绝密★启用前

2023届高三年级第二次模拟考试

文科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2+2x\leqslant 0\}$，$B=\{x||x|\leqslant 1\}$，则 $A\cap B=$

A. $[1,2)$　　B. $[-2,2]$　　C. $[-2,1)$　　D. $[-2,-1]$

2. 若复数 z 满足 $(i+z)i=1+2i$，则 $|z-\bar{z}|$ 的值为

A. $\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 4　　D. $4\sqrt{2}$

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_{12}=22$，$a_1+a_3+a_5=12$，则公差 $d=$

A. 2　　B. $\frac{5}{2}$　　C. 3　　D. $\frac{7}{2}$

4. 已知建筑地基沉降预测对于保证施工安全，实现信息化监控有着重要意义. 某工程师建立了四个函数模型来模拟建筑地基沉降随时间的变化趋势，并用相关指数、误差平方和、均方根值三个指标来衡量拟合效果. 相关指数越接近1表明模型的拟合效果越好，误差平方和越小说明误差越小，均方根值越小越好. 依此判断下面指标对应的模型拟合效果最好的是

A.

相关指数	误差平方和	均方根值
0.949	5.491	0.499

B.

相关指数	误差平方和	均方根值
0.933	4.179	0.436

C.

相关指数	误差平方和	均方根值
0.997	1.701	0.141

D.

相关指数	误差平方和	均方根值
0.997	2.899	0.326

5. 已知 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y-1\leqslant 0,\\ x-2y+1\geqslant 0,\\ x+y+1\geqslant 0,\end{cases}$ 则目标函数 $z=-2x+y$ 的最小值为

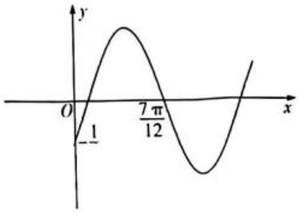
A. -5　　B. -4　　C. 2　　D. 4

6. 在区间(0,5)与(1,4)内各随机取 1 个整数，设两数之和为 M，则 $\log_2 M>2$ 成立的概率为

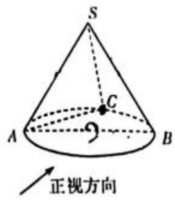
A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{5}{8}$　　C. $\frac{8}{15}$　　D. $\frac{7}{15}$

7. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|\leq\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 上的值域为

A. $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$　　B. $\left[-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$　　C. $\left[-1,\frac{1}{2}\right]$　　D. $\left[-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$



（第 7 题图）



（第 8 题图）

8. 如图所示圆锥的正视图是边长为 2 的正三角形，AB 为底面直径，C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，则平面 SAC 与底面 ABC 所成的锐二面角的正切值为

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{6}$

9. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，且 $|F_1F_2|=2\sqrt{3}$，P 为 C 上一点，PF_1 的中点为 Q，$\triangle PF_2Q$ 为等边三角形，则双曲线 C 的方程为

A. $x^2-\frac{y^2}{2}=1$　　B. $\frac{x^2}{2}-y^2=1$　　C. $\frac{2x^2}{3}-\frac{2y^2}{3}=1$　　D. $3x^2-\frac{3y^2}{8}=1$

10. 如果有穷数列 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_m$（m 为正整数）满足条件 $a_1\cdot a_m=t,a_2\cdot a_{m-1}=t,\cdots,a_m a_1=t$，即 $a_i\cdot a_{m-i+1}=t$（t 为常数）$(i=1,2,\cdots,m)$，则称其为“倒序等积数列”. 例如，数列 $8,4,2,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8}$ 是“倒序等积数列”. 已知 $\{c_n\}$ 是 80 项的“倒序等积数列”，$t=2$，且 $c_{41},c_{42},\cdots,c_{80}$ 是公比为 2，$c_{80}=2$ 的等比数列，设数列 $\{\log_2 c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $S_{50}=$

