

山西省晋中市重点中学六校协作体 2023 届五月联合考
高三理科数学

全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将条形码粘贴在答题卡的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回。
4. 本卷主要考查内容:高考范围。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $M = \{x \mid \sqrt{x-1} < 2\}$, $N = \{x \mid 2^x > 8\}$, 则 $M \cap N =$
A. (1,3) B. $[1, +\infty)$ C. (3,5) D. (1,5)
2. 复数 $(2+z)(1+i) = 2i$, 则 $\bar{z} =$
A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-1+i$ D. $-1-i$
3. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 中点, M 为 AD 中点, $\vec{BM} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$, 则 $m+n =$
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1
4. 直径为 4 的半球形容器, 装满水然后将水全部倒入底面直径和高均为 4 的圆柱容器, 则圆柱容器中水面的高度为
A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2
5. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-4 \geq 0, \\ 2x-y-2 \geq 0, \\ x-2y+1 \leq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 2x+y$ 的最小值为
A. 6 B. 7 C. 9 D. 10
6. 《庄子·天下》中有:“一尺之棰, 日取其半, 万世不竭”, 其大意为: 一根一尺长的木棍每天截取一半, 永远都取不完, 设第一天这根木棍截取一半后剩下 a_1 尺, 第二天截取剩下的一半后剩下 a_2 尺, ..., 第五天截取剩下的一半后剩下 a_5 尺, 则下列说法错误的是
A. $a_5 = \frac{1}{8}$ B. $\frac{a_5}{a_2} = \frac{1}{4}$
C. $a_3 - a_4 = \frac{1}{16}$ D. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{31}{32}$

【高三理科数学 第 1 页(共 4 页)】

座位号

考场号

准考证号

姓名

班级

学校

题 答 要 不 内 线 封 密

7. 现有 5 名男生和 4 名女生, 从中任意抽取 4 人, 恰有 m 个男生的概率为 $\frac{10}{21}$, 则 $m =$
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
8. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$) 且满足 $f(\frac{2\pi}{3} - x) = f(x - \frac{\pi}{6})$, 则 ω 的最小值为
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. 2
9. 正四棱锥 $P-ABCD$ 内有一球与各面都相切, 球的直径与边 AB 的比为 $4:5$, 则 PA 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为
- A. $\frac{5}{4}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{20\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{10\sqrt{2}}{9}$
10. 过点 $S(-1, 0)$ 的直线 l 与 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 相切, 切点 Q 的纵坐标为 p , 过点 S 的直线 m 交抛物线于 A, B 两点, 则直线 AQ 与 BQ 的斜率之和为
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
11. 已知 $a = 0.1, b = \ln 1.1, c = \frac{2}{21}$, 则 a, b, c 的大小关系是
- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
C. $a > c > b$ D. $c > b > a$
12. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x), g(x)$ 满足 $f(0) < 0, f(3-x) = f(1+x), g(2-x) + g(x) = 2, g(x + \frac{1}{2}) = f(2x) + 1$, 则下列说法中错误的是
- A. $x = 6$ 是函数 $f(x)$ 图象的一条对称轴
B. 2 是 $g(x)$ 的一个周期
C. 函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心为 $(3, 0)$
D. 若 $n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n < 2023, f(n) + f(n+1) + \dots + f(2023) = 0$, 则 n 的最小值为 2

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在 $(2 + \frac{1}{x})^2 (2x - 1)^3$ 的展开式中, x^2 项的系数为 _____.
14. 已知 $a > 0, b > 0, a \geq \frac{1}{a} + \frac{2}{b}, b \geq \frac{1}{b} + \frac{2}{a}$, 则 $a + b$ 的最小值为 _____.
15. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 满足 $a^2 + ab = b^2 (3\cos^2 B - \sin^2 B), c = 2b\cos B, a = 1$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.
16. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , 右支上有一点 M , 满足 $\angle F_1 M F_2 = 90^\circ, \triangle F_1 M F_2$ 的内切圆与 y 轴相切, 则双曲线 C 的离心率为 _____.

【高三理科数学 第 2 页(共 4 页)】

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = -\frac{1}{2}, a_2 = \frac{3}{2}$, 数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 是以 4 为公差的等差数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_{2023} 的值.

18. (本小题满分 12 分)

国宝大熊猫“丫丫”的回国路,牵动着十四亿中国人的心,由此掀起了热爱、保护动物的热潮.某动物保护机构为了调查研究人们“保护动物意识的强弱与性别是否有关”,从某市市民中随机抽取 200 名进行调查,得到部分统计数据如下表:

	保护动物意识强	保护动物意识弱	合计
男性	70 a	30 b	100
女性	40 c	60 d	100
合计	110	90	200

(1) 根据以上数据,判断能否有 99% 的把握认为保护动物意识的强弱与性别有关? 并说明原因;

(2) 将频率视为概率,现从该市女性的市民中用随机抽样的方法每次抽取 1 人,共抽取 3 次.记被抽取的 3 人中“保护动物意识强”的人数为 X ,若每次抽取的结果是相互独立的,求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

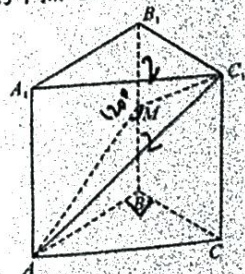
$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC = 90^\circ, BB_1 = 4, M$ 为 BB_1 的中点, $\angle AMC_1 = 120^\circ$, 平面 $AMC_1 \perp$ 平面 ACC_1A_1 .

(1) 求 AB, BC 的长度;

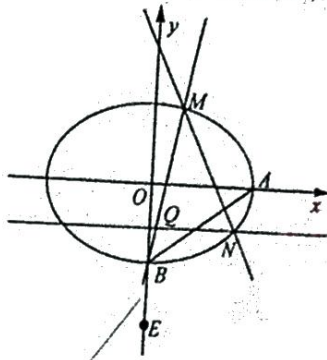
(2) 求平面 AMC_1 与平面 ABC 所成锐二面角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 其右顶点为 A , 下顶点为 B , 且 $|AB| = \sqrt{5}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 直线 l (斜率存在) 与椭圆 C 交于 M, N 两点, M 点在直线 AB 上方, N 点在直线 AB 下方, MB 上有点 Q , $QN \parallel x$ 轴, 线段 QN 被 AB 平分, 点 $E(0, -2)$ 到直线 l 的距离为 d , 求 d 的最大值.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x + a \cos x$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上恰有两个极值点, 求 a 的取值范围;

(2) 证明: 当 $1 \leq a \leq e^{\frac{\pi}{2}} - 2 - \frac{\pi}{2}$ 时, 在 $(0, +\infty)$ 上, $f(x) > 2 + x$ 恒成立.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) + 2m = 0$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 无公共点, 求 m 的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |x+3| - |x-1|$.

(1) 解不等式: $f(x) \leq 1$;

(2) 若 $f(x)$ 的最大值为 n , 正数 a, b 满足 $a + 2b - nab = 0$, 求 $a + 2b$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线