

## 四川省大数据精准教学联盟 2020 级高三第一次统一监测 理科数学

注意事项:

1. 答题前,考生务必在答题卡上将自己的姓名、班级、准考证号用 0.5 毫米黑色签字笔填写清楚,考生考试条码由监考老师粘贴在答题卡上的“条码粘贴处”。

2. 选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上,如需改动,用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案;非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答,超出答题区域答题的答案无效;在草稿纸上、试卷上答题无效。

3. 考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数  $z_1, z_2$  在复平面对应的点分别是  $Z_1(-1, 2), Z_2(3, 4)$ , 则  $\frac{z_1}{z_2} =$

A.  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$

B.  $\frac{1}{5} + \frac{2}{25}i$

C.  $-\frac{11}{25} + \frac{2}{5}i$

D.  $-\frac{11}{25} + \frac{2}{25}i$

2. 已知集合  $A = \left\{x \mid \frac{2x-1}{x+1} \geq 1\right\}, B = \{x \mid -2 < x < 1\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$

A.  $(-2, 2)$

B.  $[-1, 1]$

C.  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

D.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

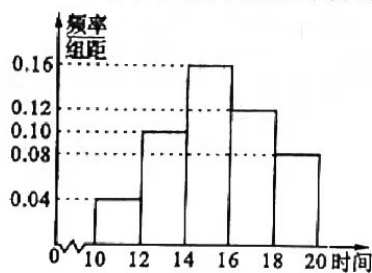
3. 某部门调查了 200 名学生每周的课外活动时间(单位:h), 制成了如图所示的频率分布直方图, 其中课外活动时间的范围是  $[10, 20]$ , 并分成  $[10, 12), [12, 14), [14, 16), [16, 18), [18, 20]$  五组. 根据直方图, 判断这 200 名学生中每周的课外活动时间不少于 14 h 的人数是

A. 56

B. 80

C. 144

D. 184



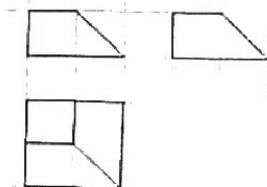
4. 如图, 网格纸上绘制的是一个四棱台的三视图, 网格小正方形的边长为 1, 则该多面体的体积为

A.  $\frac{4}{3}$

B.  $\frac{5}{3}$

C.  $\frac{7}{3}$

D. 7



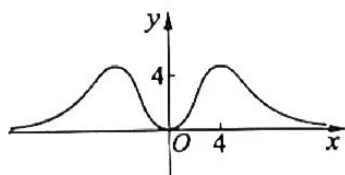
5. 已知函数  $f(x)$  的图象如图所示, 则  $f(x)$  的解析式可以为

A.  $f(x) = \frac{x^4}{e^x + e^{-x}}$

B.  $f(x) = \frac{x^3}{e^x + e^{-x}}$

C.  $f(x) = \frac{x^2}{e^x + e^{-x}}$

D.  $f(x) = \frac{x^4}{e^x - e^{-x}}$



6. 已知  $\sin\alpha = 2\cos\alpha$ , 则  $\frac{\sin\alpha - \sin^3\alpha}{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2})} =$

A.  $\frac{3}{5}$

B.  $\frac{2}{5}$

C.  $-\frac{2}{5}$

D.  $-\frac{3}{5}$

7. 若点  $P$  是曲线  $y = \ln x - x^2$  上任意一点, 则点  $P$  到直线  $l: x + y - 4 = 0$  距离的最小值为

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B.  $\sqrt{2}$

C.  $2\sqrt{2}$

D.  $4\sqrt{2}$

8. 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 已知异面直线  $A_1C$  与  $AD$ ,  $A_1C$  与  $AB$  所成角的大小分别为  $60^\circ$  和  $45^\circ$ , 则直线  $B_1D$  和平面  $A_1BC$  所成的角的余弦值为

A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

9. 抛物线  $C: x^2 = 4y$  的焦点为  $F$ , 直线  $x - y + 3 = 0$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 则  $\triangle ABF$  的面积为

A. 4

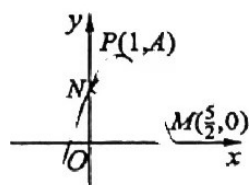
B. 8

C. 12

D. 16

10. 已知函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的图象如图所示, 图象与  $x$

轴的交点为  $M(\frac{5}{2}, 0)$ , 与  $y$  轴的交点为  $N$ , 最高点  $P(1, A)$ , 且满足  $NM \perp NP$ . 若将  $f(x)$  的图象向左平移 1 个单位得到的图象对应的函数为  $g(x)$ , 则  $g(0) =$



A.  $-\frac{\sqrt{10}}{2}$

B. 0

C.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

D.  $\sqrt{10}$

11. 已知球  $O$  的半径为 2, 四棱锥  $P - ABCD$  的顶点均在球  $O$  的球面上,  $PA \perp$  面  $ABCD$ , 则该四棱锥的体积的最大值为

