数学（

巢湖一中 合肥八中 淮南二中 六安一中 南陵中学 舒城中学 太湖中学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）

第Ⅰ卷（选择题 共60分）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 已知集合 $A=\{x|x\le 3, x\in \mathbf{N}^*\}$，$B=\{-1,0,1,2,3\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{0,1,2,3\}$　　B. $\{1,2,3\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{2,3\}$

2. 若复数 z 满足 $zi=3-5i$，则 z 的虚部为（　　）　$z=a+bi$　　$z=-5-3i$

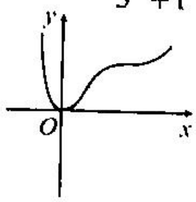
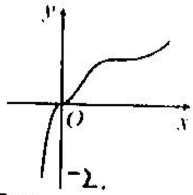
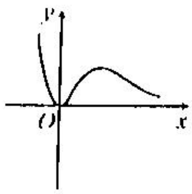
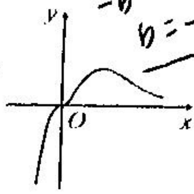
A. -3　　B. 3　　C. 5　　D. -5　　$-5i+3$

3. 函数 $f(x)=\dfrac{x^3}{3^x+1}$ 有 的图象大致是（　　）　$(a+bi)i=-b+ai$

$3\quad -5$　　$a=-5$

$-b=3$

$b=-3$

A. 　B. 　C. 　D. 

$-2.$　　$-2.$

4. 已知实数 x，y 满足 $\begin{cases}2x+2\ge y\\ x\le 2-2y\\ y+2\ge 0\end{cases}$ 则 $z=x+3y$ 的最小值为（　　）

-6

A. 0　　B. -8　　C. -10　　D. $\dfrac{16}{5}$

5. 已知下表是某品牌的研发投入 x（万元）与销售额 y（万元）的一组数据：　$\bar{x}=\frac{13}{2}.$　$\bar{y}=80$

x	4	5	6	7	8	9
y	68	75	80	83	84	90

由散点图可知，销售额 y 与研发投入 x 间有较强的线性相关关系，其线性回归直线方程是 $\hat{y}=4x+a$，则可以预测，当 $x=12$ 时，y 的值为（　　）　$a=54.$

A. 104　　B. 103　　C. 102　　D. 100

$4\times 12+54$

$=48+54$

6. 若 $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=2\cos(\alpha+\pi)$，则 $\sin 2\alpha=$（　　）

A. $-\dfrac{2}{5}$　　B. $\dfrac{2}{5}$　　C. $-\dfrac{4}{5}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

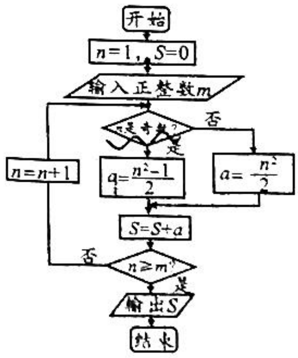
7. 如图，“大衍数列”：$0,2,4,8,12\cdots$ 来源于《乾坤谱》中对《易传》“大衍之数五十”的推论，主要用于解释中国传统文化中的太极衍生过程中曾经经历过的两仪数量总和．如图是求大衍数列前 n 项和的程序框图，执行该程序框图，若输入 $m=7$，则输出的 $S=$（　　）

2022届高三摸底

科）试题

中学 屯溪一中 宣城中学 滁州中学 池州一中 阜阳一中 灵璧中学 宿城一中

部分。满分150分，考试时间120分钟。请在答题卡上作答。



A. 44　　B. 68　　C. 100　　D. 140

8. 已知$a=\log_2 3$，$b=2\log_5 3$，$c=\log_{\frac{1}{3}} 2$，则a，b，c的大小关系为（　　）

A. $a>c>b$　　B. $a>b>c$　　C. $b>a>c$　　D. $c>b>a$

9. 已知圆C与过点$(-1,0)$且垂直于x轴的直线l仅有1个公共点，且与圆$C':x^2+y^2-6x+$

外切，则点C的轨迹方程为（　　）

A. $y^2=12x$　　B. $y^2=6x$　　C. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{10}+y^2=1$

10. 设函数$f(x)=2\sin x\cdot\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，有下列结论：

C

①$f(x)$的图象关于点$\left(\dfrac{5\pi}{12},0\right)$中心对称；②$f(x)$的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{6}$对称；

③$f(x)$在$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{12}\right]$上单调递减；④$f(x)$在$\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right]$上的最小值为$-1$.

