

绝密★启用前

2022—2023 学年第二学期高一期末调研考试

## 数 学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数  $z = \frac{5i^3}{1-2i}$  在复平面内所对应的点位于

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

2. 数据 71, 73, 79, 83, 89, 90, 96, 98 的 25% 分位数为

- A. 73                                  B. 75                                  C. 76                                  D. 79

3. 某地气象部门统计了前三年 6 月份各天的最高气温数据，得到下面的频数分布表：

最高气温(℃)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)
天数	5	7	24	35	19

则可以估计该地区今年 6 月份的某天最高气温小于 30℃ 的概率为

- A. 0.8                                  B. 0.6                                  C. 0.4                                  D. 0.2

4. 已知向量  $a = (-2, 4)$ ,  $b = (-1, 1)$ , 则  $a$  在  $b$  上的投影向量为

- A.  $(\frac{3}{5}, -\frac{6}{5})$                       B.  $(-\frac{3}{5}, \frac{6}{5})$                       C.  $(3, -3)$                       D.  $(-3, 3)$

5. 已知圆锥的底面半径是 2, 体积为  $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$ , 则它的侧面展开图的圆心角为

- A.  $\frac{\pi}{2}$                                   B.  $\pi$                                   C.  $\frac{4\pi}{3}$                                   D.  $\frac{3\pi}{2}$

6. 在梯形  $ABCD$  中,  $\vec{AB} = 2\vec{DC}$ ,  $\vec{AM} = 2\vec{MD}$ , 则  $\vec{CD} =$

- A.  $\frac{1}{2}\vec{CM} + \frac{1}{4}\vec{BM}$                       B.  $\frac{1}{4}\vec{CM} + \frac{1}{2}\vec{BM}$   
C.  $\frac{1}{3}\vec{CM} + \frac{1}{3}\vec{BM}$                       D.  $\frac{1}{3}\vec{CM} - \frac{1}{3}\vec{BM}$

数学试题 第 1 页(共 4 页)

座位号

考场号

考生号

姓名

班级

学校

线

订

装

7. 已知在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 3, AD = AA_1 = 2$ , 点  $M, N$  分别是  $BC, BB_1$  的中点, 则异面直线  $D_1M, DN$  所成角的余弦值为

- A.  $\frac{1}{7}$                       B.  $\frac{\sqrt{35}}{14}$                       C.  $\frac{9}{14}$                       D.  $\frac{6}{7}$

8. 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sin A + \sin(A + C) = 2\sin C$ , 则

- A.  $\sin C$  的最小值为  $\frac{1}{2}$                       B.  $\sin C$  的最大值为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
C.  $\cos C$  的最小值为 0                      D.  $\cos C$  的最大值为  $\frac{1}{2}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知复数  $z$  的共轭复数为  $\bar{z}$ , 则

- A.  $|z| = |\bar{z}|$                       B.  $z - \bar{z}$  一定是虚数  
C.  $z + \bar{z}$  一定是实数                      D.  $z^2 \geq 0$

10. 从 1 ~ 9 这 9 个整数中随机取 1 个数, 记  $M, N$  是此试验中的两个事件, 且满足  $P(M) = \frac{1}{3}$ ,

$P(N) = \frac{2}{3}$ , 则下列说法正确的是

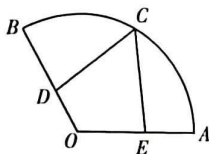
- A.  $M$  与  $N$  是对立事件                      B. 若  $M \subseteq N$ , 则  $P(MN) = \frac{1}{3}$   
C. 若  $P(M\bar{N}) = \frac{1}{9}$ , 则  $M$  与  $N$  相互独立                      D. 若  $P(M \cup N) = 1$ , 则  $M$  与  $N$  互斥

11. 在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别是角  $A, B, C$  所对的边, 且  $b = 3, A = 2B$ , 则下列说法正确的是

- A. 若  $c < b$ , 则  $\triangle ABC$  是钝角三角形  
B.  $\triangle ABC$  可能是顶角为钝角的等腰三角形  
C. 若  $a = 3\sqrt{3}$ , 则  $C = \frac{\pi}{2}$   
D. 若  $c = 1$ , 则  $a = 2\sqrt{3}$

12. 如图所示, 扇形  $OAB$  的半径  $OA = 4, \angle AOB = \frac{2\pi}{3}$ ,  $C$  是弧  $AB$  的中点, 点  $D, E$  是线段  $OB, OA$

上的动点且满足  $|\vec{OD}| = |\vec{AE}|$ , 则  $\vec{CD} \cdot \vec{CE}$  的值可以是



- A. 6                      B. 8                      C.  $2\sqrt{10}$                       D.  $3\sqrt{10}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知平面向量  $a = (1, 2), b = (-2, 1), c = (2, t)$ , 若  $(a + 2b) \perp c$ , 则  $t =$  \_\_\_\_\_.

