

2022-2023 学年度下学期期末考试

高一数学答案

一. 选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	C	D	A	B	D	ACD	ACD	ABD	ABC

【详解】

1. 解析: $\bar{z} \cdot i = (2-i) \cdot i = 1+2i$, 选 B.

2. 解析: 因为总体是由差异明显的两部分组成的, 所以应该采取分层随机抽样, 故①正确;

高一共有 $20 \times 50 = 1000$ 人, 高二共有 $24 \times 45 = 1080$ 人, 从这两个年级 2080 人中共抽取 208 人进行

视力调查, 高一应抽取 $\frac{1000}{2080} \times 208 = 100$ 人, 高二应抽取 $\frac{1080}{2080} \times 208 = 108$ 人, 故②正确;

甲被抽到的可能性为 $\frac{100}{1000} = \frac{1}{10}$, 乙被抽到的可能性为 $\frac{135}{1350} = \frac{1}{10}$, 甲和乙被抽到的可能性相等, 故

③不正确;

所以正确的说法是: ①②, 选 C.

3. 解析: 由面面平行判定定理可知 A 不对; B 选项缺少 m 不在平面 β 上; 由面面垂直性质定理可知

C 错; 由面面垂直判定定理 D 正确.

4. 解析: 根据定义可知: $\vec{a} - 2\vec{b}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影向量为 $\frac{(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \cdot \vec{b} = -2\vec{b}$, 答案选 C.

5. 解析: D

$\alpha \cap \gamma = l_2$, $\beta \cap \gamma = l_3$ 所以 $l_2 \subset \gamma, l_3 \subset \gamma$, A 错

因为 $\alpha \cap \beta = l_1$, $\alpha \cap \gamma = l_2$, $l_1 \cap l_2 = O$,

所以 $O \in \alpha, O \in \beta, O \in \gamma$,

因为 $\beta \cap \gamma = l_3$, 所以 $O \in l_3$,

所以直线 l_1, l_2, l_3 必然交于一点 (即三线共点), B, C 错误, D 正确;

6. 解析: $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ 且对 $\forall t \in \mathbf{R}$, 有 $|\vec{b} + t\vec{a}| \geq |\vec{b} - \vec{a}|$ 恒成立, 数形结合可知 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$

所以 $|2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{4\vec{a}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2} = 2$, 则 $2\vec{a} - \vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角余弦值为 $\frac{(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b}}{|2\vec{a} - \vec{b}| |\vec{b}|} = -\frac{1}{2}$, 答案选

A.

7. 解析: 由折叠不变可知, 三棱锥 $A'-EFD$ 中 $A'E, A'F, A'D$ 两两相互垂直, 所以 $V_{A'-EFD} = \frac{1}{3}$,

$\triangle EFD$ 的三边长分别为 $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{5}$, 所以 $S_{\triangle EFD} = \frac{3}{2}$, 等体积法求出 A' 到平面 EFD 的距离为 $\frac{2}{3}$.

所以选 B.

8. 解析: 设增加的数为 x, y , 原来的 8 个数分别为 $a_1, a_2, \dots, a_8$,

则 $a_1 + a_2 + \dots + a_8 = 64$, $a_1 + a_2 + \dots + a_8 + x + y = 90$,

所以 $x + y = 26$,

又因为 $\frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (a_i - 8)^2 = 12$, 即 $\sum_{i=1}^8 (a_i - 8)^2 = 96$,

$$\begin{aligned} \frac{1}{10} \left[\sum_{i=1}^8 (a_i - 9)^2 + (x - 9)^2 + (y - 9)^2 \right] &= \frac{1}{10} \left[\sum_{i=1}^8 (a_i - 8)^2 - 2 \sum_{i=1}^8 (a_i - 8) + 8 + (x - 9)^2 + (y - 9)^2 \right] \\ &= \frac{1}{10} (x^2 + y^2 - 202), \therefore \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} \geq \frac{x + y}{2} = 13 \end{aligned}$$

所以方差的最小值为 13.6 (当 $x = y = 8$ 时取到最小值)

故选: D.

9. 解析: ACD

A 从平均数角度考虑是对的; B 从标准差角度考虑是错的; C 从标准差角度考虑是对的; D 从平均数和标准差角度考虑是对的.