其中正确的个数是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

11. 在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$\dfrac{1}{\tan A},\dfrac{1}{\tan B},\dfrac{1}{\tan C}$成等差数列，则（　　）

A. $ac=b^2$　　B. $ac=2b^2$　　C. $a^2+c^2=b^2$　　D. $a^2+c^2=2b^2$

12. 已知$f(x)=a\ln x,g(x)=(a+2)x-x^2$，若$\exists x_0\in\left[\dfrac{1}{e},e\right]$，使得$f(x_0)\leq g(x_0)$成立，则实数

a的取值范围是（　　）

存在性

A. $[-1,+\infty)$　　B. $(-1,+\infty)$　　C. $[-1,0]$　　D. $(-1,0)$

第II卷（非选择题 共90分）

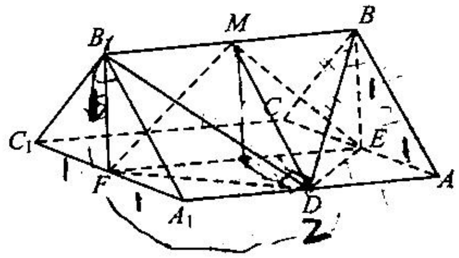
二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分. 将答案填写在题中的横线上.）

13. 已知函数$f(x)$的图象关于原点对称，且当$x<0$时，$f(x)=-x^3+\ln(-x)+e^x$，则当$x>0$时，$f(x)=$ $\underline{-x^3-\ln x-e^x}$

$\cos\theta<0$ $\quad |b|\cos\theta=\frac{a\cdot b}{|a|}$

14. 已知向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$，且$|\boldsymbol{a}|=3,\boldsymbol{b}=(1,\sqrt{3})$，则$\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{a}$方向上的投影为$\underline{-1}$.

15. 如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$，$\triangle ABC$为等腰直角三角形，$AB\perp BC$，且$AC=AA_1=2$，E,F分别是AC,A_1C_1的中点，D为AA_1的中点，则四棱锥$D-BB_1FE$的外接球表面积为$\underline{7\pi}$.



$1+1+4=6$

16. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，过点$F_2$且斜率为$\frac{24}{7}$的直线与双曲线在第一象限的交点为$M$，若$(\overrightarrow{F_2F_1}+\overrightarrow{F_2M})\cdot\overrightarrow{F_1M}=0$，则此双曲线的离心率为____

三、解答题（本大题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17. （本小题满分10分）

5

已知命题p：关于x的不等式$a^{x^2-2x-3}\geq 1$（$a>0$且$a\neq 1$）的解集为$\{x|x\leq -1或x\geq 3\}$；命题q：函数$f(x)=\lg(a^2x^2-2x+2)$的定义域为$\mathbf{R}$.

（I）若命题$\neg q$为假命题，求a的取值范围；

（II）若$p\wedge q$为真命题，求a的取值范围.

$p\vee q$

18. （本小题满分12分）

12

设等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且$a_1+6a_2=1$，$a_3=a_1\cdot a_2$.

（I）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（II）设$b_n=a_n\cdot\log_3 a_n$，求数列$\{b_n\}$的前n项和S_n.