A. 210　　B. 445　　C. 780　　D. 1 225

11. 如图，2022 年世界杯的会徽像阿拉伯数字中的“8”. 在平面直角坐标系中，圆 $M:x^2+(y+m)^2=n(m>0)$ 和圆 $N:x^2+(y-1)^2=1$ 外切也形成一个 8 字形状，若 $P(0,-2)$，$A(1,-1)$ 为圆 M 上两点，B 为两圆圆周上任一点（不同于点 A,P），则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最大值为

A. $\frac{3\sqrt{2}+2}{2}$　　B. $2\sqrt{2}+1$

C. $3+\sqrt{2}$　　D. $3\sqrt{2}+2$

12. 已知 $a=0.01,b=e^{0.1}-1,c=1+\ln 0.01$，则

A. $a>c>b$　　B. $a>b>c$　　C. $c>b>a$　　D. $b>a>c$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知某中学老年教师的“亚健康”率为 50%，中年教师的“亚健康”率为 30%，青年教师的“亚健康”率为 15%. 若该中学共有 60 名老年教师，100 名中年教师，200 名青年教师，则该校教师的“亚健康”率为________.

已知函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 对称，且当 $x>2$ 时，$f(x)$ 和其导函数 $f'(x)$ 的单调性相反，请写出 $f(x)$ 的一个解析式：________

已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，点 A,B 在 C 上，且 $|AF|=2,|BF|=5$，则 $|AB|=$ ________

2022 年 12 月 7 日为该年第 21 个节气"大雪"."大雪"标志着仲冬时节正式开始，该节气的特点是气温显著下降，降水量增多，天气变得更加寒冷."大雪"节气的民俗活动有打雪仗、赏雪景等. 东北某学生小张滚了一个半径为 2 分米的雪球，准备对它进行切割，制作一个正六棱柱模型 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$，设 M 为 B_1E_1 的中点，当削去的雪最少时，平面 ACM 截该正六棱柱所得的截面面积为________平方分米.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17 ~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $c(\sin C-\sqrt{3}\sin B)=(a-b)(\sin A+\sin B)$.

(Ⅰ)求 A；

(Ⅱ)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$，$\sin B=1+\cos C$，点 D 为边 BC 的中点，求 AD 的长.

18. (12 分)

疫情期间，某校使用视频会议的方式上网课.

(Ⅰ)调查知前 7 天能完成全部网课的班级数 y 如下表所示：

第 t 天	1	2	3	4		6	7
y	3	4	3	4		6	8

已知 y 与 t 具有线性相关关系，求 y 关于 t 的线性回归方程；(t 的系数精确到 0.01)

(Ⅱ)假定某天老师甲和学生乙两人需要在本班视频会议中见面，且两人在上午 9 时至 11 时的时间段中随机进入本班的视频会议中，求这两人等待不超过 0.5 小时的概率.

参考公式：在线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

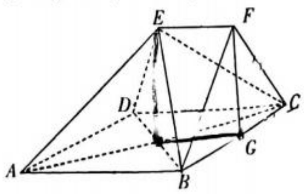
参考数据：$\sum\limits_{i=1} t_iy_i=163$.

19. (12 分)

在如图所示的几何体中，四边形 $ABCD$ 为菱形，$\angle BCD=60°$，$AB=4$，$EF/\!/CD$，$EF=2$，$CF=4$，点 F 在平面 $ABCD$ 内的射影恰为 BC 的中点 G.

(Ⅰ)求证：平面 $ACE\perp$ 平面 BED；

(Ⅱ)求该几何体的体积.



已知 O 为坐标原点，椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，过椭圆 E 上第一象限内点 P 引 x 轴、y 轴的平行线，分别交 y 轴、x 轴于点 A,B，且分别交直线 $y=-\frac{b}{a}x$ 于点 Q,R，$\triangle OAQ$ 与 $\triangle OBR$ 的面积分别为 S_1,S_2，满足 $S_1+S_2=1$.

