

哈尔滨师大附中
东北师大附中
辽宁省实验中学

2022 年高三第一次联合模拟考试

文科数学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $P = \{x | x \leq 1\}$, 集合 $Q = \{x | x(x-1) > 0\}$, 则 $P \cap Q =$
A. $\{x | x \leq 0\}$ B. $\{x | x \leq 1\}$ C. $\{x | x < 0, \text{或 } x > 1\}$ D. $\{x | x < 0\}$
2. 复数 z 满足 $(1+i)^2 z = 2-4i$, 则复数 $z =$
A. $-2+i$ B. $-2-i$ C. $1-2i$ D. $2+i$
3. 抛物线 $y = 4x^2$ 的焦点坐标为
A. $(0, \frac{1}{16})$ B. $(0, \frac{1}{4})$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 0)$
4. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 下列四个命题中正确的是
A. 若 $m // \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$ B. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha // \beta$
C. 若 $\alpha // \beta, m \subset \alpha, n // \beta$, 则 $m // n$ D. 若 $\alpha // \beta, \beta // \gamma, m \perp \alpha$, 则 $m \perp \gamma$
5. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_6 = 10, S_8 = 44$, 则 $S_5 =$
A. 3 B. $\frac{9}{2}$ C. 5 D. $\frac{11}{2}$
6. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 1, \\ x-y \leq 4, \\ y-1 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 3x+y$ 的最大值是
A. 6 B. 12 C. 16 D. 18
7. 直线 $l: x+y+m=0$ 与圆 $C: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$ 交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 2$, 则 m 的值为
A. $\pm\sqrt{2}$ B. ± 2 C. $\pm\sqrt{6}$ D. $\pm 2\sqrt{2}$
8. 已知 $a, b \in R$, 则“ $ab \neq 0$ ”的一个必要条件是
A. $a+b \neq 0$ B. $a^2+b^2 \neq 0$ C. $a^3+b^3 \neq 0$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq 0$

文科数学试卷 第 1 页(共 4 页)

9. 已知 $a = \log_6 \sqrt[3]{7}$, $b = \log_7 \sqrt[3]{6}$, $c = 6^{0.1}$, 则

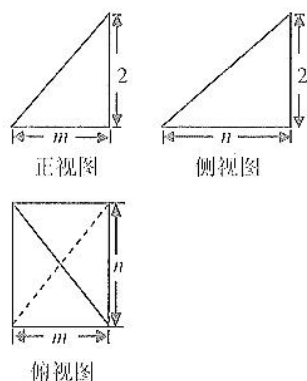
- A. $b < c < a$ B. $b < a < c$ C. $c < a < b$ D. $a < b < c$

10. 已知 $\frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = -\frac{1}{2}$, 则 $\cos^2(\frac{3\pi}{4} - \alpha) =$

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

11. 如图是一个简单几何体的三视图, 若 $m + n = 4$, 则该几何体外接球表面积的最小值为

- A. 4π
B. 12π
C. 20π
D. 24π



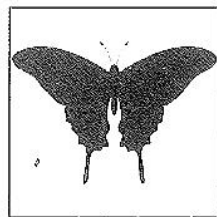
12. 已知 $a > b > 0$, F_1, F_2 是双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的两个焦点, 若点 P 为椭圆 $C_2: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上的动点, 当 P 为椭圆的短轴端点时, $\angle F_1 P F_2$ 取最小值, 则椭圆 C_2 离心率的取值范围为

- A. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ B. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ C. $(0, \frac{\sqrt{2}}{3}]$ D. $[\frac{\sqrt{2}}{3}, 1)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a} = (-3, 4)$, $\vec{AB} = 2\vec{a}$, 点 A 的坐标为 $(3, -4)$, 则点 B 的坐标为_____.

14. 对称性是数学美的重要特征, 是数学家追求的目标, 也是数学发现与创造中的重要的美学因素. 著名德国数学家和物理学家魏尔说: “美和对称紧密相连”. 现用随机模拟的方法来估算对称蝴蝶 (如图中阴影区域所示) 的面积, 做一个边长为 2dm 的正方形将其包含在内, 并向该正方形内随机投掷 1000 个点, 已知恰有 395 个点落在阴影区域内, 据此可估计图中对称蝴蝶的面积是_____ dm^2 .