$a_1q^2=a_1^2q$
$q=a_1$
$q+6q^2-1=0$
$6q^2+q-1=0$ $\quad (3q-1)(2q+1)=0$

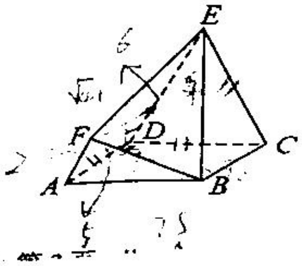
19. （本小题满分12分）

12

已知多面体$ABCDEF$如图所示，其中四边形$ABCD$为菱形，AF // 平面CDE，且A,D,E,F四点共面.

（I）求证：平面ABF // 平面CDE；

（II）若$\angle ABC=90°$，且$AD=5$，$DE=6$，$AF=2$，$EF=\sqrt{41}$，求证：$AD\perp CE$.



[illegible]是[illegible]疫情的关键，自觉接种疫苗，构筑防疫屏障，是公民应尽的责任。[illegible]不良反应，这与个人的体质有关系，在接种新冠疫苗后的不良反应中[illegible]发热、疲乏、头痛，接种部位出现红晕、肿胀、酸痛等表现。为了解某地接种新冠疫苗后[illegible]的关系，某机构随机抽取了该地区200名疫苗接种者进行调查，得到统计数[illegible]

	无不良反应	有不良反应	总计
男性	100	y 20	120
女性	x 60	20	n 80
总计	160	m 40	200

（Ⅰ）求 2×2 列联表中的数据 x,y,m,n 的值，并判断是否有90%的把握认为接种新冠疫苗后有不良反应与性别有关；

（Ⅱ）[illegible] n 名女性中按是否有不良反应，采用分层抽样的方法抽出4人，再从4人中随机抽取2人[illegible]，求这2人都无不良反应的概率.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$

$P(K^2\geq k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

21.（本小题满分12分） 8

已知椭圆 C 的中心为坐标原点，且以直线 $x+my-\sqrt{2}=0(m\in\mathbf{R})$ 所过的定点为一个焦点，过右焦点 F_2 且与 x 轴垂直的直线被椭圆 C 截得的线段长为2.

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程；

（Ⅱ）设点 A,B 分别是椭圆 C 的左、右顶点，P,Q 分别是椭圆 C 和圆 $O:x^2+y^2=2$ 上的动点（P，Q 位于 y 轴两侧），且直线 PQ 与 x 轴平行，直线 AP，BP 分别与 y 轴交于不同的两点 M，N，求证：QM 与 QN 所在的直线互相垂直.

22.（本小题满分12分） 6

已知函数 $f(x)=e^x-1+ax(a\in\mathbf{R})$.

（Ⅰ）当 $x\geq0$ 时，$f(x)\geq0$，求 a 的取值范围；

（Ⅱ）若关于 x 的方程 $\dfrac{f(x)-ax+1}{e^a}=\ln x+a$ 有两个不同的实数解，求 a 的取值范围.

$e^x-1+ax\geq0.$

e^x

1号卷·A10联盟2022届高三摸底考
数学（文科）参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

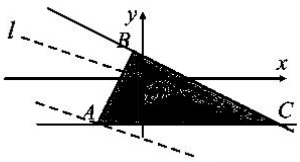
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	D	B	C	D	B	B	A	C	D	A

1. B　由题意得，$A=\{1,2,3\}$，所以 $A\cap B=\{1,2,3\}$. 故选 B.

2. A　$\because z=\dfrac{3-5\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=\dfrac{-3\mathrm{i}^2-5\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=-5-3\mathrm{i}$，$\therefore z$ 的虚部为 -3，故选 A.

3. D　由题意得，当 $x<0$ 时，$f(x)<0$，排除选项 A，C；又 $f(3)=\dfrac{27}{28}$，$f(4)=\dfrac{32}{41}$，则 $f(3)>f(4)$，排除选项 B. 故选 D.

4. B　作出不等式组所表示的平面区域如图阴影部分所示，其中 $A(-2,-2)$，$B\left(-\dfrac{2}{5},\dfrac{6}{5}\right)$，$C(6,-2)$，作直线 $l:x+3y=0$，平移直线 l，当其经过点 A 时，z 取得最小值，即 $z_{\min}=-2+3\times(-2)=-8$.故选 B.