(Ⅰ)求椭圆 E 的标准方程；

(Ⅱ)已知点 $N(0,-1)$，直线 $l:y=kx+3$ 交椭圆 E 于 S,T 两点，直线 NS,NT 分别与 x 轴交于 C,D 两点，证明：$|OC|\cdot|OD|$ 为定值.

(12 分)

已知函数 $f(x)=(x-1)e^x,g(x)=a\ln x$.

(Ⅰ)若曲线 $y=f(x)$ 有两条过点 $(m,0)$ 的切线，求实数 m 的取值范围；

(Ⅱ)若当 $x>0$ 时，不等式 $f(x)\geq g(x)$ 恒成立，求实数 a 的取值集合.

二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22,23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

. [选修 4－4：坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 E 的参数方程为 $\begin{cases}x=t+\frac{1}{t},\\ y=2\left(t-\frac{1}{t}\right)\end{cases}$ 为参数). 以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 E 上 A,B 两点所在直线的极坐标方程为 $\rho\cos\theta-\sqrt{3}\rho\sin\theta+1=0$.

(Ⅰ)求曲线 E 的普通方程和直线 AB 的倾斜角；

(Ⅱ)若曲线 E 上两点 C,D 所在直线的倾斜角为 $\beta\left(0<\beta<\frac{\pi}{6}\right)$，直线 AB 与 CD 相交于点 P，且 P 不在曲线 E 上，求 $\frac{|PA|\cdot|PB|}{|PC|\cdot|PD|}$ 的取值范围.

. [选修 4－5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x)=|2x|-2|x-3|$.

(Ⅰ)若不等式 $|f(x)|\leq 2$ 的解集为 $[a,b]$，求 a,b 的值；

(Ⅱ)在(Ⅰ)的条件下，若 $x,y\in\mathbf{R}$，且 $a^2x^2+b^2y^2=32$，求 $x+2y-xy$ 的最小值.

2023 届高三年级第二次模拟考试

文科数学·答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

1. D	2. C	3. A	4. C	5. B	6. B
7. C	8. D	9. A	10. B	11. C	12. D

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 25%　　14. $f(x)=\frac{1}{x-2}$(答案不唯一)

15. $\sqrt{13}$或$3\sqrt{5}$　　16. $4\sqrt{3}$

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. 解析 (Ⅰ)因为$c(\sin C-\sqrt{3}\sin B)=(a-b)(\sin A+\sin B)$,

所以由正弦定理可得$c(c-\sqrt{3}b)=(a-b)(a+b)$,

即$b^2+c^2-a^2=\sqrt{3}bc$. ……………………………………(2 分)

由余弦定理可得$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{\sqrt{3}bc}{2bc}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, ……………………………………(4 分)

又$A\in(0,\pi)$,所以$A=\frac{\pi}{6}$. ……………………………………(5 分)

(Ⅱ)因为$\sin B=1+\cos C$,

所以$\sin B=1+\cos\left(\frac{5\pi}{6}-B\right)=1+\cos\frac{5\pi}{6}\cos B+\sin\frac{5\pi}{6}\sin B=1-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B$,

即$\frac{1}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B=\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)=1$, ……………………………………(7 分)

所以$B=\frac{\pi}{6}$.

