2022—2023 学年(下)南阳六校高二年级期末考试

数学・答案

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. 答案 C

命题意图 本题考查回归分析.

解析 回归直线过点$(\bar{x},\bar{y})$,所以$0.3=-0.7+a$,$a=1$.所以$x=2$时,预测y的值为$-0.7\times2+1=-0.4$.

2. 答案 D

命题意图 本题考查等比数列的性质.

解析 设等比数列$\{a_n\}$的公比为q,由$\dfrac{S_8-S_5}{S_5-S_2}=8$,可得$q^3=8$,即$q=2$,又$a_2=4$,所以$a_1=2$.

3. 答案 A

命题意图 本题考查抛物线的性质及充分条件与必要条件的判断.

解析 当动点A满足p时,有$k_{OA}=k_{OB}$,即$\dfrac{y_0}{x_0}=\dfrac{\frac{2}{y_0}}{-2}$,化简得$x_0=-y_0^2$,满足$q$;反过来,抛物线$y^2=-x$的顶点$(0,0)$并不满足$p$.故选 A.

4. 答案 C

命题意图 本题考查双曲线的性质.

解析 设双曲线C的半焦距为$c(c>0)$.由题可知$|F_1F_2|=2c$,$|PF_1|-|PF_2|=2a$,则$\dfrac{|F_1F_2|}{|PF_1|-|PF_2|}=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt5}{2}$,所以$\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}=\dfrac{\sqrt5}{2}$,所以$\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{2}$,所以$C$的渐近线方程为$x\pm2y=0$.

5. 答案 B

命题意图 本题考查新定义及导数的计算.

解析 由题可知$f'(x)=2\cos2x-2\sin2x+\dfrac{1}{3}$,$f''(x)=-4\sin2x-4\cos2x$,结合题意知$-4\sin2x_0-4\cos2x_0=0$,即$\sin2x_0+\cos2x_0=\sqrt2\sin\left(2x_0+\dfrac{\pi}{4}\right)=0$,又$-\dfrac{\pi}{4}<x_0<0$,所以$x_0=-\dfrac{\pi}{8}$,所以$y_0=\sin2x_0+\cos2x_0+\dfrac{1}{3}x_0=\dfrac{1}{3}x_0=-\dfrac{\pi}{24}$.

6. 答案 C

命题意图 本题考查抛物线的性质与等差数列的定义.

解析 由题可知$|P_{n+1}F|=y_{n+1}+\dfrac{1}{4}$,同理$|P_nF|=y_n+\dfrac{1}{4}$,所以$|P_{n+1}F|-|P_nF|=\left(y_{n+1}+\dfrac{1}{4}\right)-\left(y_n+\dfrac{1}{4}\right)=y_{n+1}-y_n=2$,故数列$\{y_n\}$是公差为 2 的等差数列.因为$x_3=2$,所以$y_3=4$.所以$y_n=4+2(n-3)=2n-2$,所以$y_{10}=18$.

7. 答案 A

命题意图 本题考查导数在研究函数单调性中的应用.

解析 由题可知$\frac{c}{12e}=\frac{\ln e}{e}$. 设$f(x)=\frac{\ln x}{x}$,则$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$,当$0<x<e$时,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,当$x>e$时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减. 由$f(x)$的单调性可知$\frac{\ln e}{e}>\frac{\ln 3}{3}>\frac{\ln 4}{4}$,即$\frac{c}{12e}>\frac{b}{12e}>\frac{a}{12e}$,故$a<b<c$.

8. **答案** B

命题意图 本题考查直线与圆的相关性质.

解析 根据题意可知,动直线l_1过定点$O(0,0)$,动直线$l_2:my-x-4m+2=0$,即$m(y-4)+2-x=0$过定点$B(2,4)$,无论m取何值,都有此两条直线垂直,所以点P在以OB为直径的圆上,且圆心坐标为$(1,2)$,半径为$\frac{1}{2}|OB|=\sqrt{5}$. 设$P(x,y)$,则点P的轨迹方程为$(x-1)^2+(y-2)^2=5$,圆心到直线l的距离为$\frac{|1+2+2|}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$,则$P$到直线$l$的距离的最小值为$\frac{5\sqrt{2}}{2}-\sqrt{5}$. 由题可知$M(-2,0)$,$N(0,-2)$,则$|MN|=2\sqrt{2}$,所以$\triangle MNP$的面积的最小值为$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}-\sqrt{5}\right)=5-\sqrt{10}$.