5. C　由题意得，$\overline{x}=6.5$，$\overline{y}=80$，将 $(6.5,80)$ 代入 $\hat{y}=4x+a$ 中，可得 $a=54$，$\therefore$ 当 $x=12$ 时，$y=4\times12+54=102$. 故选 C.

6. D　$\because \cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=2\cos(\alpha+\pi)$，$\therefore -\sin\alpha=-2\cos\alpha$，$\therefore \tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=2$，$\therefore \sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\dfrac{2\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}=\dfrac{4}{5}$. 故选 D.

7. B　第 1 次运行，$n=1,a=\dfrac{n^2-1}{2}=0,S=0+0=0$，不符合 $n\geqslant m$，继续运行；第 2 次运行，$n=2,a=\dfrac{n^2}{2}=2,S=0+2=2$，不符合 $n\geqslant m$，继续运行；第 3 次运行，$n=3,a=\dfrac{n^2-1}{2}=4,S=4+2=6$，不符合 $n\geqslant m$，继续运行；第 4 次运行，$n=4,a=\dfrac{n^2}{2}=8,S=8+6=14$，不符合 $n\geqslant m$，继续运行；第 5 次运行，$n=5,a=\dfrac{n^2-1}{2}=12,S=14+12=26$，不符合 $n\geqslant m$，继续运行；第 6 次运行，$n=6,a=\dfrac{n^2}{2}=18,S=26+18=44$，不符合 $n\geqslant m$，继续运行；第 7 次运行，

$n=7, a=\dfrac{n^2-1}{2}=24, S=24+44=68$，符合 $n\geqslant m$，退出运行，输出 $S=68$.
故选 B.

8. B $\because a=\log_2 3>1$，$b=2\log_5 3=\log_5 9>1$，$c=\log_{\frac{1}{3}} 2<0$，

$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{\log_2 3}{\log_5 9}=\dfrac{\lg 3}{\lg 2}\times\dfrac{\lg 5}{\lg 9}=\dfrac{\lg 3}{\lg 2}\times\dfrac{\lg 5}{2\lg 3}=\dfrac{\lg 5}{2\lg 2}=\dfrac{\lg 5}{\lg 4}=\log_4 5>1$，$\therefore a>b$，

$\therefore a>b>c$，故选 B.

9. A 由题意得，直线 $l: x=-1$，且圆 $C': (x-3)^2+y^2=4$，设点 C 到直线 l 的距离为 r，则点 C 到 $l': x=-3$ 与点 C 到 C' 的距离相等，都是 $r+2$，故点 C 的轨迹为抛物线，即方程为 $y^2=12x$. 故选 A.

10. C 由题意得，$f(x)=2\sin x\cdot\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=2\sin x\cdot\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\dfrac{1}{2}\sin x\right)=$

$\sqrt{3}\sin x\cos x-\sin^2 x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{2}\cos 2x-\dfrac{1}{2}=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)-\dfrac{1}{2}$.

$\because 2\times\dfrac{5}{12}+\dfrac{\pi}{6}=\pi$，$\therefore f(x)$ 的图象关于点 $\left(\dfrac{5\pi}{12},-\dfrac{1}{2}\right)$ 中心对称，故①错误；

$\because 2\times\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore f(x)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{6}$ 对称，故②正确；$\because x\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{12}\right]$，

$\therefore 2x+\dfrac{\pi}{6}\in\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$，$\therefore f(x)$ 在 $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{12}\right]$ 上单调递减，故③正确；$\because x\in\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right]$，

$\therefore 2x+\dfrac{\pi}{6}\in\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]$，$\therefore \sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)-\dfrac{1}{2}\in\left[-1,\dfrac{1}{2}\right]$，$\therefore f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上的最小值为 -1，故④正确. 故选 C.

