

2023 届高三二轮复习联考(三) 数 学 试 题

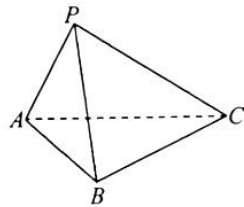
注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = \frac{2-i}{1+i}$, 则 $z + \bar{z} =$
 A. $3i$ B. $-3i$ C. 3 D. -3
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$, $B = \{y | y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $(0, 5]$ B. $(0, 5)$ C. $(-2, 0]$ D. $[-2, 0)$
3. 已知 $\left(3x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 的展开式中所有项的系数和为 512, 则展开式中的常数项为
 A. -756 B. 756 C. $-2\ 268$ D. $2\ 268$
4. 已知 A, B 为互斥事件, 事件 C 满足: $P(BC) = \frac{1}{12}$, $P(A|C) = \frac{1}{6}$, $P((A \cup B)|C) = \frac{1}{2}$, 则 $P(C) =$
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$
5. 已知圆 $C: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$, 从圆心 C 射出的光线被直线 $x+y=0$ 反射后, 反射光线恰好与圆 C 相切, 则反射光线所在直线的斜率为
 A. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$ B. $2+\sqrt{2}$ 或 $2-\sqrt{2}$ C. $2+\sqrt{3}$ 或 $2-\sqrt{3}$ D. $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$
6. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, $AC = 1$, P 为 $\triangle ABC$ 所在平面外一点, $\triangle PAB$ 的面积为 $\frac{1}{2}$, 且平面 $PAC \perp$ 平面 ABC , $PC = 2PA$, 则三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值为
 A. 1 B. $\frac{1}{2}$
 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$



7. 某款电子产品的售价 y (万元/件) 与上市时间 x (单位: 月) 满足函数关系 $y=10^{ax}+b$ (a, b 为常数, 且 $b \in \mathbf{N}^*$), 若上市第 2 个月的售价为 2.8 万元, 第 4 个月的售价为 2.64 万元, 那么在上市第 1 个月时, 该款电子产品的售价约为 (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \lg 2 \approx 0.3010$)
- A. 3.016 万元 B. 2.894 万元 C. 3.048 万元 D. 2.948 万元

8. 已知 P 为双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上的动点, O 为坐标原点, 以 OP 为直径的圆与双曲线 C 的两条渐近线交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点 (A, B 异于点 O), 若 $y_1 y_2 > 0$ 恒成立, 则该双曲线离心率的取值范围为
- A. $(1, \sqrt{2}]$ B. $(1, \sqrt{3}]$ C. $[\sqrt{2}, +\infty)$ D. $[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 下列说法正确的是
- A. 在一个 2×2 列联表中, 计算得到 χ^2 的值, 则 χ^2 的值越接近 1, 可以判断两个变量相关的把握性越大
- B. 随机变量 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 若函数 $f(x) = P(x \leq \xi \leq x+2)$ 为偶函数, 则 $\mu = 1$
- C. 若回归直线方程为 $\hat{y} = 1.2x + 2$, 则样本点的中心不可能为 $(5, 7)$
- D. 若甲、乙两组数据的相关系数分别为 -0.91 和 0.89 , 则甲组数据的线性相关性更强

10. 将函数 $g(x) = \sin \omega x$ ($\omega \in \mathbf{N}^*$) 的图象向左平移 $\frac{\varphi}{\omega}$ ($0 < \varphi < \pi$) 个单位长度得到函数 $f(x)$ 的图象, $f(0) = \frac{1}{2}$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 且 $f'(0) < 0$, 若当 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x)$ 的取值范围为 $[-1, \frac{1}{2}]$, 则

A. $\varphi = \frac{\pi}{6}$

B. $\omega = 1$

C. 直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 为 $f(x)$ 图象的对称轴

D. $f(x)$ 在 $(\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3})$ 上单调递增

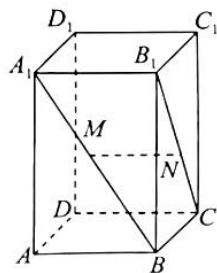
11. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 1, AA_1 = 2, M, N$ 分别为线段 A_1B, B_1C 上的动点 (不包括端点), 且 $A_1M = CN$, 则以下结论正确的为

