秘密★启用前

巴蜀中学2023届高考适应性月考卷（九）
数　学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分，考试用时120分钟.

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{x\mid 0<x<8\}$，集合 $B=\left\{n\,\middle|\,\text{方程}\dfrac{x^2}{n-2}+\dfrac{y^2}{10-n}=1\text{ 表示椭圆}\right\}$，则 $A\cap B=$

A. $(2,\ 10)$　　　　B. $\{(x,\ n)\mid 0<x<8,\ 2<n<10\}$

C. ϕ　　　　D. $(2,\ 6)\cup(6,\ 8)$

2. 已知角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边经过点 $(\sqrt{5},\ -2)$，则 $\cos 2\alpha=$

A. $\dfrac{1}{9}$　　B. $-\dfrac{1}{9}$　　C. $-\dfrac{1}{18}$　　D. $\dfrac{1}{18}$

3. 下列说法，正确的是

A. 对分类变量 X 与 Y 的独立性检验的统计量 χ^2 来说，χ^2 值越小，判断“X 与 Y 有关系”的把握性越大

B. 在残差图中，残差点分布在以取值是0的横轴为对称轴的水平带状区域越窄，说明模型的拟合精度越高

C. 若一组样本数据 $(x_i,\ y_i)(i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ 的对应样本点都在直线 $y=-2x+3$ 上，则这组样本数据的相关系数 r 为1

D. 数据 -1，1，2，4，5，6，8，9的第25百分位数是2

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足：首项 $a_1>0$，公比为 q，前 n 项和为 S_n，则“$S_n>0$ 对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立”是“$q>0$”的

A. 充分必要条件　　　　B. 充分而不必要条件

C. 必要而不充分条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

5. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(2x+2)$ 是奇函数，$f(x+1)$ 是偶函数，则一定有

A. $f(-1)=0$　　B. $f(3)=0$　　C. $f(4)=0$　　D. $f(5)=0$

6. 北京冬奥会奥运村有智能餐厅和人工餐厅各一个，某运动员连续两天均在奥运村用餐且每一天均在同一个餐厅用餐. 他第一天等可能地随机选择其中一个餐厅用餐. 若他第一天去智能餐厅，那么第二天去智能餐厅的概率为0.7；如果他第一天去人工餐厅，那么第二天去人工餐厅的概率为0.2. 则该运动员第二天去智能餐厅用餐的概率为

A. 0.45　　B. 0.14　　C. 0.75　　D. 0.8

7. 已知函数 $f(x)=x-et\ln x$ 存在两个零点 x_1，x_2，且满足 $x_2=2x_1$，其中 e 为自然对数的底数，则实数 t 的值为

A. $\dfrac{1}{\ln2}$　　B. $\dfrac{2}{\ln2}$　　C. $\dfrac{1}{e\ln2}$　　D. $\dfrac{2}{e\ln2}$

8. 已知抛物线 $y^2=4x$ 与圆 $(x-1)^2+y^2=1$，过抛物线的焦点 F 作斜率为 k 的直线 l 与抛物线交于 A，D 两点，与圆交于 B，C 两点（A，B 在 x 轴的同一侧），若 $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{CD}$，则 k^2 的值为

A. 8　　B. 16　　C. $16+2\sqrt{2}$　　D. $8+2\sqrt{2}$

二、多项选择题（本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分，在每个给出的四个选项中，有多项是满足要求的，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 已知复数 $z=a+bi$，其中 a，$b\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位，$\bar{z}$ 为 z 的共轭复数，则

A. 若 $a>0$，则 $z>bi$　　B. $z\cdot\bar{z}\in\mathbf{R}$

C. $z^2=|z|^2$　　D. 若 $z(1+i)=1+5i$，则 $|z|=\sqrt{13}$

10. 已知空间中三条不同的直线 a，b，c，三个不同的平面 α，β，γ，则下列说法正确的是

A. 若 $a/\!/b$，$a\subset\alpha$，$b\not\subset\alpha$，则 $b/\!/\alpha$

B. 若 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha/\!/\beta$

C. 若 $\alpha\perp\beta$，$a\not\subset\alpha$，$a\perp\beta$，则 $a/\!/\alpha$

D. $\alpha\cap\beta=a$，$\beta\cap\gamma=b$，$\alpha\cap\gamma=c$，则 $a/\!/b/\!/c$

11. 如图 1，双曲线 E：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_2 的直线 l 与其右支交于 P，Q 两点，已知 $|PF_1|=2|PF_2|$ 且 $\angle PF_1F_2=\angle F_1QP$，则下列说法正确的是