11. D $\because \dfrac{1}{\tan A},\dfrac{1}{\tan B},\dfrac{1}{\tan C}$ 成等差数列，$\therefore \dfrac{1}{\tan A}+\dfrac{1}{\tan C}=\dfrac{2}{\tan B}$，

$\therefore 2=\tan B\left(\dfrac{1}{\tan A}+\dfrac{1}{\tan C}\right)=\dfrac{\sin B}{\cos B}\left(\dfrac{\cos A}{\sin A}+\dfrac{\cos C}{\sin C}\right)=\dfrac{\sin^2 B}{\sin A\sin C\cos B}=$

$\dfrac{b^2}{ac\cdot\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}=\dfrac{2b^2}{a^2+c^2-b^2}$，整理为 $a^2+c^2=2b^2$，故选 D.

12. A 由 $f(x_0)\leqslant g(x_0)$，得 $a\ln x_0\leqslant(a+2)x_0-x_0^2$，即 $(x_0-\ln x_0)a\geqslant x_0^2-2x_0$. 记 $F(x)=x-\ln x$，$\therefore F'(x)=\dfrac{x-1}{x}$，$\therefore$ 当 $0<x<1$ 时，$F'(x)<0$，$F(x)$ 单调递

减；当 $x>1$ 时，$F'(x)>0$，$F(x)$ 单调递增，$\therefore F(x)\geqslant F(1)=1>0$，

$\therefore a\geqslant \dfrac{x_0^2-2x_0}{x_0-\ln x_0}$. 记 $G(x)=\dfrac{x^2-2x}{x-\ln x}, x\in\left[\dfrac{1}{e},e\right]$，

$\therefore G'(x)=\dfrac{(2x-2)(x-\ln x)-(x-2)(x-1)}{(x-\ln x)^2}=\dfrac{(x-1)(x-2\ln x+2)}{(x-\ln x)^2}$，

$\because x\in\left[\dfrac{1}{e},e\right]$，$\therefore 2-2\ln x=2(1-\ln x)\geqslant 0$，$\therefore x-2\ln x+2>0$，$\therefore$ 当

$x\in\left[\dfrac{1}{e},1\right]$ 时，$G'(x)\leqslant 0$，$G(x)$ 单调递减；当 $x\in(1,e]$ 时，$G'(x)>0$，$G(x)$ 单调递增，$\therefore G(x)_{\min}=G(1)=-1$，$\therefore a\geqslant -1$，故选 A.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 将答案填写在题中的横线上.）

13. $-x^3-\ln x-e^{-x}$

当 $x>0$ 时，$-x<0$，则 $f(-x)=-(-x)^3+\ln x+e^{-x}$，即 $-f(x)=x^3+\ln x+e^{-x}$，

则 $f(x)=-x^3-\ln x-e^{-x}$.

14. -1

由题意得，$|\boldsymbol{b}|=2$，则 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影为 $|\boldsymbol{b}|\cos<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>=2\times\cos\dfrac{2\pi}{3}=-1$.

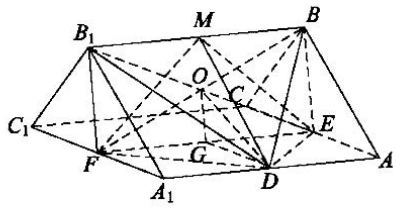
15. 5π

记 BF, EB_1 的交点为 O，取 EF 的中点 G，连接 OG, GD, OD. 易得平面 $BEFB_1\perp$ 平面 ACC_1A_1. $\because D$ 为 AA_1 的中点，$\therefore OG\perp GD$，且 $DG=1$，$OG=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore OD=\sqrt{OG^2+GD^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. 由矩形的性质知

$OB=OE=OF=OB_1=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，令四棱锥

$D-BB_1FE$ 的外接球半径为 R，则 $R=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，



$\therefore$ 其表面积为 $S=4\pi R^2=5\pi$.