二、多项选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分. 每小题全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. **答案** BCD

命题意图 本题考查平面的法向量的概念.

解析 记选项中的四个点依次为A,B,C,D,则$\overrightarrow{PA}=(1,0,-1)$,$\overrightarrow{PB}=(-1,-1,1)$,$\overrightarrow{PC}=(2,1,1)$,$\overrightarrow{PD}=(1,0,2)$,验证可知只有$\overrightarrow{PA}$不与$\boldsymbol{n}$垂直,另外三个都与$\boldsymbol{n}$垂直,故B,C,D符合条件.

10. **答案** AC

命题意图 本题考查正态分布的性质.

解析 因为a大于0,所以$P(X\leqslant a)>P(X\leqslant 0)=0.5$,故A正确;因为$P(X\leqslant -a)=P(X\geqslant a)$,而$P(X\geqslant a)>P(X\geqslant a+2)$,所以$P(X\leqslant -a)>P(X\geqslant a+2)$,故B错误;$\sigma$越大,正态分布曲线越矮胖,表示总体的分布越分散,故$P(-a\leqslant X\leqslant a)$越小,故C正确;由题可知$EX=0$,故$E(aX)=aEX=0$,故D错误.

11. **答案** CD

命题意图 本题考查分步乘法计数原理及数列的综合应用.

解析 由分步乘法计数原理可知$a_i(i=1,2,\cdots,n)$的值为0或1,共2种情况,所以数列$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n$的所有可能情况共有2^n种,故A错误;S_n-S_{n-1}为定值,即a_n为定值,由题可知$a_n=0$或$a_n=1$,当$a_n=0$时,$T_n=0$,当$a_n=1$时,$T_n=S_1+S_2+\cdots+S_n=1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$,故B错误;$T_n-T_{n-1}$为定值,即$a_n\cdot S_n$为定值,由题可知$a_n\cdot S_n=a_1^2$为0或1,若$a_1=1$,则$a_1\cdot S_1=a_2\cdot S_2=1$,此时$a_2$无解,故只有$a_n=0$能满足要求,所以$\{a_n\}$为常数列,故C正确;当$\{a_n\}$为$1,0,0,\cdots$时,$S_n=1$,$\{S_n\}$是公比为1的等比数列,故D正确.

12. **答案** ACD

命题意图 本题考查利用导数研究函数的性质.

解析 由题可知$f'(x)=3x^2-2ax-1$,因为$\Delta=(-2a)^2-4\times 3\times(-1)=4a^2+12>0$,所以$f'(x)=3x^2-2ax-1=0$恒有两个异号的实根$x_1,x_2$,不妨设$x_1<x_2$,则当$x\in(-\infty,x_1)$时,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,当$x\in(x_1,x_2)$时,$f'(x)<0$,$f(x)$单调递减,当$x\in(x_2,+\infty)$时,$f'(x)>0$,$f(x)$单调递增,所以$f(x)$恒有一个极大值点$x_1$和一个极小值点$x_2$,故A正确;因为$f(x)$在区间$[0,1]$上单调递减,所以对任意的$x\in[0,1]$,$f'(x)\leqslant 0$恒