A. $MN \parallel$ 平面 A_1ACC_1

B. 不存在点 M, N , 使得 $MN \perp$ 平面 BB_1D_1D

C. 点 M 和点 N 到平面 BB_1D_1D 的距离相等

D. 直线 MN 与平面 A_1ADD_1 所成角的最大值为 $\frac{\pi}{4}$



12. 已知函数 $f(x) = 2e^x - ax^2 + 2$ 存在两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 则以下结论正确的为
- A. $0 < a < e$ B. $0 < x_1 < 1 < x_2$
- C. 若 $x_2 = 2x_1$, 则 $a = 2 \ln 2$ D. $\ln x_1 + x_2 > 0$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知单位向量 a, b 满足 $|a - b| = \sqrt{3}$, 则向量 a 与 b 的夹角 $\theta =$ _____.

14. 已知函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称, 且当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = e^x - 1$, 则 $f(x)$ 在 $x = \ln \frac{1}{2}$ 处的切线方程为 _____.

15. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(0) = 1$, 且对 $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+1) = 2f(x) - x$, 设 $b_n = \frac{1}{f(n)f(n+1)}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 则数列 $\{b_n\}$ 的前 2 023 项的和 $S_{2023} =$ _____.

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 直线 $l: y = \frac{5}{12}\left(x + \frac{p}{2}\right)$ 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 设直线 AF, BF 的斜率分别为 k_1, k_2 , 则 $k_1 + k_2 =$ _____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_2 = 1, a_{n+1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2n}\right)a_n$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: $S_n < 2$.

18. (12 分) 在新高考的数学试卷中, 有 4 道题多项选择题, 在每个试题所给的 4 个选项中有多项符合题目要求, 其评分规则为: 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有错选得 0 分.

(1) 若某两个多项选择题中分别有 2 个和 3 个正确选项, 如果小茗同学不能判断两个题中任何一个选项是否符合题目要求, 他每个题均随机选取了 2 项, 记他这两题的总得分为 X , 求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$;

(2) 若某个多项选择题所给的四个选项中有 3 个符合题目要求, 小茗同学只能判断其中的一个选项符合题目要求, 不能判断其它选项是否符合题目要求, 若你是小茗同学, 除了能判断的符合题目要求的选项外, 从得分均值的角度分析, 你是否再随机选取 1 个或 2 个选项作为答题结果? 请说明理由.

19. (12 分) 已知 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 的三个内角, $B - C = A, AC = 2AB = 2, M, N$ 分别为边 AB, AC 上的动点(不包括端点), 点 A 关于直线 MN 的对称点 D 在边 BC 上.

(1) 记 $\angle AMN = \theta$ 时, 求 θ 的取值范围;

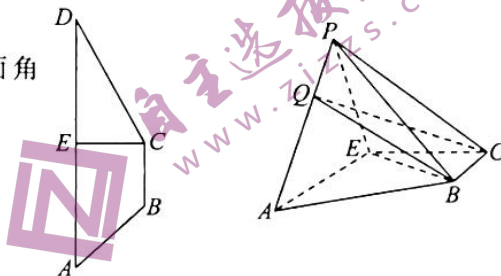
(2) 当 AN 长度取得最小值时, 求 MN 的长度.

20.(12分)如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 4BC = 4$, $CD = \sqrt{5}$, E 为边 AD 上的点, $CE \perp AD$, $CE = 1$, 将 $\triangle DEC$ 沿直线 CE 翻折到 $\triangle PEC$ 的位置, 且 $\angle PEA = \frac{\pi}{3}$, 连接 PA, PB .

(1)证明: $BE \perp PC$;

(2) Q 为线段 PA 上一点, 且 $\overrightarrow{AQ} = \lambda \overrightarrow{AP}$, 若二面角

$Q-BC-A$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$, 求实数 λ 的值.



21.(12分)已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 斜率不为 0 的直线 l 过点 F_1 , 与椭圆交于 A, B 两点, 当直线 l 垂直于 x 轴时, $|AB| = 3$, 椭圆的离心率 $e = \frac{1}{2}$.

(1)求椭圆 M 的方程;

(2)在 x 轴上是否存在点 P , 使得 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 为定值? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

22.(12分)已知函数 $f(x) = \ln(x+1) - ax$.

(1)若 $f(x)$ 存在唯一零点, 求实数 a 的取值范围;

(2)当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时, 证明: $(1+3^{-1})(1+3^{-2})(1+3^{-3}) \cdots (1+3^{-n}) < \sqrt{e}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线