10. 解析: 因为 $x_1 + x_2 = -t, x_1 x_2 = 2 \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = t^2 - 8$

当 $t^2 - 8 \geq 0$ 时, $|x_1 - x_2| = \sqrt{t^2 - 8} = 2\sqrt{2} \therefore t = \pm 4$;

当 $t^2 - 8 < 0$ 时, $x_1 - x_2 = \pm \sqrt{8 - t^2} i, |x_1 - x_2| = \sqrt{8 - t^2} = 2\sqrt{2} \therefore t = 0$; 选 ACD

11. 解析: 当 $f(0) = -1, A = 2$ 时得 $\sin \varphi = -\frac{1}{2}, -\frac{\pi}{2} < \varphi < 0 \therefore \varphi = -\frac{\pi}{6}$, A 选项正确;

当 $x_1 = \frac{\pi}{12}, x_2 = \frac{5\pi}{12}$ 时, 函数得最小正周期 $\frac{2\pi}{3}, \therefore \omega = 3$, 以及 $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\pi}{4}, \therefore \frac{\pi}{4} \cdot 3 + \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$, B

正确;

由图像可以 $\omega x_1 + \varphi = 0, \omega x_2 + \varphi = \pi, \therefore \frac{\pi - \varphi}{-\varphi} = \frac{x_2}{x_1} \Rightarrow -\frac{\pi}{\varphi} + 1 = \frac{x_2}{x_1}$

又因为 $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0, \therefore \frac{\pi}{\varphi} < -2 \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} > 3$, 所以 C 错, D 对.

答案: ABD

12. 解析: 当 $n=1$ 时, P 点在线段 $C_1 D_1$ 上, CP 包含于平面 $CDD_1 C_1$, 又因为平面 $CDD_1 C_1 \parallel$ 平面 $ABB_1 A_1$ 所以 A 对;

当 $m=0, n=\frac{1}{2}$ 时, P 是 AD_1 的中点, 且 $B_1 C_1 \perp ABC_1 D_1$, H 是垂足, 所以 $\angle B_1 PH$ 为所求, 所以 B

正确;

当 $m+n=1$ 时, 点 P 在线段 BD_1 上, $\because A_1C_1 \perp \text{面} BB_1D_1$, 所以 C 对;

当 $m+n=1$ 时, 点 P 在线段 BD_1 上, 将平面 ABD_1 和平面 BCD_1 展开成平面图后, 线段 AC 为所求,

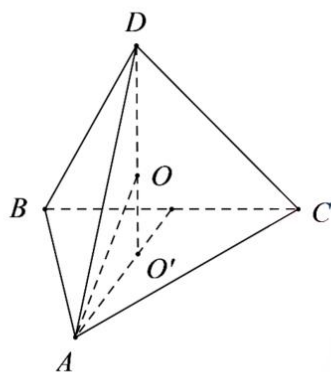
$PA+PC$ 的最小值为 $\frac{2}{3}\sqrt{6}$, 答案: ABC

二. 填空题

13. $2\sqrt{2}$ 14. 24 15. 4 16. $\frac{3}{14}$

13. 解析: $z = \frac{6+2i}{2-i} = 2+2i, \therefore |z| = 2\sqrt{2}$

15. 解析: 设 $\triangle ABC$ 的中心为 O' , 三棱锥 $D-ABC$ 外接球的球心为 O , 则当体积最大时, 点 D , O' , O 在同一直线上, 且垂直于底面 ABC , 如图,



因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形且其面积为 $9\sqrt{3}$, 所以 $\triangle ABC$ 的边长 x 满足 $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 9\sqrt{3}$, 故 $x=6$, 所

以 $AO' = 2\sqrt{3}$, $DO = AO = R$, 故 $OO' = \sqrt{AO^2 - AO'^2} = \sqrt{R^2 - 12}$, 故三棱锥的高

$DO' = DO + OO' = R + \sqrt{R^2 - 12}$,

所以 $V = \frac{1}{3} \times 9\sqrt{3} \times (R + \sqrt{R^2 - 12}) = 18\sqrt{3}$, 所以 $R=4$.

16. 解析: 设 $\angle BDE = \alpha (\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{5\pi}{6})$, $EF = x$, 则 $\triangle BDE$ 中

$\angle DEB = \pi - (\alpha + \frac{\pi}{3})$, $DE = \sqrt{3}x$

由正弦定理得: $\frac{DE}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{BD}{\sin(\alpha + \frac{\pi}{3})}$, $\therefore BD = \frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{3})}{\sin \frac{\pi}{3}} \cdot \sqrt{3}x$,

在 $\triangle ADF$ 中 $DF = 2x$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$, $\angle AFD = \alpha - \frac{\pi}{6}$, 同理可得 $AD = \frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{6})}{\sin \frac{\pi}{3}} \cdot 2x$