A. $\triangle PF_1F_2\backsim\triangle PQF_1$

B. 双曲线的离心率为 2

C. $\cos\angle PF_1F_2=\dfrac{1}{3}$

D. $\triangle PQF_1$ 的面积为 $4\sqrt{15}a^2$

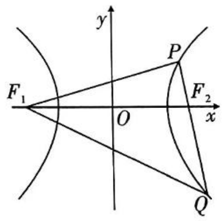

图 1

12. “牛顿切线法”是结合导函数求零点近似值的方法，是牛顿在 17 世纪首先提出的. 具体方法是：设 r 是 $f(x)$ 的零点，选取 x_1 作为 r 的初始近似值，在 $(x_1,f(x_1))$ 处作曲线 $f(x)$ 的切线，交 x 轴于点 $(x_2,0)$；在 $(x_2,f(x_2))$ 处作曲线 $f(x)$ 的切线，交 x 轴于点 $(x_3,0)$；……在 $(x_n,f(x_n))$ 处作曲线 $f(x)$ 的切线，交 x 轴于点 $(x_{n+1},0)$；可以得到一个数列 $\{x_n\}$，它的各项都是 $f(x)$ 不同程度的零点近似值. 其中数列 $\{x_n\}$ 称为函数 $f(x)$ 的牛顿数列. 则下列说法正确的是

A. 数列 $\{x_n\}$ 为函数 $f(x)=\ln x+2x-4$ 的牛顿数列，则 $x_{n+1}=\dfrac{x_n\ln x_n+5x_n}{2x_n+1}$

B. 数列 $\{x_n\}$ 为函数 $f(x)=\ln x+2x-2$ 的牛顿数列，且 $x_1\in(0,1)$，则对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，均有 $x_n\in(0,1)$

C. 数列 $\{x_n\}$ 为函数 $f(x)=\ln x+2x-2$ 的牛顿数列，且 $x_1\in(0,1)$，则 $\{x_n\}$ 为递增数列

D. 数列 $\{x_n\}$ 为 $f(x)=x^2-4$ 的牛顿数列，设 $a_n=\ln\dfrac{x_n+2}{x_n-2}$，且 $a_1=1$，$x_n>2$，则数列 $\{a_n\}$ 为等比数列

三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 已知$\left(x-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)^n$的展开式中所有项的二项式系数之和为64，则其展开式中有理项共有________项.

14. 将4个不同的小球，放入4个不同的盒子中，则恰有一个空盒的放法种数为________.

15. 已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}+2\vec{b}|=3$，且$|\vec{a}||\vec{b}|\geqslant 2$，则$\cos<\vec{a},\vec{b}>$的最大值为________.

16. 古希腊著名数学家阿波罗尼斯发现："平面内到两个定点A，B的距离之比为定值$\lambda(\lambda\neq 1)$的点P的轨迹是圆"，后来，人们将这个圆以他的名字命名，称为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆. 将"阿氏圆"以AB所在直线为轴旋转一周即可得"阿氏球". 即空间一动点到空间内两定点的距离之比为定值$\lambda(\lambda\neq 1)$的点的轨迹为球，称之为阿波罗尼斯球. 设M，N是球C(C为球心)球面上两定点，球半径为3且$\angle MCN=\dfrac{\pi}{3}$.（1）空间中一动点$P$满足$|PM|=2|PN|$，可知点$P$的轨迹为阿氏球，则该球的表面积为________；（2）若球C表面上一动点Q满足$|QM|=2|QN|$，则点Q的轨迹长度为________.（第一空2分，第二空3分）

四、解答题（共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分10分）

已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=2a_n-n$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=(-1)^n a_n$，求$\sum\limits_{i=1}^{2n} b_i$.

