姓　　名＿＿＿＿＿＿

准考证号＿＿＿＿＿＿

绝密★启用前

湘豫名校联考
2023 年 3 月高三第一次模拟考试
数学(理科)

注意事项：

1. 本试卷共 6 页。时间 120 分钟，满分 150 分。答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在试卷指定位置，并将姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上，然后认真核对条形码上的信息，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。作答非选择题时，将答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将试卷和答题卡一并收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|x^2-2x-3\leqslant 0\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}||x-2|\geqslant 1\}$，则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

A. $(1,3$　　B. $[1,3]$　　C. $[1,3)$　　D. $(1,3)$

2. 若复数 $z=\dfrac{1-a\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$（i 为虚数单位）在复平面内对应的点位于第四象限，则实数 a 的取值范围为

A. $(-\infty,1)$　　B. $(-1,1)$　　C. $[-1,1]$　　D. $(-1,+\infty)$

3. 在递增等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=4$，且 $3a_5$ 是 a_6 和 a_7 的等差中项，则 $a_{10}=$

A. 256　　B. 512　　C. 1 024　　D. 2 048

4. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(2+x)+f(2-x)=0$，$f(x+1)$ 为偶函数且 $f(1)=1$，则 $f(2\ 023)=$

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

5. 多年来，网络春晚一直致力于为本土市民“圆春晚梦”，得到了广大市民的认可. 某市 2023 年网络春晚海选如期举行，该活动总共分为海选、复赛、决赛三

个阶段，参赛选手通过决赛后将参加该市2023年网络春晚．已知甲、乙、丙三人组成一个小组，假设在每一轮比赛中，甲、乙、丙通过的概率依次为$\frac{3}{4}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{2}{3}$，假设他们之间通过与否互不影响，则该小组三人同时进入决赛的概率为

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{4}{9}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{8}$

6．已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$A$是双曲线$C$的左顶点，以$F_1F_2$为直径的圆与双曲线$C$的一条渐近线交于$P$，$Q$两点，且$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=-4a^2$，则双曲线$C$的离心率为

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

7．已知实数x，y满足约束条件$\begin{cases}x\leqslant 3,\\x+y\geqslant 0,\\x-y+2\geqslant 0,\end{cases}$则$|x-2y|$的最大值是

A．5　　B．6　　C．7　　D．9

8．已知某离散型随机变量X的分布列如下：

X	-1	0	1	2
P	a	b	c	$\frac{1}{3}$

若$E(X)=\frac{3}{4}$，$P(X\geqslant 1)=\frac{7}{12}$，则$D(X)=$

A．$\frac{5}{16}$　　B．$\frac{9}{8}$　　C．$\frac{19}{16}$　　D．$\frac{5}{4}$

9．为弘扬中国优秀传统文化，某地教育局决定举办"经典诵读"知识竞赛．竞赛规则：参赛学生从《红楼梦》《论语》《史记》这3本书中选取1本参加有关该书籍的知识竞赛，且同一参赛学校的选手必须全部参加3本书籍的知识竞赛．某校决定从本校选拔出的甲、乙等5名优秀学生中选出4人参加此次竞赛．因甲同学对《论语》不精通，学校决定不让他参加该书的知识竞赛，其他同学没有限制，则不同的安排方法有（　　）种．

A．128　　B．132　　C．156　　D．180

10．高斯是德国著名的数学家，近代数学的奠基者之一，享有"数学王子"的称号，用其名字命名的"高斯函数"为：设$x\in\mathbf{R}$，用$[x]$表示不超过x的最大整

数，则 $y=[x]$ 称为"高斯函数"，例如：$[-2.5]=-3$，$[2.7]=2$. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_2=3$，$a_{n+2}+2a_n=3a_{n+1}$，若 $b_n=[\log_2 a_{n+1}]$，S_n 为数列 $\left\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和，则 $S_{2\,023}=$

A. $\frac{2\,022}{2\,023}$　　B. $\frac{2\,024}{2\,023}$　　C. $\frac{2\,023}{2\,024}$　　D. $\frac{2\,025}{2\,024}$

11. 党的二十大报告将"完成脱贫攻坚、全面建成小康社会的历史任务，实现第一个百年奋斗目标"作为十年来对党和人民事业具有重大现实意义和深远历史意义的三件大事之一. 某企业积极响应国家号召，对某经济欠发达地区实施帮扶，投资生产 A 产品. 经过市场调研，生产 A 产品的固定成本为 200 万元，每生产 x 万件，需可变成本 $p(x)$ 万元，当产量不足 50 万件时，$p(x)=\frac{1}{120}x^3+60x$；当产量不小于 50 万件时，$p(x)=101x+\frac{6\,400}{x}-1\,360$. 每件 A 产品的售价为 100 元，通过市场分析，生产的 A 产品可以全部销售完. 欲使得生产该产品能获得最大利润，则产量应为

A. 40 万件　　B. 50 万件　　C. 60 万件　　D. 80 万件

12. 下列结论正确的是

A. $\log_{2\,021}2\,022<\log_{2\,022}2\,023<\frac{2\,023}{2\,022}$

B. $\log_{2\,022}2\,023<\log_{2\,021}2\,022<\frac{2\,023}{2\,022}$

C. $\frac{2\,023}{2\,022}<\log_{2\,022}2\,023<\log_{2\,021}2\,022$

D. $\frac{2\,023}{2\,022}<\log_{2\,021}2\,022<\log_{2\,022}2\,023$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,t)$，$\boldsymbol{b}=(2,t)$，$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\frac{11}{13}\boldsymbol{b}$，若 $\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{c}$，$t>0$，则 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影是________.