15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 2, a_2 = 1, 2S_{n+1} + S_{n-1} = 3S_n (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$, 则 S_6 的值为_____.

16. 已知函数 $f(x) = ax - |\sin x|, x \in [0, 2\pi), a \in \mathbb{R}$ 恰有 3 个零点 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 有下列结论: ① $2x_2 = x_1 + x_3$; ② $ax_2 - \sin x_2 = 0$; ③ $\sin x_3 - x_3 \cos x_3 = 0$; ④ $\sin x_2 \sin x_3 + x_2 x_3 \cos^2 x_3 = 0$. 其中正确结论的序号为_____. (填写所有正确结论的序号)

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分) 第七次全国人口普查数据显示, 我国 60 岁及 60 岁以上人口已达 2.64 亿, 预计“十四五”期间这一数字将突破 3 亿, 我国将从轻度老龄化进入中度老龄化阶段. 为了调查某地区老年人生活幸福指数, 某兴趣小组在该地区随机抽取 40 位老人 (其中男性 20 人, 女性 20 人), 进行幸福指数调查, 规定幸福指数越高老年生活越幸福, 幸福指数大于或等于 50 的老人为老年生活非常幸福, 反之即为一般幸福. 调查所得数据的茎叶图如下:

男性老人		女性老人
8 9 7 5	1	
9 8	2	3 4
5 9 7 3 1	3	1 5 5 8
8 7 5 4 2	4	1 2 4 5 8
7 2 1	5	1 1 7 8 9
4	6	2 5 6
	7	3

(1) 依据上述样本数据的茎叶图, 分析此样本中男性老人和女性老人相比哪个幸福指数相对更高, 并说明理由 (可以不计算说明);

(2) 请完成下列 2×2 列联表, 并判断能否有 90% 的把握认为老年人幸福指数与性别有关?

	一般幸福	非常幸福	合计
男性			20
女性			20
合计			40

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024

18. (本小题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 已知 $a - b \cos C = \frac{\sqrt{3}}{3} c \sin B$, 角 C 的内角平分线与边 AB 交于点 D .

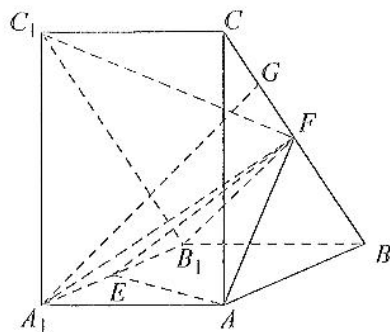
(1) 求角 B 的大小;

(2) 记 $\triangle BCD, \triangle ACD$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 在 ① $c = 2, b = \sqrt{3}$, ② $S_{\triangle ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}, b = \sqrt{7}, A > C$ 这

两个条件中任选一个作为已知, 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

19. (本小题满分 12 分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 ACC_1A_1 是矩形, $AC \perp AB$, $AB = AA_1 = 2$, $AC = 3$, $\angle A_1AB = 120^\circ$, E, F 分别为棱 A_1B_1, BC 的中点, G 为线段 CF 的中点.



- (1) 证明: $A_1G \parallel$ 平面 AEF ;
(2) 求三棱锥 $A_1 - B_1C_1F$ 的体积.

20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 点 P 为椭圆 C 上非顶点的动点, 点 A_1, A_2 分别为椭圆 C 的左、右顶点, 过 A_1, A_2 分别作 $l_1 \perp PA_1, l_2 \perp PA_2$, 直线 l_1, l_2 相交于点 G , 连接 OG (O 为坐标原点), 线段 OG 与椭圆 C 交于点 Q . 若直线 OP, OQ 的斜率分别为 k_1, k_2 .

- (1) 求 $\frac{k_1}{k_2}$ 的值;
(2) 求 $\triangle POQ$ 面积的最大值.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{ax^2 - 2x + 1}{1 - x} e^x$ (其中 e 是自然对数的底数).