16. $\dfrac{5}{3}$

$\because\left(\overrightarrow{F_2F_1}+\overrightarrow{F_2M}\right)\cdot\overrightarrow{F_1M}=0$，$\therefore\left(\overrightarrow{F_2F_1}+\overrightarrow{F_2M}\right)\cdot\left(\overrightarrow{F_2M}-\overrightarrow{F_2F_1}\right)=0$，则 $\overrightarrow{F_2M}^2=\overrightarrow{F_2F_1}^2$，

即 $|MF_2|=|F_2F_1|=2c$. 由双曲线的定义可知 $|MF_1|-|MF_2|=2a$，可得

$|MF_1|=|MF_2|+2a=2a+2c$. 由过 F_2 的直线斜率为 $\dfrac{24}{7}$，得在等腰三角形 MF_1F_2 中，

$\tan\angle MF_2F_1=-\dfrac{24}{7}$，则 $\cos\angle MF_2F_1=-\dfrac{7}{25}$，

由余弦定理得$\cos\angle MF_2F_1=-\frac{7}{25}=\frac{4c^2+4c^2-(2a+2c)^2}{2\cdot 2c\cdot 2c}$，化简得

$39c^2-50ac-25a^2=0$，即$39e^2-50e-25=0$，解得$e=\frac{5}{3}$或$e=-\frac{5}{13}$（舍去）.

三、解答题（本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17. （本小题满分10分）

（Ⅰ）若命题$\neg q$为假命题，则命题q为真命题.

当$a=0$时，$f(x)=\lg(-2x+2)$，定义域为$(-\infty,1)$，不符合题意；………… 2分

当$a\neq 0$时，若$f(x)$的定义域为$\mathbf{R}$，则$a^2x^2-2x+2>0$的解集为$\mathbf{R}$，

$\therefore 4-8a^2<0$，解得$a<-\frac{\sqrt{2}}{2}$或$a>\frac{\sqrt{2}}{2}$.

综上，a的取值范围为$\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$. ……………………………5分

（Ⅱ）当命题p为真命题时，$\because x^2-2x-3\geqslant 0$的解集为$\{x|x\leqslant -1$或$x\geqslant 3\}$，

$\therefore a>1$. ……………………………… 7分

$\because p\wedge q$为真命题，$\therefore p,q$均为真命题，……………………………… 8分

$\therefore\begin{cases}a>1\\ a<-\frac{\sqrt{2}}{2}\text{或}a>\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，解得$a>1$，即$a$的取值范围为$(1,+\infty)$. ………… 10分

18. （本小题满分12分）

（Ⅰ）设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，则$q>0$，

由题意得，$\begin{cases}a_1+6a_1q=1\\ a_1q^2=a_1^2q\end{cases}$，解得$a_1=q=\frac{1}{3}$，……………………………3分

$\therefore a_n=a_1q^{n-1}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=\frac{1}{3^n}$. ……………………………5分

（Ⅱ）由（Ⅰ）得，$b_n=a_n\cdot\log_3 a_n=\frac{1}{3^n}\cdot\log_3\frac{1}{3^n}=-\frac{n}{3^n}$. ……………………………6分

记$T_n=\frac{1}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{3}{3^3}+\cdots+\frac{n-1}{3^{n-1}}+\frac{n}{3^n}$，

则$\frac{1}{3}T_n=\frac{1}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\frac{3}{3^4}+\cdots+\frac{n-1}{3^n}+\frac{n}{3^{n+1}}$，……………………………9分

$\therefore\frac{2}{3}T_n=\frac{1}{3^1}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\cdots+\frac{1}{3^n}-\frac{n}{3^{n+1}}=\frac{1}{3}\times\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}}-\frac{n}{3^{n+1}}$，

解得$T_n=\frac{3}{4}-\frac{3+2n}{4\cdot 3^n}$，…………………………11分

$\therefore S_n=\frac{3+2n}{4\cdot 3^n}-\frac{3}{4}$. …………………………12分

19. （本小题满分12分）

（Ⅰ）$\because$四边形$ABCD$是菱形，$\therefore AB\parallel CD$，…………………………1分

$\because AB\not\subset$平面CDE，$CD\subset$平面CDE，$\therefore AB\parallel$平面CDE，………………3分

