

## 高二数学(理科)试题

注意事项:

1. 本试题共 4 页, 满分 150 分, 时间 120 分钟.
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名和准考证号填写在答题卡上.
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后, 监考员将答题卡按顺序收回, 装袋整理; 试题不回收.

## 第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知复数  $z = \frac{5}{2+i}$ , 则  $|z| =$

- A. 5                      B.  $\sqrt{5}$                       C. 2                      D. 1

2. 已知集合  $U = \{x | x \in \mathbb{N}, \text{且 } x \leq 5\}$ ,  $A = \{2, 4\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则  $\complement_U(A \cup B) =$

- A.  $\{1\}$                       B.  $\{2\}$                       C.  $\{0, 1, 5\}$                       D.  $\{3, 4\}$

3. 已知  $f(x) = 2^{-x} + a \cdot 2^x$  为奇函数, 则  $f(1)$  的值为

- A.  $-\frac{3}{2}$                       B. 1                      C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $\frac{5}{2}$

4. 中国农历的“二十四节气”, 凝结着中华民族的智慧, 是中国传统文化的结晶, 如五月有立夏、小满, 六月有芒种、夏至, 七月有小暑、大暑. 现从五月、六月、七月这六个节气中任选两个节气, 则这两个节气恰在同一个月内的概率为

- A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{1}{10}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{3}$

5. 棱长为 1 的正方体的外接球的表面积为

- A.  $\frac{3\pi}{4}$                       B.  $3\pi$                       C.  $12\pi$                       D.  $16\pi$

6. 设  $O$  为原点, 点  $P$  在圆  $C: (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$  上, 若直线  $OP$  与圆  $C$  相切, 则  $|OP| =$

- A. 2                      B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $\sqrt{13}$                       D.  $\sqrt{14}$

二、填

1

1

1

1

7. 下列函数中最小值为 4 的是

A.  $y = x + \frac{4}{x}$

B.  $y = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}}$

C.  $y = |\sin x| + \frac{4}{|\sin x|}$

D.  $y = \tan x + \frac{4}{\tan x}$

8. 已知  $\triangle ABC$  是边长为 1 的等边三角形,  $\vec{BD} = 2\vec{DC}$ , 则  $\vec{AB} \cdot \vec{AD} =$

A. 6

B. 3

C.  $\frac{15}{2}$

D.  $\frac{2}{3}$

9. 已知函数  $f(x) = ae^x - x$  在区间  $(1, 2)$  上单调递增, 则实数  $a$  的最小值为

A.  $e^2$

B.  $e$

C.  $e^{-1}$

D.  $e^{-2}$

10. 若实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-y \geq 0, \\ 2x+y \geq 0, \\ x \leq 2, \end{cases}$  则  $z = 3x - 2y$  的最大值为

A. 2

B. 0

C. 16

D. 14

11. 甲、乙两人组队去参加乒乓球比赛, 每轮比赛甲、乙各比赛一场, 已知每轮比赛甲获胜的概率为  $\frac{1}{2}$ , 乙获胜的概率为  $\frac{2}{3}$ , 在每轮比赛中, 甲和乙获胜与否互不影响, 各轮结果也互不影响, 则甲、乙两人在两轮比赛中共胜三次的概率为

A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{3}{4}$

12. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 函数  $f(x)$  的导函数  $f'(x) = a(x-a)(x-1)$ , 若  $f(x)$  在  $x=1$  处取得极大值, 则实数  $a$  的取值范围是

A.  $(-\infty, 0)$

B.  $(0, 1)$

C.  $(1, +\infty)$

D.  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

## 第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13.  $(x-2)^5$  的展开式中  $x^3$  的系数为 \_\_\_\_\_.

14. 在  $\triangle ABC$  中,  $A=60^\circ, B=75^\circ, a=2$ , 则  $\triangle ABC$  中最小的边长为 \_\_\_\_\_.

15. 中国空间站的主体结构包括天和核心舱、问天实验舱和梦天实验舱, 假设空间站要安排甲、乙等 4 名航天员开展实验, 每名航天员只去一个舱, 每个舱至少安排一人, 则甲乙不在同一个舱的种数是 \_\_\_\_\_.

16. 已知  $F$  是双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$  的左焦点, 点  $P(0, \sqrt{6}a)$ , 直线  $PF$  与双曲线  $C$  有且只有一个公共点, 则双曲线  $C$  的离心率为 \_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分10分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,且 $a_3=5, S_{10}=100$ .

(I)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II)设 $b_n=2^{a_n}$ ,求数列 $\{b_n\}$ 的前5项和.

18. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x)=\cos x \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}(2\cos^2 x - 1), x \in \mathbf{R}$ .

(I)求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II)求 $f(x)$ 在闭区间 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最小值以及对应 $x$ 的值.

19. (本小题满分12分)

汽车尾气中含有污染物,且汽车在使用若干年之后排放的尾气中的污染物浓度会出现增大的现象,所以国家根据机动车使用和安全技术、排放检验状况,对达到报废标准的机动车实行强制报废.某环保组织为了解公众对机动车强制报废标准的了解情况,随机调查了100人,所得数据制成如下列联表:

	不了解	了解	合计
女性	20	30	50
男性	10	40	50
合计	30	70	100

(I)是否有95%的把握认为“对机动车强制报废标准是否了解与性别有关”?

(II)该环保组织查得某型号汽车的使用年数 $t$ 与排放的尾气中CO浓度 $y\%$ 的数据如下表:

$t$	2	4	6	8	10
$y$	0.3	0.3	0.5	0.7	0.8

若该型号汽车的使用年数不超过12年,可近似认为 $y$ 与 $t$ 线性相关.试确定 $y$ 关于 $t$ 的线性回归方程.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ,其中 $n=a+b+c+d$ .

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

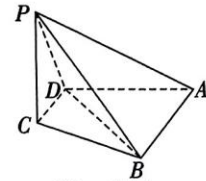
在线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$ 中, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i - n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\bar{t}^2}$ , $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}$ .

20. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥  $P-ABCD$  中,平面  $PCD \perp$  平面  $ABCD$ , 四边形  $ABCD$  为梯形,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = BD = 2CD = 2$ ,  $\angle BDC = 60^\circ$ .

(I) 证明:  $BC \perp$  平面  $PCD$ ;

(II) 若  $PC \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PC = \sqrt{3}$ , 求平面  $PAD$  与平面  $PCD$  夹角的余弦值.



(第 20 题图)

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  过点  $(0, 1)$ , 且椭圆的离心率  $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(I) 求椭圆的标准方程;

(II) 斜率存在的直线  $l$  过点  $A(1, 0)$ , 且与椭圆相交于  $C, D$  两点, 椭圆的右顶点为  $B$ , 试判断  $\angle CBD$  是否能为直角. 若能为直角, 求出直线  $l$  的方程, 若不能, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x \ln(x+1)$ ,  $g(x) = a(x + \frac{1}{x+1} - 1)$ .

(I) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(II) 记  $h(x) = g(x) - f(x)$ , 若当  $x \in (-1, 0)$  时,  $h(x) > 0$  恒成立, 求正实数  $a$  的取值范围.

增大的  
限制报  
制成

复:

]

性回

]

下

装

订

线