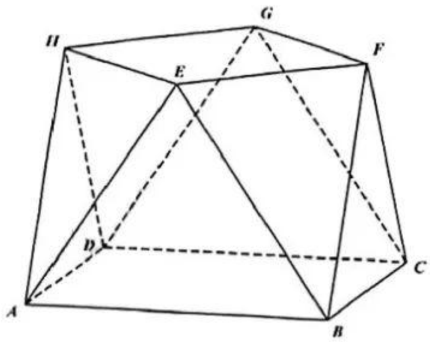
因为$n\in N^*$，所以$n=12$或$n=13$时，$(S_n)_{\min}=-78$.

19.（12 分）

小明同学参加综合实践活动，设计了一个封闭的包装盒，包装盒如图所示：底面$ABCD$是边长为 8（单位：cm）的正方形，$\triangle EAB$，$\triangle FBC$，$\triangle GCD$，$\triangle HDA$均为正三角形，且它们所在的平面都与平面$ABCD$垂直.

（1）证明：$EF//$平面$ABCD$

（2）求该包装盒的容积（不计包装盒材料的厚度）



【答案】（1）见解析；（2）$\dfrac{640\sqrt{3}}{3}$

【解析】（1）过点E作$EE'\perp AB$于点E'，过点F作$FF'\perp BC$于点F'，连接$E'F'$

∵底面$ABCD$是边长为 8 的正方形，$\triangle EAB$、$\triangle FBC$均为正三角形，且它们所在的平面都与平面$ABCD$垂直，

$\therefore EE'\perp AB, FF'\perp BC$，

$\therefore EE'\perp$平面$ABCD$，$FF'\perp$平面$ABCD$，

$\therefore EF\parallel E'F'$，

$\therefore E'F'\subset$平面$ABCD$，

$\therefore EF\parallel$平面$ABCD$.

（2）同理，过点G,H分别作$GG'\perp CD,HH'\perp DA$，交CD,DA于点G',H'，

连接$F'G',G'H',H'E',AC$，由（1）及题意可知，

G',H'分别为CD,DA的中点，$EFGH-E'F'G'H'$为长方体，

故该包装盒可分成一个长方体和四个相等的四棱锥组合而成.

由底面$ABCD$是边长为8的正方形可得：$E'F'=H'E'=\dfrac{1}{2}AC=4\sqrt{2}$，

$\therefore$所求该包装盒的容积为

$V=V_{EFGH-E'F'G'H'}+4V_{A-EE'H'H}$

$=E'F'\times E'H'\times EE'+4\times\dfrac{1}{3}\times S_{EE'H'H}\times\dfrac{1}{4}AC$

$=4\sqrt{2}\times 4\sqrt{\ }2\times\sqrt{4}\ 3+4\times\dfrac{1}{3}\times\sqrt{4}\ 2\sqrt{\ }4$

$=\dfrac{64\sqrt{\ }}{3}$

20.（12分）

已知函数$f(x)=x^3-x$，$g(x)=x^2+a$，曲线$y=f(x)$在点$(x_1,f(x_1))$处的切线也是曲线$y=g(x)$的切线.

（1）若$x_1=-1$，求a；

（2）求a的取值范围.

【答案】（1）$a=1$；（2）$a\geqslant -1$

【解析】（1）$\because f'(x)=3x^2-1$，$\therefore f'(1)=2$，且$f(1)=0$

故$y=f(x)$在点$(1,0)$处的切线为$y=2x$

又$y=2x$与$y=g(x)$相切，将直线$y=2x$代入$g(x)=x^2+a$得$x^2-2x+a=0$

由$\Delta=4-4a=0$得$a=1$

（2）$\because f'(x)=3x^2-1$，曲线$y=f(x)$在点$(x_1,f(x_1))$处的切线为

$y-(x_1^3-x_1)=(3x_1^2-1)(x-x_1)$，即$y=(3x_1^2-1)x-2x_1^3$；

由 $g(x)=x^2+a$ 得 $g'(x)=2x$，

设 $y=g(x)$ 在点 $(x_2,g(x_2))$ 处的切线为 $y-(x_2^2+a)=2x_2(x-x_2)$，

即 $y=-2x_2x-x_2^2+a$，

$\therefore \begin{cases}3x_1^2-1=2x_2\\-2x_1^3=a-x_2^2\end{cases}$，

$\therefore a=x_2^2-2x_1^3=\dfrac{1}{4}(9x_1^4-8x_1^3-6x_1^2+1)$.