14. 设一组样本数据  $1, 2, 2, a, b, 5, 6, 8$  的方差为 5, 则数据  $4, 7, 7, 3a + 1, 3b + 1, 16, 19, 25$  的方差是\_\_\_\_\_.
15. 小王逛书店, 他买甲书和买乙书相互独立, 若小王买甲书不买乙书的概率为  $\frac{1}{6}$ , 甲和乙两本书都买的概率为  $\frac{1}{2}$ , 则小王买乙书的概率为\_\_\_\_\_.
16. 在三棱锥  $P-ABC$  中, 平面  $ABC \perp$  平面  $PAB, AC \perp BC$ , 点  $D$  是  $AB$  的中点,  $PD \perp PB, PB = PD = 2$ , 则三棱锥  $P-ABC$  的外接球的表面积为\_\_\_\_\_.

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

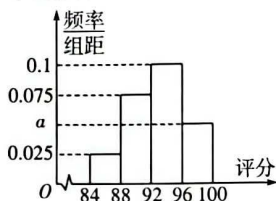
17. (10 分)

已知复数  $z_1 = t + (t^2 - 1)i, z_2 = \sin \theta + (2\cos \theta + 1)i$ , 其中  $t \in \mathbf{R}, \theta \in [0, \pi]$ .

- (I) 若  $z_1, z_2 \in \mathbf{R}$  且  $z_1 > z_2$ , 求  $t$  的值;  
(II) 若  $z_1 = z_2$ , 求  $\theta$ .

18. (12 分)

某型号新能源汽车近期升级一项新技术, 现随机抽取了 100 名该技术的体验用户对该技术进行评分(满分 100 分), 所有评分数据按照  $[84, 88), [88, 92), [92, 96), [96, 100]$  进行分组得到了如图所示的频率分布直方图.

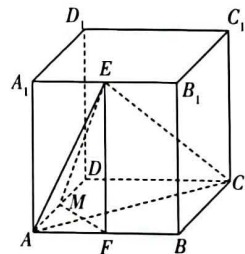


- (I) 求  $a$  的值, 并根据频率分布直方图, 估计对该技术的评分的中位数;  
(II) 现从评分在  $[84, 88), [96, 100]$  内的体验用户中按人数比例用分层随机抽样的方法抽取 6 人, 再从这 6 人中随机抽取 2 人作进一步的问卷调查, 求这 2 人中至少有一人评分在  $[84, 88)$  内的概率.

19. (12 分)

如图, 在棱长为 2 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F, M$  分别是  $A_1B_1, AB, AD$  的中点.

- (I) 求平面  $AEC$  截正方体所得截面面积;  
(II) 证明: 平面  $AEC \perp$  平面  $MEF$ .

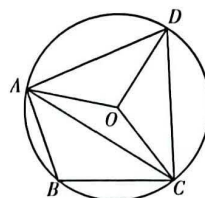


20. (12分)

如图所示, 四边形  $ABCD$  的外接圆为圆  $O$ ,  $BC = 2$ ,  $AC = 3$ ,  $\tan B = -2\sqrt{2}$ .

(I) 求  $\sin \angle ACB$ ;

(II) 若  $\angle COD = \angle AOD$ , 求  $AD$  的长.

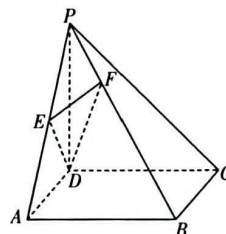


21. (12分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PD \perp$  底面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  是矩形,  $PD = AB = 3AD = 3$ .

(I) 求点  $A$  到平面  $PBC$  的距离.

(II) 若  $E$  是  $PA$  的中点,  $F$  是  $PB$  上靠近点  $P$  的三等分点, 棱  $PB$  上是否存在一点  $G$  使  $CG \parallel$  平面  $DEF$ ? 证明你的结论并求  $BG$  的长.



22. (12分)

某商场为鼓励大家消费, 举行摸奖活动, 规则如下: 凭购物小票一张, 每满 58 元摸奖一次, 从装有除颜色外完全相同的 1 个红球和 4 个白球的箱子中一次性随机摸出两个小球, 若两球中含有红球, 则为中奖, 否则为不中奖. 每次摸奖完毕后, 把小球放回箱子中. 甲、乙共有购物小票一张, 购物金额为  $m$  元, 两人商量, 先由一人摸奖, 若中奖, 则继续摸奖, 若不中奖, 就由对方接着摸奖, 并通过掷一枚质地均匀的硬币决定第一次由谁摸奖.

(I) 若  $m = 60$ , 求这两人中奖的概率;

(II) 若  $m = 240$ , 求第一次由甲摸奖, 最后一次也是甲摸奖的概率.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