因此可得 $AB = AD + BD = 2\sin(\alpha + \frac{\pi}{3})x + \frac{4}{3}\sqrt{3}\sin(\alpha - \frac{\pi}{6})x = (3\sin\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3}\cos\alpha)x$

$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}DE \cdot EF}{\frac{1}{2}AB \cdot AB \cdot \sin \frac{\pi}{3}} = \frac{2}{(3\sin\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3}\cos\alpha)^2}, \text{ 因为}$$

$$3\sin\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3}\cos\alpha = \frac{2\sqrt{21}}{3}\sin(\alpha + \varphi) \leq \frac{2\sqrt{21}}{3}$$

经检验 $(3\sin\alpha + \frac{\sqrt{3}}{3}\cos\alpha)_{\max} = \frac{2}{3}\sqrt{21}$, 则 $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}}$ 的最小值为 $\frac{3}{14}$.

三.解答题

17. (1) $\because z^2 - z = (\cos 2\theta - \cos \theta) + i(\sin 2\theta - \sin \theta)$,

$$\therefore \cos 2\theta - \cos \theta = 2\cos^2 \theta - \cos \theta - 1 = 0, \theta \in (0, \pi),$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{2}{3}\pi; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) $\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, 2z = -1 + \sqrt{3}i, \therefore z^2 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i,$

$$\therefore 1 + z + z^2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = 0.$$

在复平面上对应的点分别为 $A(-1, \sqrt{3}), B(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}), C(0, 0)$, $\therefore CA = 2, CB = 1, AB = \sqrt{7}$,

$$\text{由余弦定理可得 } \cos \angle ACB = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2CA \cdot CB} = \frac{1 + 4 - 7}{2 \times 2} = -\frac{1}{2}, \text{ 且 } \angle ACB \in (0, \pi),$$

$$\therefore \sin \angle ACB = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}CA \cdot CB \cdot \sin \angle ACB = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

18. (1) 因为 $2c + b - 2a \cos B = 0$, 由正弦定理可知: $2\sin C + \sin B - 2\sin A \cos B = 0$,

$$\therefore \sin C = \sin(A + B), \therefore 2\sin(A + B) + \sin B - 2\sin A \cos B = 0$$

$$\therefore 2\cos A \sin B + \sin B = 0 (\sin B \neq 0), \therefore \cos A = -\frac{1}{2}$$



又 A 为三角形内角, 所以 $A = \frac{2}{3}\pi$;6 分

(2) 由 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}$, 得 $bc \cos \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow bc = 3$, 又 $a = 2\sqrt{3}$, 在 $\triangle ABC$ 中由余弦定理得:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow b^2 + c^2 = 9$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \therefore |\overrightarrow{AD}|^2 = \frac{1}{4}(b^2 + c^2) - \frac{1}{4}bc = \frac{3}{2}$$

所以 $AD = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 12 分

19. (1) 连接 EF , 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB \parallel C_1D_1$ 且 $AB = C_1D_1$,

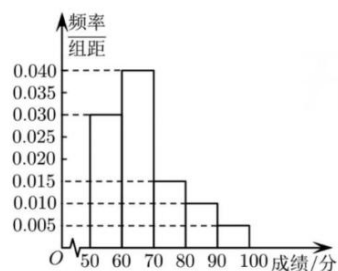
所以四边形 ABC_1D_1 是平行四边形, 所以 $AD_1 \parallel BC_1$, 又 $EF \parallel BC_1$, 所以 $EF \parallel AD_1$, 所以 E, F, D_1, A 四点共面, 即点 F 在平面 AED_1 内;5 分

(2) 再连接 FD_1 , 所以平面 AED_1 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的截面是四边形 $AEFD_1$, 所以 V_1 是几何体三棱台 $A_1AD_1-B_1EF$ 的体积, 所以

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot A_1B_1 \cdot (S_{\triangle A_1AD_1} + \sqrt{S_{\triangle A_1AD_1} S_{\triangle B_1EF}} + S_{\triangle B_1EF}) = \frac{7}{3}, V_2 = V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1} - V_1 = \frac{17}{3}$$

因此: $V_1 : V_2 = 7 : 17$ 12 分

20. (1) 成绩落在 $[60, 70)$ 的频率为 $1 - (0.30 + 0.15 + 0.10 + 0.05) = 0.40$



.....2 分

补全的频率分布直方图, 如图

样本的平均数 $\bar{x} = 55 \times 0.30 + 65 \times 0.40 + 75 \times 0.15 + 85 \times 0.10 + 95 \times 0.05 = 67$ (分)4 分