- (1) 写出函数 $f(x)$ 的定义域, 并求 $a = 0$ 时函数 $f(x)$ 的极值;
(2) 若 $x = 0$ 是函数 $f(x)$ 的极小值点, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}t, \\ y = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 以原点为极点,

x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程是 $\rho = 4\sin\theta - 4\cos\theta$.

- (1) 分别写出 C_1 的普通方程与 C_2 的直角坐标方程;
(2) 将曲线 C_1 绕点 $P(1, 2)$ 按逆时针方向旋转 90° 得到曲线 C_3 , 若曲线 C_3 与曲线 C_2 交于 A, B 两点, 求 $|PA| + |PB|$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲]

已知函数 $f(x) = |x - 2| + |x + 1|$.

- (1) 求不等式 $f(x) \leq 4$ 的解集;
(2) 若函数 $f(x)$ 最小值为 m , 已知 $a > 0, b > 0, c > 0, \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = m$, 求 $a + 2b + 3c$ 的最小值.

哈尔滨师大附中、东北师大附中、辽宁省实验中学

2022年高三第一次联合模拟考试

文科数学答案

一、选择题

D B A D C C C B B A B A

二、填空题

13. (-3,4) 14. 1.58 15. $\frac{63}{16}$ 16. ②③④

三、解答题

17. 解: (1) 从茎叶图观察分析得,
女性幸福指数有65%在茎4, 5, 6上, 女性幸福指数中位数是46.5,
男性幸福指数有65%在茎3, 4, 5上, 男性幸福指数中位数是38
所以, 女性的幸福指数相对较高. -----4分
(其他理由酌情给分)

(2)

	一般幸福	非常幸福	合计
男性	16	4	20
女性	11	9	20
合计	27	13	40

-----6分

$$K^2 = \frac{40 \times (16 \times 9 - 11 \times 4)^2}{27 \times 13 \times 20 \times 20} = \frac{1000}{351} \approx 2.849 > 2.706, \quad \text{-----10分}$$

所以, 有90%的把握认为老年人幸福指数与性别有关. -----12分

18. 解: (1) $\because a - b \cos C = \frac{\sqrt{3}}{3} c \sin B$, 由正弦定理, $\sin A - \sin B \cos C = \frac{\sqrt{3}}{3} \sin C \sin B$,
-----2分

$$\because A + B + C = \pi, \therefore \sin(B + C) - \sin B \cos C = \cos B \sin C = \frac{\sqrt{3}}{3} \sin C \sin B, \quad \text{-----4分}$$

$$\because \sin C \neq 0, \therefore \tan B = \sqrt{3}, \text{ 又 } B \in (0, \pi), \therefore B = \frac{\pi}{3} \quad \text{-----6分}$$

(2) \because 角C的内角平分线与边AB交于点D, 若选择①

$$c = 2, b = \sqrt{3}, \text{ 由 } \frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \text{ 及 } B = \frac{\pi}{3}, \text{ 得 } \sin C = 1, \therefore C \in (0, \pi), \therefore C = \frac{\pi}{2}, \quad \text{-----8分}$$

$$\therefore a = \sqrt{c^2 - b^2} = 1 \quad \text{-----9分}$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ACD} = BD : AD = BC : AC = a : b = 1 : \sqrt{3}, \therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad \text{-----12分}$$

若选择② $S_{\triangle ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}, b = \sqrt{7}$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{3}{4}\sqrt{3}, B = \frac{\pi}{3}, \therefore ac = 3, \quad \text{-----7分}$$

$$\text{又 } b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B, b = \sqrt{7}, B = \frac{\pi}{3}, \therefore 7 = (a+c)^2 - 3ac$$

$$\therefore a+c=4, \quad \text{-----8分}$$

$$\therefore ac=3, a+c=4, \text{又 } A > C, \therefore a > c, \therefore a=3, c=1, \quad \text{-----9分}$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} : S_{\triangle ACD} = BD : AD = BC : AC = a : b = 3 : \sqrt{7}, \therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{3\sqrt{7}}{7}. \quad \text{-----12分}$$