令 $h(x_1)=9x_1^4-8x_1^3-6x_1^2+1$，则 $h'(x_1)=36x_1^3-24x_1^2-12x_1=12x_1(x_1-1)(3x_1+1)$

当 $x_1<-\dfrac{1}{3}$ 或 $0<x_1<1$ 时，$h'(x_1)<0$，此时函数 $y=h(x_1)$ 单调递减；

当 $-\dfrac{1}{3}<x_1<0$ 或 $x_1>1$ 时，$h'(x_1)>0$，此时函数 $y=h(x_1)$ 单调递增；

又 $h(-\dfrac{1}{3})=\dfrac{20}{27}$，$h(0)=1$，$h(1)=-4$，$\therefore h(x_1)_{\min}=h(1)=-4$

$\therefore a\geqslant\dfrac{-4}{4}=-1$，故 $a\geqslant-1$

21.（12 分）

设抛物线 C:$y^2=2px(p>0)$的焦点为 F，点 $D(p,0)$，过 F 的直线交 C 于 M，N 两点.当直线 MD 垂直于 x 轴时，$|MF|=3$.

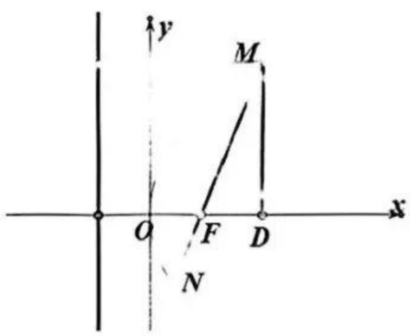
（1）求 C 的方程;

（2）设直线 MD，ND 与 C 的另一个交点分别为 A，B，记直线 MN,AB 的倾斜角分别为 α，β.当 α-β 取得最大值时，求直线 AB 的方程.

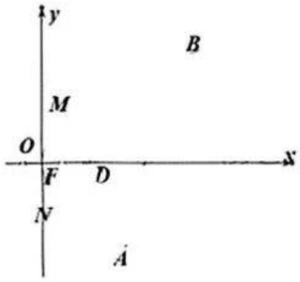
【答案】（1）$y^2=4x$；（2）$y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}(x-4)$

【解析】（1）如图，由已知 $x_M=p$，$|MF|=3=x_M+\frac{p}{2}$，

所以 $p=2$，抛物线 C 的方程 $y^2=4x$.



（2）令 $K_{MN}=k_1=tan\alpha$，$K_{AB}=k_2=tan\beta$，$\tan(\alpha-\beta)=\frac{k_1-k_2}{1+k_1k_2}$.



令$M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,$(y_1>0$,$y_2<0)$ $A(x_3,y_3)$,$B(x_4,y_4)$($y_3<0,y_4>0$),AB:$y=k_2(x-m)$,

由$\begin{cases} y=k_1(x-1) \\ y^2=4x \end{cases}$得$x_1x_2=1$,

由$\begin{cases} y=k_2(x-m) \\ y^2=4x \end{cases}$得$x_3x_4=m^2$,

由$\begin{cases} y=k_{MD}(x-2) \\ y^2=4x \end{cases}$得$x_1x_3=4$,$\begin{cases} y=k_{ND}(x-2) \\ y^2=4x \end{cases}$得$x_2x_4=4$,

所以有$M(x_1,2\sqrt{x_1})$,$N(\frac{1}{x_1},\frac{-2}{\sqrt{x_1}})$,$A(\frac{4}{x_1},\frac{-4}{\sqrt{x_1}})$,$B(4x_1,4\sqrt{x_1})$.