所以$a=b,C=\frac{2\pi}{3}$. ……………………………………(8 分)

所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\sqrt{3}$,

所以$a=b=2$. ……………………………………(10 分)

在$\triangle ACD$中,由余弦定理可得$AD^2=AC^2+CD^2-2AC\cdot CD\cdot\cos\frac{2\pi}{3}=2^2+1^2-2\times2\times1\times\left(-\frac{1}{2}\right)=7$,

即$AD=\sqrt{7}$. ……………………………………(12 分)

18. 解析 (Ⅰ)由题可知$\bar{t}=\frac{1}{7}(1+2+3+4+5+6+7)=4,\bar{y}=\frac{1}{7}(3+4+3+4+7+6+8)=5$, ………(2 分)

$\sum_{i=1}^{7}t_iy_i=163,7\bar{t}\bar{y}=7\times4\times5=140$, $\sum_{i=1}^{7}t_i^2=140,7\bar{t}^2=112$, ……………………………………(3 分)

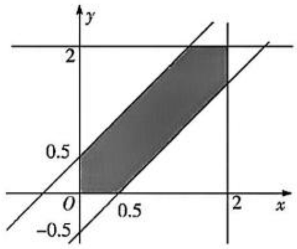
所以$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{7}t_iy_i-7\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{7}t_i^2-7\bar{t}^2}=\frac{163-140}{140-112}=\frac{23}{28}\approx0.82$, ……………………………………(4 分)

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=1.72$, …………………………………………………………………………………… (5 分)

所以 y 关于 t 的线性回归方程为 $\hat{y}=0.82t+1.72$. …………………………………………………… (6 分)

(Ⅱ)记 9 时为 0 时,11 时为 2 时,设老师甲进入的时间为 x,学生乙进入的时间为 y,则 $\begin{cases}0\leqslant x\leqslant 2,\\0\leqslant y\leqslant 2,\end{cases}$ 其对应的区域如图中正方形所示, …………………………………………………………………………………… (7 分)

若这两人等待不超过 0.5 小时,则 $|y-x|\leqslant 0.5$,其对应的区域如图中阴影部分所示. ………………… (9 分)



记"这两人等待不超过 0.5 小时"为事件 A,

则 $P(A)=\dfrac{4-2\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{3}{2}}{4}=\dfrac{7}{16}$.

故这两人等待不超过 0.5 小时的概率为 $\dfrac{7}{16}$. …………………………………………………………… (12 分)

19. 解析 (Ⅰ)如图,设 AC 与 BD 交于点 O,连接 OG,OE.

因为 O,G 分别为 BD,BC 的中点,所以 $OG/\!/AB$,$OG=\dfrac{1}{2}AB=2$.

因为 $EF=2=\dfrac{1}{2}AB$,$EF/\!/CD/\!/AB$,所以四边形 $EFGO$ 为平行四边形, ………………………………… (2 分)

所以 $OE/\!/FG$,

又 $FG\perp$平面 $ABCD$,

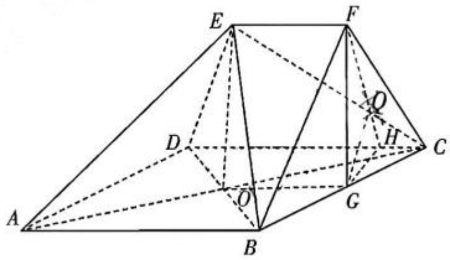
所以 $OE\perp$平面 $ABCD$. ………………………………………………………………………………… (3 分)

因为 $AC\subset$平面 $ABCD$,所以 $OE\perp AC$,

又四边形 $ABCD$ 为菱形,所以 $AC\perp BD$. ……………………………………………………………… (4 分)

因为 $OE\cap BD=O$,所以 $AC\perp$平面 BED,

又 $AC\subset$平面 ACE,故平面 $ACE\perp$平面 BED. …………………………………………………… (5 分)



(Ⅱ)因为 $FG\perp$平面 $ABCD$,所以 $FG\perp CD$,$FG\perp BC$,

所以 $FG=\sqrt{CF^2-CG^2}=2\sqrt{3}$,所以 $OE=2\sqrt{3}$. ……………………………………………………… (6 分)

由(Ⅰ)可知 $OE\perp BD$,由题可知 $OB=OD=2$,所以 $BE=DE=4$,

所以四边形 $CDEF$ 为等腰梯形. ……………………………………………………………………………… (7 分)

过 G 点向 CD 作垂线,垂足为 H,连接 FH.