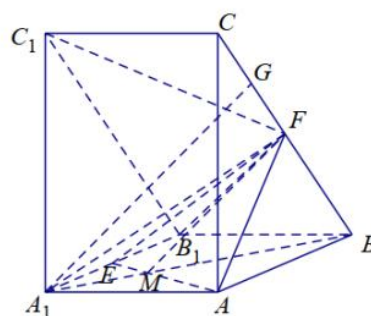
19. (1) 证: 连 A_1B 交 AE 于点 M , 连 MF ,

$$\therefore F \text{ 为 } BC \text{ 的中点, } G \text{ 为 } CF \text{ 的中点, } \therefore \frac{BF}{FG} = 2,$$

$$\therefore A_1E // BA, A_1E = \frac{1}{2}BA, \therefore \triangle A_1EM \sim \triangle BAM, \therefore \frac{BM}{A_1M} = \frac{BA}{A_1E} = 2$$

$$\therefore \frac{BF}{FG} = \frac{BM}{MA_1}, \therefore FM // A_1G, \quad \text{-----3分}$$

$$\therefore A_1G \not\subset \text{平面 } AEF, FM \subset \text{平面 } AEF, \therefore A_1G // \text{平面 } AEF \quad \text{-----5分}$$



(2) 解: 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 平面 $ABC //$ 平面 $A_1B_1C_1$, $AF \subset$ 平面 ABC , $\therefore AF //$ 平面 $A_1B_1C_1$,

\therefore 点 A, F 到平面 $A_1B_1C_1$ 距离相等,

$$\therefore V_{A_1-B_1C_1F} = V_{F-A_1B_1C_1} = V_{A-A_1B_1C_1} = V_{C_1-AA_1B_1}, \quad \text{-----7分}$$

\therefore 侧面 ACC_1A_1 为矩形, $\therefore A_1C_1 \perp AA_1$,

$\therefore AC \perp AB, AC // A_1C_1, \therefore A_1C_1 \perp AB$,

$\therefore AB \cap AA_1 = A, \therefore A_1C_1 \perp$ 平面 ABB_1A_1 , $\quad \text{-----9分}$

$\therefore A_1C_1 = 3$ 为三棱锥 $C_1-AA_1B_1$ 的高,

$$\therefore AA_1 = AB = A_1B_1 = 2, \angle AA_1B_1 = 180^\circ - \angle A_1AB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore S_{\triangle AA_1B_1} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3},$$

$$\therefore V_{C_1-AA_1B_1} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle AA_1B_1} \times A_1C_1 = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 3 = \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{三棱锥 } A_1-B_1C_1F \text{ 的体积为 } \sqrt{3} \quad \text{-----12分}$$

20. 解: (1) $A_1(-2,0), A_2(2,0)$, 设 $P(x_0, y_0)$ ($x_0 \neq 0, y_0 \neq 0$).

直线 l_1 的方程为: $y = -\frac{x_0+2}{y_0}(x+2)$, 直线 l_2 的方程为: $y = -\frac{x_0-2}{y_0}(x-2)$

-----2分

$$\begin{cases} y = -\frac{x_0+2}{y_0}(x+2) \\ y = -\frac{x_0-2}{y_0}(x-2) \end{cases}, G(-x_0, -4y_0),$$

-----3分

$$k_1 = \frac{y_0}{x_0}, k_2 = \frac{4y_0}{x_0} \therefore \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{4}$$

-----4分

(2) 由 (1), 若设直线 OP 的方程为 $y = k_1x$, 则直线 OQ 的方程为 $y = 4k_1x$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = k_1x \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases} \text{ 得: } (4k_1^2 + 1)x^2 = 4, \text{ 由对称性不妨设 } P\left(\frac{2}{\sqrt{4k_1^2 + 1}}, \frac{2k_1}{\sqrt{4k_1^2 + 1}}\right),$$

$$|OP| = \sqrt{1+k_1^2} \frac{2}{\sqrt{4k_1^2 + 1}}$$

-----6分

$$\text{联立 } \begin{cases} y = 4k_1x \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases}, \text{ 由 (1) } x_P, x_Q \text{ 异号}, \therefore x_P, x_Q \text{ 异号} \therefore Q\left(\frac{-2}{\sqrt{64k_1^2 + 1}}, \frac{-8k_1}{\sqrt{64k_1^2 + 1}}\right)$$

$$Q \text{ 到 } y = k_1x \text{ 的距离 } d = \frac{|6k_1|}{\sqrt{1+k_1^2} \sqrt{64k_1^2 + 1}}$$