又$AF\parallel$平面CDE，$AF\cap AB=A$，$\therefore$平面$ABF\parallel$平面CDE. …………5分

（Ⅱ）$\because AF\parallel$平面CDE，$AF\subset$平面$ADEF$，平面$ADEF\cap$平面$CDE=DE$，

$\therefore AF\parallel DE$. …………………………6分

在线段ED上取一点G，使得$EG=4$，则$DG=2=AF$，

又$\because DG\parallel AF$，$\therefore$四边形$ADGF$是平行四边形，$\therefore FG=AD=5$，$FG\parallel AD$，

$\because EF=\sqrt{41}$，$\therefore EF^2=EG^2+FG^2$，$\therefore EG\perp FG$，$\therefore AD\perp ED$. ……9分

$\because \angle ABC=90^\circ$，四边形$ABCD$是菱形，$\therefore AD\perp DC$，

又$DC\cap DE=D$，$\therefore AD\perp$平面CDE，……………………11分

$\because CE\subset$平面CDE，$\therefore AD\perp CE$. …………………………12分

20. （本小题满分12分）

（Ⅰ）由题意得，$m=200-160=40$，$x=160-100=60$，

$n=x+20=60+20=80$，$y=m-20=20$. …………………………4分

$\because K^2=\frac{200\times(100\times 20-20\times 60)^2}{160\times 40\times 120\times 80}=\frac{25}{12}\approx 2.083<2.706$. ……………………6分

$\therefore$没有90%的把握认为接种新冠疫苗后有不良反应与性别有关. ………………7分

（Ⅱ）从接种疫苗的n名女性中按是否有不良反应，采用分层抽样的方法抽出4人，可知4人中无不良反应的有3人，记为A,B,C，有不良反应的有1人，记为d.

再从4人中随机抽取2人，一共有6种情况，它们是：

$(A,B),(A,C),(A,d),(B,C),(B,d),(C,d)$，

这2人都无不良反应一共有3种情况，它们是：$(A,B),(A,C),(B,C)$，

则所求概率$P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$. …………………………12分

21. （本小题满分12分）

（Ⅰ）直线$x+my-\sqrt{2}=0$过定点$(\sqrt{2},0)$，即椭圆C的一个焦点为$(\sqrt{2},0)$.

设椭圆C的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，则$a^2-b^2=2$ ①. ………… 2分

$\because$过右焦点F_2且与x轴垂直的直线被椭圆C截得的线段长为2，

$\therefore \frac{2b^2}{a}=2$，即$b^2=a$ ②. ………………………… 4分

联立①②，解得$a=2$，$b=\sqrt{2}$，

$\therefore$椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$. ……………………5分

(Ⅱ)由题意得，$A(-2,0),B(2,0)$. ……………………6分

设$P(x_0,y_0)$，$Q(x_1,y_0)$，则$\dfrac{x_0^2}{4}+\dfrac{y_0^2}{2}=1$，$x_1^2+y_0^2=2$，$y_0\neq 0$. …………7分

易得直线AP的方程为$y=\dfrac{y_0}{x_0+2}(x+2)$，则$M\left(0,\dfrac{2y_0}{x_0+2}\right)$，………………8分

直线BP的方程为$y=\dfrac{y_0}{x_0-2}(x-2)$，则$N\left(0,\dfrac{-2y_0}{x_0-2}\right)$，……………………9分

$\therefore \overrightarrow{QM}=\left(-x_1,\dfrac{2y_0}{x_0+2}-y_0\right)=\left(-x_1,-\dfrac{x_0y_0}{x_0+2}\right)$，

$\overrightarrow{QN}=\left(-x_1,\dfrac{-2y_0}{x_0-2}-y_0\right)=\left(-x_1,-\dfrac{x_0y_0}{x_0-2}\right)$，

$\therefore \overrightarrow{QM}\cdot\overrightarrow{QN}=x_1^2+\dfrac{{x_0}^2{y_0}^2}{{x_0}^2-4}=2-y_0^2+\dfrac{x_0^2}{x_0^2-4}\cdot 2\left(1-\dfrac{x_0^2}{4}\right)=2-y_0^2-\dfrac{x_0^2}{2}=0$，…11分

$\therefore \angle MQN=90^\circ$，即$QM$与$QN$所在的直线互相垂直. ……………………12分

22. （本小题满分12分）

(Ⅰ)由题意得，$f'(x)=e^x+a$.