A.  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

B. 4

C.  $\frac{64\sqrt{3}}{27}$

D. 8

12. 设  $a = \frac{1}{24}$ ,  $b = \frac{2}{3}\sin\frac{1}{30}$ ,  $c = e^{\frac{1}{30}} - 1$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是

A.  $b > a > c$

B.  $a > b > c$

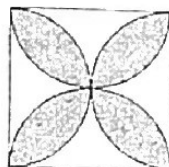
C.  $a > c > b$

D.  $c > a > b$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 已知向量  $a = (-3, 1)$ ,  $b = (1, 3)$ ,  $c = b - a$ , 则  $a$  与  $c$  的夹角为\_\_\_\_\_。

14. 四叶草也被称为幸运草、幸福图,其形状被广泛用于窗户、壁纸、地板等装修材料的图案中。如图所示,正方形地板上的四叶草图边界所在的半圆都以正方形的边长为直径。随机地抛一粒小豆在这块正方形地板上,则小豆落在四叶草图(图中阴影部分)上的概率为\_\_\_\_\_。



15. 已知双曲线  $E: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$  的右焦点为  $F$ , 过点  $(2, 3)$  作斜率为  $\frac{3}{4}$  的直线  $l$  与双曲线  $E$  交于  $A, B$  两点, 则  $\triangle ABF$  的周长为\_\_\_\_\_。

16. 若  $\triangle ABC$  的面积是  $\triangle ABC$  外接圆面积的  $\frac{1}{3}$ , 则  $2\sin A \cos(B - C) + \sin 2A =$ \_\_\_\_\_。

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (12分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  与正项等比数列  $\{b_n\}$  满足  $a_1 = b_1 = 2$ ,  $b_3 = a_7 = a_2 + a_4$ 。

(1)求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式;

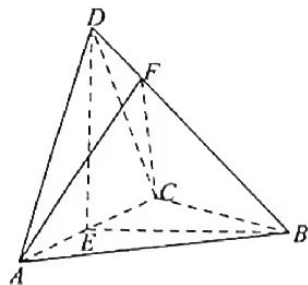
(2)记数列  $\{a_n\}$  的前20项的和为  $S_{20}$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 求满足  $T_n \geq S_{20}$  的  $n$  的最小值。

18. (12分)

如图,在四面体  $ABCD$  中,  $\triangle ABD$ ,  $\triangle BCD$  均为等边三角形,  $AB = 2$ , 点  $E$  为  $AC$  的中点,  $\angle EBD = 45^\circ$ 。

(1)证明:直线  $DE \perp$  平面  $ABC$ ;

(2)设点  $F$  在  $BD$  上,  $DF = \frac{1}{4}BD$ , 求二面角  $D - AC - F$  的余弦值。



19. (12分)

甲袋中装有大小相同的红球2个,白球2个;乙袋中装有与甲袋中相同大小的红球3个,白球4个。先从甲袋中取出1个球投入乙袋中,然后从乙袋中取出3个小球。

(1)求从乙袋中取出的3个小球中仅有1个红球的概率;

(2)记从乙袋中取出的3个小球中白球个数为随机变量  $\xi$ , 求  $\xi$  的分布列和数学期望。

20. (12分)

椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的左、右顶点分别为  $A, B$ , 点  $M$  为第一象限内的动点, 直线  $MA, MB$  与  $C$  分别交于另外的两点  $P, Q$ , 已知  $MA, MB$  的斜率之比为  $1:3$ .

(1) 证明: 直线  $PQ$  过定点;

(2) 设  $\triangle APQ$  和  $\triangle BPQ$  的面积分别为  $S_1$  和  $S_2$ , 求  $S_1 - S_2$  的最大值.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = x \ln x - a(x^2 - 1) + x$ .

(1) 若  $f(x)$  单调递减, 求  $a$  的取值范围;

(2) 若  $f(x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$ , 且  $x_2 > 3x_1$ , 证明:  $e^{10} x_1^2 x_2^3 > 3^{\frac{11}{2}}$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A(-1, 0)$ , 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$  ( $\theta$  为参数),

以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 已知直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho(\cos\theta - \sin\theta) = -1$ .

(1) 写出曲线  $C$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程;

(2) 设点  $M$  为  $C$  上的动点, 点  $P$  满足  $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AM}$ , 写出  $P$  的轨迹  $C_1$  的参数方程, 并判断  $l$  与  $C_1$  是否有公共点.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

设函数  $f(x) = |2x - 2| + |x + 2|$ .

(1) 解不等式  $f(x) \leq 6 - x$ ;

(2) 令  $f(x)$  的最小值为  $T$ , 正数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = T$ , 证明:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} \geq \frac{16}{3}$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线