-----8分

$$S_{VPOQ} = \frac{1}{2}|OP|d = \frac{1}{2}\sqrt{1+k_1^2} \frac{2}{\sqrt{4k_1^2 + 1}} \frac{|6k_1|}{\sqrt{1+k_1^2} \sqrt{64k_1^2 + 1}} = \frac{6|k_1|}{\sqrt{4k_1^2 + 1} \sqrt{64k_1^2 + 1}}$$

$$= 6\sqrt{\frac{k_1^2}{(4k_1^2 + 1)(64k_1^2 + 1)}} = 6\sqrt{\frac{1}{256k_1^2 + 68 + \frac{1}{k_1^2}}}$$

-----10分

$$\therefore 256k_1^2 + \frac{1}{k_1^2} \geq 32 \therefore S_{VPOQ} \leq \frac{3}{5}, \text{ 当且仅当 } k_1 = \pm \frac{1}{4} \text{ 取 “=”}.$$

$$\therefore (S_{VPOQ})_{\max} = \frac{3}{5}$$

-----12分

21. 解: (1) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$, -----1分

$$a=0 \text{ 时, } f(x) = \frac{-2x+1}{1-x} e^x, f'(x) = \frac{2x^2-3x}{(1-x)^2} e^x = \frac{2x-3}{(1-x)^2} e^x e^x,$$

在 $(-\infty, 0)$ 上 $f'(x) > 0$, 在 $(0, 1)$ 上 $f'(x) < 0$, $(1, \frac{3}{2})$ 上 $f'(x) < 0$, $(\frac{3}{2}, +\infty)$ 上 $f'(x) > 0$,

故 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增, 在 $(0, 1)$ 上单调递减, $(1, \frac{3}{2})$ 上单调递减, $(\frac{3}{2}, +\infty)$ 上单调递增,

$f(x)$ 的极大值为 $f(0)=1$, 极小值为 $f\left(\frac{3}{2}\right)=4e^{\frac{3}{2}}$ -----4分

$$(2) f(x) = \frac{ax^2 - 2x + 1}{1-x} e^x,$$

$$f'(x) = \frac{-ax^3 + 2x^2 + (2a-3)x}{(1-x)^2} e^x = \frac{-ax^2 + 2x + 2a - 3}{(1-x)^2} e^x \text{ -----5分}$$

记 $g(x) = -ax^2 + 2x + 2a - 3$, $h(x) = \frac{x \cdot e^x}{(1-x)^2}$, 则 $f'(x) = g(x) \cdot h(x)$

① 当 $a=0$ 时, 由 (1) 知 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 不符合条件 -----6分

② 当 $a < 0$ 时, $g(x) = -ax^2 + 2x + 2a - 3$ 开口向上, $g(0) = 2a - 3 < 0$, $g(1) = a - 1 < 0$, 方程 $g(x) = 0$ 有两根,

设为 x_1, x_2 , 且 $x_1 < 0, x_2 > 1$, 当 $x \in (x_1, 0)$, $g(x) < 0, h(x) < 0, f'(x) > 0, f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增,

当 $x \in (0, 1)$, $g(x) < 0, h(x) > 0, f'(x) < 0, f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 故 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 不符合条件

-----7分

③ 当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 或 $1 < a < \frac{3}{2}$ 时, $g(x) = -ax^2 + 2x + 2a - 3$ 开口向下, $g(0) < 0$, 对称轴为

$x = \frac{1}{a} > 0, \Delta = 4(2a-1)(a-1) > 0$. 方程 $g(x) = 0$ 有两个正根, 设为 $0 < x_1 < x_2$, 当

$x \in (-\infty, 0)$, $g(x) < 0, h(x) < 0, f'(x) > 0, f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增; 令 $\beta = \min\{1, x_1\}$, 当