成立，所以$\begin{cases}f'(0)=-1\leqslant 0,\\ f'(1)=3-2a-1\leqslant 0,\end{cases}$解得$a\geqslant 1$，故B错误；若$f'(1)=0$，则$3-2a-1=0$，解得$a=1$，此时$f'(x)=3x^2-2x-1=(x-1)(3x+1)$，则当$x\in\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，当$x\in\left(-\frac{1}{3},1\right)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，当$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，所以$f(x)_{极小值}=f(1)=-1$，又当$x\to-\infty$时，$f(x)\to-\infty$，所以直线$y=-1$与$f(x)$的图象有2个不同的公共点，故C正确；若$a=3$，则$f(x)=x^3-3x^2-x$，$f'(x)=3x^2-6x-1$，因为$f(x)=x^3-3x^2-x=x(x^2-3x-1)=x\left(x-\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right)\left(x-\frac{3-\sqrt{13}}{2}\right)$，所以$f(x)$的3个零点为$\frac{3-\sqrt{13}}{2}$，0，$\frac{3+\sqrt{13}}{2}$，又$f'(x)=3(x-1)^2-4\geqslant-4$，且$-4<\frac{3-\sqrt{13}}{2}$，所以当$f'(x)$分别为$\frac{3-\sqrt{13}}{2}$，0，$\frac{3+\sqrt{13}}{2}$时，均有2个不同的$x$的值与其对应，所以$f(f'(x))$有6个不同的零点，故D正确.

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. **答案** 2

命题意图 本题考查二项式定理.

解析 由题可知x^2的系数为$C_5^2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2\cdot a^3=20$，解得$a=2$.

14. **答案** $\frac{5}{9}$

命题意图 本题考查条件概率.

解析 由图可知，这10年中物种及种下单元的总数超过90 000的年份为2017—2022年，共6年，设事件A为"第一次抽到的年份对应的物种及种下单元的总数超过90 000"，事件B为"第二次抽到的年份对应的物种及种下单元的总数超过90 000"，则$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{A_6^2}{A_{10}^2}}{\frac{6}{10}}=\frac{5}{9}$.

15. **答案** $(6,16]$

命题意图 本题考查等差数列与等比数列的性质.

解析 由题可知数列$\{a_n\}$单调递减，$\{b_n\}$单调递增，故$a_1>b_1$，$a_2>b_2$，$a_3>b_3$，$a_n\leqslant b_n$（$n\geqslant 4$，$n\in\mathbf{N}^*$），故只需$\begin{cases}a_3>b_3,\\ a_4\leqslant b_4\end{cases}$即可，即$\begin{cases}a_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^2>\frac{3}{2},\\ a_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\leqslant 2,\end{cases}$解得$6<a_1\leqslant 16$.

16. **答案** $\left[-\frac{1}{3},1\right]$

命题意图 本题考查利用导数判定函数的单调性及基本不等式.

解析 由题可知$f'(x)=x^2-2x-1+e^x+\frac{1}{e^x}\geqslant(x-1)^2-2+2\sqrt{e^x\cdot\frac{1}{e^x}}=(x-1)^2\geqslant 0$，两处等号不能同时取到，所以$f'(x)>0$，$f(x)$在$\mathbf{R}$上单调递增. $f'(x)+2x-1=x^2+e^x+\frac{1}{e^x}-2\geqslant x^2+2\sqrt{e^x\cdot\frac{1}{e^x}}-2=x^2\geqslant 0$，当且仅当$x=0$时等号同时成立，所以$f(3a^2-2a-1)\leqslant 0$. 又$f(0)=0$，所以$3a^2-2a-1\leqslant 0$，解得$-\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant 1$.

四、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. **命题意图**　本题考查等差数列的基本量的计算、错位相减法求和.

解析　（Ⅰ）设$\{a_n\}$的公差为 d.

因为 $S_{12}=78, a_8=4a_2$，

所以$\begin{cases}12a_1+\dfrac{12\times(12-1)}{2}d=78,\\ a_1+7d=4(a_1+d),\end{cases}$ ……………………………………（2 分）

解得$\begin{cases}a_1=1,\\ d=1.\end{cases}$ ……………………………………（3 分）

所以 $a_n=1+(n-1)\times1=n$，即$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n$. ……………………（5 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $b_n=\dfrac{n}{3^n}$. ……………………………………（6 分）

所以 $T_n=\dfrac{1}{3^1}+\dfrac{2}{3^2}+\cdots+\dfrac{n}{3^n}$，

$\dfrac{1}{3}T_n=\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{2}{3^3}+\cdots+\dfrac{n}{3^{n+1}}$， ……………………………………（8 分）

两式作差得$\dfrac{2}{3}T_n=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\cdots+\dfrac{1}{3^n}-\dfrac{n}{3^{n+1}}=\dfrac{1-\dfrac{1}{3^n}}{2}-\dfrac{n}{3^{n+1}}$，

则 $T_n=\dfrac{3^{n+1}-2n-3}{4\cdot3^n}$. ……………………………………（10 分）

18. **命题意图**　本题考查空间线线垂直的证明及空间向量的应用.