设 80% 分位数为 x , 则 $0.03 \times 10 + 0.04 \times 10 + (x - 70) \times 0.015 = 0.8$,

解得: $x = \frac{230}{3} \approx 76.67$ (分);6 分

(2) 由分层抽样可知, 第三组和第四组分别抽取 30 人和 20 人8 分

分层抽样的平均值: $\bar{x}_1 = \frac{3}{5} \times 72 + \frac{2}{5} \times 87 = 78$ (分)10 分

分层抽样的方差: $s^2 = \frac{3}{5} [1 + (72 - 78)^2] + \frac{2}{5} [2 + (87 - 78)^2] = \frac{277}{5} = 55.4$



所以这 200 人中分数在区间 $[70, 90]$ 所有人的成绩的方差为 55.412 分

21. (1) 设 AC 的中点为 O , 连接 OA_1, OB ,

因为 $AB = BC$, 所以 $AC \perp OB$, 又因为 $AC \parallel A_1C_1$, 且 $A_1C_1 \perp A_1B$,

所以 $AC \perp A_1B$, 因为 $A_1B, OB \subset$ 平面 OBA_1 , 且 $A_1B \cap OB = B$,

所以 $AC \perp$ 平面 OBA_1 , 因为 $OA_1 \subset$ 平面 OBA_1 ,

所以 $AC \perp OA_1$, 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理求得 $AC = 2\sqrt{3}$, 则 $A_1C_1 = AC = 2\sqrt{3}$,

因为 $A_1C_1 \perp A_1B$, 所以 $A_1C_1^2 + A_1B^2 = BC_1^2$, 解得 $A_1B = \sqrt{2}$,

在 $\text{Rt}\triangle AOA_1$ 和 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 可知 $A_1O = OB = 1$,

在 $\triangle OBA_1$ 中, $OA_1^2 + OB^2 = A_1B^2$, 因此 $A_1O \perp OB$.

由(1)知, $AC \perp OA_1$, 且 $AC, OB \subset$ 平面 ABC , 且 $AC \cap OB = O$,

所以 $A_1O \perp$ 平面 ABC . 因此平面 $A_1AC \perp$ 平面 ABC 得证6 分

(2) 由第一问证明易得 $A_1A = A_1C, \triangle AA_1B \cong \triangle CA_1B$, 且 $AB = BC = AA_1 = CA_1$.

取 A_1B 的中点 P , $\angle APC$ 为二面角 $A - A_1B - C$ 的平面角, 且 $AC = 2\sqrt{3}, AP = CP = \frac{\sqrt{14}}{2}$

$\cos \angle APC = \frac{AP^2 + CP^2 - AC^2}{2AP \cdot CP} = -\frac{5}{7}$, 所以二面角 $A - A_1B - C$ 的平面角的余弦值为 $-\frac{5}{7}$ 12 分

22. 因为边 BC 上的高 $h = \frac{\sqrt{3}}{4}a$, 所以 $\frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a$

化简可得: $\sin B \sin C = \frac{\sqrt{3}}{4} \sin A$ 2 分

(1) $\because A = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin C = \cos B$

所以 $\sin B \cos B = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin 2B = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow B = \frac{\pi}{6} \text{ 或 } \frac{\pi}{3}$;6 分

(2) 由 $\sin B \sin C = \frac{\sqrt{3}}{4} \sin A \Rightarrow \sin B \sin C = \frac{\sqrt{3}}{4} \sin(B+C)$

所以 $\sin B \sin C = \frac{\sqrt{3}}{4} (\sin B \cos C + \cos B \sin C)$,

即 $\tan B \tan C = \frac{\sqrt{3}}{4} (\tan B + \tan C) \Rightarrow \frac{1}{\tan B} + \frac{1}{\tan C} = \frac{4}{\sqrt{3}}$ 且 $\tan B, \tan C > 0$

$\tan B + 4 \tan C = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{1}{\tan B} + \frac{1}{\tan C} \right) (\tan B + 4 \tan C) = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(5 + \frac{\tan B}{\tan C} + 4 \frac{\tan C}{\tan B} \right)$

所以当 $\tan B = 2 \tan C = \frac{3}{4}\sqrt{3}$ 时, $(\tan B + 4 \tan C)_{\min} = \frac{9}{4}\sqrt{3}$ 12 分

湖北省新高考联考协作体*数学答案 (共 6 页) 第 6 页



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