$k_1=\frac{2\sqrt{x_1}}{x_1-1}$,$k_2=\frac{\sqrt{x_1}}{x_1-1}$,

所以$\tan(\alpha-\beta)=\frac{k_1-k_2}{1+k_1k_2}=\frac{k_2}{1+2k_2^2}=\frac{1}{\frac{1}{k_2}+2k_2}$,

故当$k_2^2=\frac{1}{2}$时,$\alpha-\beta$最大.

此时易得$x_3x_4=16x_1x_2=m^2$,所以$m=4$,所以AB方程:$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(x-4)$.

(二)选考题:共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系xOy中,曲线C_1的参数方程为$\begin{cases} x=\frac{2+t}{6} \\ y=\sqrt{t} \end{cases}$,(t是参数),曲线$C_2$的参数方程为$\begin{cases} x=-\frac{2+s}{6} \\ y=-\sqrt{s} \end{cases}$,(s是参数).

(1)写出C_1的普通方程;

(2)以坐标原点为极点,x轴正半轴建立极坐标系,曲线C_3的极坐标方程为$2\cos\theta-\sin\theta=0$,求C_3与C_1交点的直角坐标,及C_3与C_2交点的直角坐标.

【答案】(1)$y^2=6x-2(y\geq0)$;(2)(-1,-2)和$(-\frac{1}{2},-1)$

【解析】(1)C_1:$\begin{cases} x=\frac{2+t}{6} \\ y=\sqrt{t} \end{cases}$,消去参数t得$x=\frac{2+y^2}{6}(y\geq0)\Rightarrow$ $y^2=6x-2(y\geq0)$.

(2) C_3:$2\cos\theta-\sin\theta=0$,两边乘 ρ, $\Rightarrow$ $2\rho\cos\theta-\rho\sin\theta=0$.

∴C_3:y=2x.

联立$\begin{cases}y^2=6x-2(y\geq0)\\ y=2x\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\ y=1\end{cases}$ 或$\begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}$

C_2 消去参数 s 得$y^2=-6x-2(y\leq0)$

联立$\begin{cases}y^2=-6x-2(y\leq0)\\ y=2x\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-1\\ y=-2\end{cases}$ 或$\begin{cases}x=-\frac{1}{2}\\ y=-1\end{cases}$

综上所述,C_3与C_1交点为($\frac{1}{2}$, 1)和(1, 2);C_3与C_2交点为(-1,-2)和($-\frac{1}{2}$,-1)。

23. [选修 4-4:不等式选讲](10 分)

已知 a,b,c 均为正数,且$a^2+b^2+4c^2=3$,证明:

(1) $a+b+2c\leq3$;

(2) 若$b=2c$,则$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\geq3$.

【答案】(1) 见解析;(2) 见解析

【解析】(1) 由柯西不等式知:

$$\left(a^2+b^2+4c^2\right)\left(1^2+1^2+1^2\right)\geq(a+b+2c)^2$$

即$3\times3\geq(a+b+2c)^2$且 $a.b.c$ 是正实数,

故$a+b+2c\leq3$(当且仅当$a=b=2c$时取等.即$a=b=1.c=\frac{1}{2}$)

(2) 由①知$a+b+2c\leq3$且$b=2c$.

故$0<a+4c\leq3$. $\frac{1}{a+4c}\geq\frac{1}{3}$.

由权方和不等式知

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1^2}{a}+\frac{2^2}{4c}\geq\frac{9}{a+4c}\geq3.$$

故$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\geq3$.

名校综合评价介绍

名校综合评价致力于提供综合评价、三位一体、新高考生涯规划、志愿填报等政策资讯服务。总部坐落于北京，用户群体涵盖全国 80%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取高中升学报考相关资讯及备考指南，请关注**名校综合评价**官方微信号：**mxzhpj**。