因为 $CD\perp GH$,$CD\perp FG$,$FG\cap GH=G$,

— 2 —

所以 $CD\perp$ 平面 FGH,

又 $CD\subset$ 平面 $CDEF$,故平面 $CDEF\perp$ 平面 FGH.

过 G 作 GQ 垂直于 FH,垂足为 Q,则 $GQ\perp$ 平面 $CDEF$. ……………………（8分）

由题可知 $GH=\sqrt{3}$,$FH=\sqrt{15}$,

因为 $GQ\cdot FH=FG\cdot GH$,所以 $GQ=\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$.

因为 G 为 BC 的中点,所以 B 点到平面 $CDEF$ 的距离为 $\dfrac{4\sqrt{15}}{5}$. ……………………（9分）

又 $S_{CDEF}=\dfrac{1}{2}(CD+EF)\cdot FH=3\sqrt{15}$,

故 $V_{B-CDEF}=\dfrac{1}{3}\times 3\sqrt{15}\times\dfrac{4\sqrt{15}}{5}=12$. ……………………（10分）

又 $V_{E-ABD}=\dfrac{1}{3}\times 2\sqrt{3}\times S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{3}\times 2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 16=8$,

故该几何体的体积为 $V_{B-CDEF}+V_{E-ABD}=20$. ……………………（12分）

20. **解析** （Ⅰ）设 $P(x_0,y_0)(x_0>0,y_0>0)$,得 $Q\left(-\dfrac{a}{b}y_0,y_0\right)$,同理可得 $R\left(x_0,-\dfrac{b}{a}x_0\right)$.

所以 $S_1=\dfrac{1}{2}y_0\left|-\dfrac{a}{b}y_0\right|=\dfrac{a}{2b}y_0^2$,$S_2=\dfrac{1}{2}x_0\left|-\dfrac{b}{a}x_0\right|=\dfrac{b}{2a}x_0^2$, ……………………（2分）

所以 $S_1+S_2=\dfrac{a}{2b}y_0^2+\dfrac{b}{2a}x_0^2=\dfrac{a^2y_0^2+b^2x_0^2}{2ab}=\dfrac{b^2(a^2-x_0^2)+b^2x_0^2}{2ab}=\dfrac{ab}{2}=1$,

即 $ab=2$. ……………………（3分）

又 $\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,所以 $\dfrac{b}{a}=\sqrt{1-\left(\dfrac{c}{a}\right)^2}=\dfrac{1}{2}$,所以 $a=2$,$b=1$. ……………………（4分）

所以椭圆 E 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………（5分）

（Ⅱ）联立直线 l 和椭圆 E 的方程得 $\begin{cases}y=kx+3,\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1,\end{cases}$

消去 y 得 $(1+4k^2)x^2+24kx+32=0$.

由 $\Delta=(24k)^2-4\times32(1+4k^2)>0$,可得 $k^2>2$. ……………………（7分）

设 $S(x_1,y_1)$,$T(x_2,y_2)$,则 $x_1+x_2=\dfrac{-24k}{1+4k^2}$,$x_1x_2=\dfrac{32}{1+4k^2}>0$. ……………………（8分）

由题易知 $x_1\neq0$,$x_2\neq0$,$y_1\neq-1$,$y_2\neq-1$,

所以直线 SN 的方程为 $y+1=\dfrac{y_1+1}{x_1}(x-0)$,

令 $y=0$,得 $x_C=\dfrac{x_1}{y_1+1}$,同理 $x_D=\dfrac{x_2}{y_2+1}$. ……………………（9分）

$$\begin{aligned}所以|OC|\cdot|OD|&=\left|\frac{x_1}{y_1+1}\right|\cdot\left|\frac{x_2}{y_2+1}\right|\\&=\frac{x_1x_2}{(y_1+1)(y_2+1)}\\&=\frac{x_1x_2}{(kx_1+4)(kx_2+4)}\\&=\frac{x_1x_2}{k^2x_1x_2+4k(x_1+x_2)+16}\end{aligned}$$ ……………………（11分）

$$=\frac{\dfrac{32}{1+4k^2}}{k^2\cdot\dfrac{32}{1+4k^2}+4k\left(\dfrac{-24k}{1+4k^2}\right)+16}$$

$$=\frac{32}{16}$$

$$=2.$$

故 $|OC|\cdot|OD|$ 为定值 2. ………………………………………………………………………… (12 分)