若$a\geqslant -1$，则当$x\in[0,+\infty)$时，$f'(x)\geqslant 0$恒成立，$\therefore f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增，

$\therefore f(x)\geqslant f(0)=0$，符合题意；……………………2分

若$a<-1$，令$f'(x)>0$，解得$x>\ln(-a)$，令$f'(x)<0$，解得$x<\ln(-a)$，

$\therefore f(x)$在$(0,\ln(-a))$上单调递减，

$\therefore$当$x\in(0,\ln(-a))$时，$f(x)<f(0)=0$，不符合题意.

综上，a的取值范围为$[-1,+\infty)$. ……………………5分

(Ⅱ)方法一：$\because \dfrac{f(x)-ax+1}{e^a}=\ln x+a$，$\therefore e^{x-a}=\ln x+a$. …………………… 6分

令$e^{x-a}=\ln x+a=t$，则$\begin{cases}x-a=\ln t\\ \ln x+a=t\end{cases}$，$\therefore x+\ln x=t+\ln t$.

易得$y=x+\ln x$在$(0,+\infty)$上单调递增，$\therefore x=t$，$\therefore a=x-\ln x$. ………… 8分

令$\varphi(x)=x-\ln x(x>0)$，则$\varphi'(x)=\dfrac{x-1}{x}$，

易得$\varphi(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，$\therefore \varphi(x)_{\min}=\varphi(1)=1$，

现验证当$a>1$时，$a=x-\ln x$有2个解. …………………… 10分

令$g(x)=x-\ln x-a(a>1)$，

则 $g\left(\mathrm{e}^{-a}\right)=\mathrm{e}^{-a}>0$，$g(1)=1-a<0$，$g\left(\mathrm{e}^{a}\right)=\mathrm{e}^{a}-2a$，

$\therefore g(a)$ 在 $\left(\mathrm{e}^{-a},1\right)$ 上有一个零点.

令 $h(a)=\mathrm{e}^{a}-2a(a>1)$，则 $h'(a)=\mathrm{e}^{a}-2>0$，$\therefore h(a)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore h(a)>h(1)=\mathrm{e}-2>0$，即 $g\left(\mathrm{e}^{a}\right)=\mathrm{e}^{a}-2a>0$，

$\therefore g(a)$ 在 $\left(1,\mathrm{e}^{a}\right)$ 上有一个零点，

$\therefore$ 当 $a>1$ 时，$a=x-\ln x$ 有 2 个解. ………………………… 11 分

综上，a 的取值范围为 $(1,+\infty)$. ………………………… 12 分

方法二：$\because \dfrac{f(x)-ax+1}{\mathrm{e}^{a}}=\ln x+a$，$\therefore \mathrm{e}^{x}=\mathrm{e}^{a}(\ln x+a)$，

$\therefore x\mathrm{e}^{x}=x\mathrm{e}^{a}(\ln x+a)$，$\therefore x\mathrm{e}^{x}=\mathrm{e}^{a+\ln x}(\ln x+a)$. ………………………… 7 分

令 $g(x)=x\mathrm{e}^{x}$，则 $g(x)=g(a+\ln x)$.

当 $x>0$ 时，$g'(x)=(x+1)\mathrm{e}^{x}>0$，$\therefore g(x)=x\mathrm{e}^{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore x=a+\ln x$，即 $a=x-\ln x$. ………………………… 8 分

余下同方法一

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。