$x \in (0, \beta)$, $g(x) < 0, h(x) > 0, f'(x) < 0, f(x)$ 在 $(0, \beta)$ 上单调递减. 故 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 不符合条件

-----8分

④ 当 $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$ 时, $g(x) = -ax^2 + 2x + 2a - 3$ 开口向下, $\Delta = 4(2a-1)(a-1) \leq 0$. 对称轴 $x = \frac{1}{a} \geq 1$,

当 $x \in (-\infty, 0)$, $g(x) < 0, h(x) < 0, f'(x) > 0, f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增. 当 $x \in (0, 1)$, $g(x) < 0, h(x) > 0, f'(x) < 0, f(x)$ 在

$(0, 1)$ 上单调递减, 故 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点. 不符合条件

-----9分

⑤ 当 $a = \frac{3}{2}$ 时, $f'(x) = \frac{(2-\frac{3}{2}x)x^2 e^x}{(1-x)^2}$, $(-\infty, 1)$ 上 $f'(x) \geq 0$ 恒成立,

$\therefore x=0$ 不是 $f(x)$ 的极值点, $\therefore a = \frac{3}{2}$ 不符合条件

-----10分

⑥ 当 $2a-3 > 0, a > \frac{3}{2}$ 时 $g(x) = -ax^2 + 2x + 2a - 3$ 开口向下, $g(0) = 2a - 3 > 0, g(1) = a - 1 > 0$, 方程 $g(x) = 0$ 有两根,

设为 x_1, x_2 , 且 $x_1 < 0, x_2 > 1$, 当 $x \in (x_1, 0)$, $g(x) > 0, h(x) < 0, f'(x) < 0, f(x)$ 在 $(x_1, 0)$ 上单调递减,

当 $x \in (0, 1)$, $g(x) > 0, h(x) > 0, f'(x) > 0, f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 故 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点, 符合条件

综上, 实数 a 的取值范围是 $(\frac{3}{2}, +\infty)$ -----12分

解: (1) C_1 的普通方程为 $\sqrt{3}x - y + 2 - \sqrt{3} = 0$, C_2 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 + 4x - 4y = 0$.

-----4分

(2) 曲线 C_3 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y = 2 + \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数) -----6分

代入 C_2 , 得 $t^2 - 3\sqrt{3}t + 1 = 0$, $\Delta > 0$ $t_1 + t_2 = 3\sqrt{3}$, $t_1 t_2 = 1 > 0$ -----8分

$|PA| + |PB| = |t_1| + |t_2| = |t_1 + t_2| = 3\sqrt{3}$ -----10分

23. 解: (1) $|x - 2| + |x + 1| \leq 4$

当 $x < -1$ 时, $-2x + 1 \leq 4, \therefore -\frac{3}{2} \leq x < -1$

当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, $3 \leq 4$ 恒成立, $\therefore -1 \leq x \leq 2$

当 $x > 2$ 时, $2x - 1 \leq 4, \therefore 2 < x \leq \frac{5}{2}$ -----3分

所以不等式的解集为 $[-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$. -----5分

(2) (方法一): $f(x) = \begin{cases} -2x + 1, x < -1 \\ 3, -1 \leq x \leq 2 \\ 2x - 1, x > 2 \end{cases}$

$\therefore f(x)$ 在区间 $(-\infty, -1)$ 上单调递减, 在区间 $(2, +\infty)$ 上单调递增,

所以当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, $f(x)$ 取最小值3, 即 $m = 3$. -----7分

(方法二):

$|x - 2| + |x + 1| \geq |(x - 2) - (x + 1)| = 3$, 当且仅当 $-1 \leq x \leq 2$ 等号取到,

$\therefore f(x)$ 取最小值3, 即 $m = 3$ -----7分

$\therefore \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 3$

$\therefore a > 0, b > 0, c > 0$

由柯西不等式知 $(a + 2b + 3c) \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \right) \geq (1 + 2 + 3)^2 = 36$, 当且仅当 $a = b = c = 2$ 时取等号,

$\therefore a + 2b + 3c$ 的最小值是12. -----10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线