21. **解析** （Ⅰ）设切点坐标为 $(x_0,f(x_0))$.

因为 $f'(x)=xe^x$，所以切线方程为 $y-(x_0-1)e^{x_0}=x_0e^{x_0}(x-x_0)$，………………………………… (2 分)

将 $(m,0)$ 代入，可得 $x_0^2-(m+1)x_0+1=0$.

因为曲线 $y=f(x)$ 有两条过点 $(m,0)$ 的切线，

所以 $\Delta=(m+1)^2-4>0$，解得 $m>1$ 或 $m<-3$，

故实数 m 的取值范围是 $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$. ………………………………………………… (4 分)

（Ⅱ）设 $h(x)=f(x)-g(x)=(x-1)e^x-a\ln x$，

则 $h'(x)=xe^x-\dfrac{a}{x}=\dfrac{x^2e^x-a}{x}(x>0)$. ……………………………………………………………… (5 分)

当 $a\leqslant 0$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，

因为当 $x>1$ 时，$h(x)>0$，当 $0<x<1$ 时，$h(x)<0$，所以 $f(x)\geqslant g(x)$ 不恒成立. ……………………… (6 分)

当 $a>0$ 时，设 $\varphi(x)=x^2e^x-a$，则 $\varphi'(x)=e^x(x+2)x>0$，所以 $\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

又当 $x>0$ 且 $x\to 0$ 时，$\varphi(x)\to -a$，当 $x\to+\infty$ 时，$\varphi(x)\to+\infty$，

故 $\exists x_0>0$，使得 $\varphi(x_0)=0$.

当 $x\in(0,x_0)$ 时，$\varphi(x)<0$，$h'(x)<0$，当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$\varphi(x)>0$，$h'(x)>0$.

因为 $\varphi(x_0)=0$，所以 $x_0^2e^{x_0}=a$. ………………………………………………………………………… (8 分)

故 $h(x)_{\min}=h(x_0)=(x_0-1)e^{x_0}-a\ln x_0=(x_0-1)e^{x_0}-x_0^2e^{x_0}\ln x_0=x_0^2e^{x_0}\left(\dfrac{1}{x_0}-\dfrac{1}{x_0^2}-\ln x_0\right)\geqslant 0.$

因为 $x_0^2e^{x_0}>0$，所以只需 $\dfrac{1}{x_0}-\dfrac{1}{x_0^2}-\ln x_0\geqslant 0$. ……………………………………………………… (10 分)

设 $t(x)=x-x^2+\ln x$，则 $t'(x)=1-2x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{-(2x+1)(x-1)}{x}$.

当 $x\in(0,1)$ 时，$t'(x)>0$，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$t'(x)<0$，

所以 $t(x)_{\max}=t(1)=0$，所以 $x-x^2+\ln x\leqslant 0$. …………………………………………………… (11 分)

所以 $\dfrac{1}{x_0}-\dfrac{1}{x_0^2}-\ln x_0\leqslant 0$，故 $\dfrac{1}{x_0}-\dfrac{1}{x_0^2}-\ln x_0=0$，

所以 $\dfrac{1}{x_0}=1$，$x_0=1$，所以 $a=e$，

故实数 a 的取值集合为 $\{e\}$. ………………………………………………………………………………… (12 分)