14. 在 $\left(a\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^6$ 的展开式中，各项系数的和与各二项式系数的和之比为 64，则 $a=$________.

15. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中，$PB\perp$ 平面 ABC，$AB=BC=PB=2\sqrt{3}$，$AC=6$，则

三棱锥 $P-ABC$ 外接球的体积为________.

16. 设过点 $(2,-1)$ 的直线 l 与椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 交于 M、N 两点，已知点 $A(0,1)$，若直线 AM 与直线 AN 的斜率分别为 k_1，k_2，则 $k_1+k_2=$________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.（本小题满分 12 分）

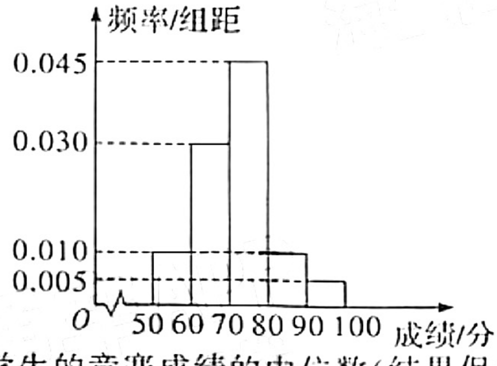
已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\cos x+2\sin^2 x$. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $f(A)=3$.

(1)求角 A；

(2)若 $b=3$，$c=2$，点 D 为 BC 边上靠近点 C 的三等分点，求 AD 的长度.

18.（本小题满分 12 分）

为庆祝党的二十大的胜利召开，培养担当民族复兴的时代新人，某高校在全校开展“不负韶华，做好社会主义接班人”的宣传活动. 为进一步了解学生对党的“二十大”精神的学习情况，学校开展了“二十大”相关知识的竞赛活动，现从参加该活动的学生中随机抽取 100 人，将他们的竞赛成绩（满分为 100 分）分为 5 组：$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$，得到如图所示的频率分布直方图：



(1)估计这 100 名学生的竞赛成绩的中位数（结果保留整数）；

(2)在抽取的100名学生中，规定：竞赛成绩不低于70分为"优秀"，竞赛成绩低于70分为"非优秀"。请将下面的2×2列联表补充完整，并判断是否有99%的把握认为"竞赛成绩是否优秀与性别有关"？（精确到0.001）

	优秀	非优秀	合计
男		30	
女			50
合计			100

参考公式及数据：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

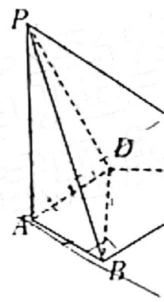
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19.（本小题满分12分）

已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，$AD\,/\!/\,BC$，$BC\perp AB$，$AB=AD=\frac{1}{2}BC$，$BD=\sqrt{2}$，$PD=\sqrt{5}$.

(1)求直线 PC 与平面 PBD 所成角的正弦值；

(2)线段 PB 上是否存在一点 M，使得 $CM\perp$平面 PBD？若存在，请指出点 M 的位置；若不存在，请说明理由.



20.（本小题满分12分）

已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$上的一个动点 P 到抛物线的焦点 F 的最小距离为1.

(1)求抛物线 C 的标准方程；

(2)过焦点 F 的直线 l 交抛物线 C 于 A,B 两点,M 为抛物线上的点,且 $AM\perp BM$,$MF\perp AB$,求△ABM 的面积.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x+x+1$.

(1)求函数 $f(x)$的图象在点$(1,f(1))$处的切线方程;

(2)求证:$f(x)<e^x$.

(二)选考题:共 10 分.请考生在 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)**选修 4—4:坐标系与参数方程**

在平面直角坐标系 xOy 中,圆 C 的圆心坐标为$(-2,-2)$,且过原点 O.以坐标原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为$\rho(\cos\theta+\sin\theta)=-1$.

(1)求圆 C 的参数方程及直线 l 的直角坐标方程;

(2)若直线 l 与圆 C 交于 A,B 两点,点 P 在圆 C 上运动,求△PAB 面积的最大值.

23.(本小题满分 10 分)**选修 4—5:不等式选讲**

若函数 $f(x)=|x-t|-2|x+3|(t>0)$的最大值为 5.

(1)求 t 的值;

(2)已知 $a>0$,$b>0$,且 $a+2b=t$,求$\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$的最小值.