18.（本小题满分12分）

从①$b-c\left(1-2\sin^2\dfrac{A}{2}\right)=\dfrac{1}{2}a$；②$\sqrt{3}c\cos A+c\sin A=\sqrt{3}b$这两个条件中选择一个，补充在下面问题中，并解答.

已知$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若__________.

（1）求角C；

（2）若$\angle ACB$的平分线交AB于点D，且$CD=2$，$AD=2DB$，求$\triangle ABC$的面积.

19.（本小题满分12分）

如图2，四棱锥$P-ABCD$的底面是菱形，$PA\perp$底面$ABCD$，$AB=2$，$\angle BAD=120°$，点E是CD的中点，异面直线PE与AC所成角的余弦值为$\dfrac{3}{4}$.

（1）求PA；

（2）求PE与平面PBD所成角的正弦值.

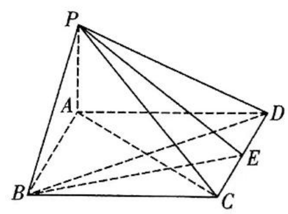

图2

20.（本小题满分 12 分）

近日，ChatGPT 引发舆论风暴，火遍全球. 如何让 ChatGPT 为教育所用是教育界不得不面对的新课题. 为了更快，更好的熟悉 ChatGPT，某校研发了 ChatGPT 应用于设计课程，协助备课，课堂助教，作业测评，辅助学习等方面的“学习 APP”，供该校所有教师学习使用. 该校共有教师 1000 名，为了解老师们学习的情况，随机抽取了 100 名教师，在指定的一天统计了这 100 名教师利用“学习 APP”学习 ChatGPT 技术的时长（单位：min），得到了如图 3 所示的频率分布直方图. 学习时长不低于 120min 的教师称为“学习积极分子”.

（1）求统计的这 100 名教师中“学习积极分子”的人数，并根据频率分布直方图，估计在指定当天教师学习 ChatGPT 时长的平均数（每组数据以该组区间的中点值为代表）；

（2）(i)由频率分布直方图可知，该校教师在指定当天学习 ChatGPT 的时长 X 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$(其中 μ 近似为样本平均数，σ 取 10.8)，求该校教师在指定当天学习 ChatGPT 的时长位于区间 $(101.2, 133.6)$ 内的概率；

(ii) 从该校教师中随机选取 3 人，记 3 人在指定当天学习 ChatGPT 的时长不少于 130min 的人数为 Y，用样本中各区间的频率代替每名教师学习 ChatGPT 的时长位于相应区间的概率，求 Y 的期望 $E(Y)$.

(附：若随机变量 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)\approx 0.6827$，$P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)\approx 0.9545$，$P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+3\sigma)\approx 0.9973$)

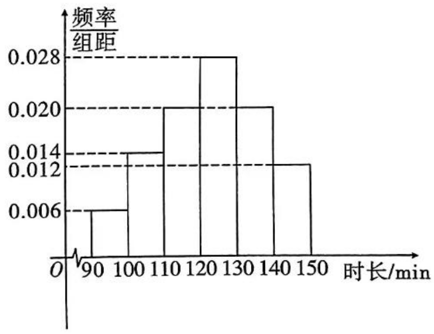

图 3

21.（本小题满分 12 分）

如图 4，椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，点 $\left(-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 在椭圆 C 上. 过椭圆的左焦点 F 的直线 l 与椭圆 C 交于 C，D 两点，并与 y 轴交于点 M，A，B 分别为椭圆的上、下顶点，直线 AD 与直线 BC 交于点 N.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）已知 O 为坐标原点，当点 M 异于 A，B 两点时，求证：$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$ 为定值.

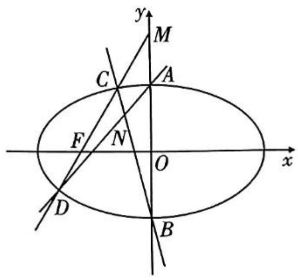

图 4

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x-ax+b$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴相切于原点.

(i) 求 $f(x)$ 的解析式，并证明：对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)\geqslant 0$ 恒成立；

(ii) 若 $f(x)=kx\sin x$ 在 $(0, \pi)$ 上有唯一实根，求实数 k 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。