22. **解析** （Ⅰ）由 $\begin{cases}x=t+\dfrac{1}{t},\\ y=2\left(t-\dfrac{1}{t}\right)\end{cases}$（$t$ 为参数）消去参数 t，可得曲线 E 的普通方程为 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{16}=1$. ………… (2 分)

令 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta,\end{cases}$ 可得直线 AB 的直角坐标方程为 $x-\sqrt{3}y+1=0$，

故直线 AB 的倾斜角为 $\dfrac{\pi}{6}$. …………………………………………………………………………… (4 分)

(Ⅱ)设$P(x_0,y_0)$,

则直线AB的参数方程为$\begin{cases}x=x_0+\frac{\sqrt{3}}{2}s,\\ y=y_0+\frac{1}{2}s\end{cases}$($s$为参数),

直线CD的参数方程为$\begin{cases}x=x_0+m\cos\beta,\\ y=y_0+m\sin\beta\end{cases}$($m$为参数). ………………(5分)

将直线CD的参数方程代入曲线E的方程可得

$(4\cos^2\beta-\sin^2\beta)m^2+2(4x_0\cos\beta-y_0\sin\beta)m+(4x_0^2-y_0^2-16)=0$. ………………(6分)

设C,D对应的参数分别为m_1,m_2,

根据参数m的几何意义,可得$|PC|\cdot|PD|=|m_1|\cdot|m_2|=\left|\frac{4x_0^2-y_0^2-16}{4\cos^2\beta-\sin^2\beta}\right|$.

同理可得$|PA|\cdot|PB|=\left|\frac{16x_0^2-4y_0^2-64}{11}\right|$.

所以$\frac{|PA|\cdot|PB|}{|PC|\cdot|PD|}=\frac{|16\cos^2\beta-4\sin^2\beta|}{11}=\frac{|10\cos 2\beta+6|}{11}$. ………………(8分)

因为$0<\beta<\frac{\pi}{6}$,所以$0<2\beta<\frac{\pi}{3}$,所以$\frac{1}{2}<\cos 2\beta<1$, ………………(9分)

故$\frac{|PA|\cdot|PB|}{|PC|\cdot|PD|}$的取值范围为$\left(1,\frac{16}{11}\right)$. ………………(10分)

23. **解析** (Ⅰ)由题可知$f(x)=\begin{cases}-6,x\leqslant 0,\\ 4x-6,0<x<3,\\ 6,x\geqslant 3.\end{cases}$ ………………(2分)

由$|f(x)|\leqslant 2$可得$-2\leqslant f(x)\leqslant 2$, ………………(3分)

所以$-2\leqslant 4x-6\leqslant 2$,所以$1\leqslant x\leqslant 2$.

故不等式$|f(x)|\leqslant 2$的解集为$[1,2]$,

所以$a=1,b=2$. ………………(5分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知$x^2+4y^2=32$,

所以$(x+2y)^2=x^2+4y^2+4xy=32+2\cdot x\cdot 2y\leqslant 32+2\left(\frac{x+2y}{2}\right)^2$,

所以$-8\leqslant x+2y\leqslant 8$. ………………(6分)

设$t=x+2y$,则$-8\leqslant t\leqslant 8$,

$x+2y-xy=x+2y-\frac{1}{2}x\cdot 2y\geqslant x+2y-\frac{1}{2}\left(\frac{x+2y}{2}\right)^2=t-\frac{t^2}{8}=-\frac{1}{8}(t-4)^2+2$. ………………(8分)

因为函数$g(t)=-\frac{1}{8}(t-4)^2+2$在$(-8,4)$上单调递增,在$(4,8)$上单调递减,

所以$-\frac{1}{8}(t-4)^2+2\geqslant -\frac{1}{8}(-8-4)^2+2=-16$. ………………(9分)

故$x+2y-xy$的最小值为-16,当且仅当$x=-4,y=-2$时,等号成立. ………………(10分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。