解析　（Ⅰ）在$\triangle PAD$ 中，$PA=PD$，Q 为 AD 的中点，所以 $PQ\perp AD$. ……………（1 分）

因为平面 $PAD\perp$底面 $ABCD$，且平面 $PAD\cap$底面 $ABCD=AD$，

所以 $PQ\perp$底面 $ABCD$. ……………………………………（3 分）

又 $CD\subset$平面 $ABCD$，

所以 $PQ\perp CD$. ……………………………………（4 分）

（Ⅱ）在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，$BC=\dfrac{1}{2}AD$，Q 为 AD 的中点，

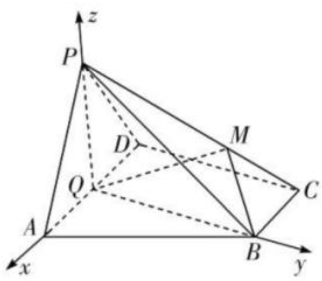
所以 $BC\underline{\underline{/\!/}}DQ$，所以四边形 $BCDQ$ 为平行四边形.

所以 $BQ/\!/DC$. ……………………………………（5 分）

因为 $AD\perp DC$，所以 $AD\perp QB$，由（Ⅰ）可知 $PQ\perp$平面 $ABCD$，

所以，可以 Q 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，

则 $Q(0,0,0)$，$P(0,0,\sqrt{3})$，$C(-1,\sqrt{3},0)$，$B(0,\sqrt{3},0)$. ……………………（6 分）



易知平面 AQB 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(0,0,1)$. …………………………………………………… (7 分)

因为 M 是棱 PC 上靠近点 C 的三等分点,所以点 M 的坐标为$\left(-\frac{2}{3},\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$,

所以$\overrightarrow{QB}=(0,\sqrt{3},0)$,$\overrightarrow{QM}=\left(-\frac{2}{3},\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. …………………………………………………… (8 分)

设平面 MQB 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{QB}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{QM}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}\sqrt{3}y=0,\\ -\frac{2}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}y+\frac{\sqrt{3}}{3}z=0,\end{cases}$

令 $x=\sqrt{3}$,可得 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},0,2)$. …………………………………………………… (10 分)

设二面角 $A-QB-M$ 的平面角为 θ,

则$|\cos\theta|=\left|\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}\right|=\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$. …………………………………………………… (11 分)

由图可知,二面角 $A-QB-M$ 的平面角为钝角,

所以二面角 $A-QB-M$ 的平面角的余弦值为 $-\frac{2\sqrt{7}}{7}$. …………………………………………………… (12 分)

19. **命题意图** 本题考查利用导数研究函数的单调性及极值.

解析 (Ⅰ)由题可知 $g(x)$ 的定义域为 $(-1,+\infty)$,

$g'(x)=\frac{a}{x+1}-x-a=-\frac{x(x+a+1)}{x+1}$. …………………………………………………… (2 分)

当 $a<-1$ 时,$-a-1>0$,

∵ 在 $(-1,0)$ 上,$g'(x)<0$,在 $(0,-a-1)$ 上,$g'(x)>0$,在 $(-a-1,+\infty)$ 上,$g'(x)<0$, …………… (4 分)

∴ $g(x)$ 的单调递减区间为 $(-1,0)$,$(-a-1,+\infty)$,单调递增区间为 $(0,-a-1)$. …………………… (5 分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)知 $g(x)_{极大值}=g(-a-1)=a\ln(-a)-\frac{(a+1)^2}{2}+a(a+1)=a\ln(-a)+\frac{a^2}{2}-\frac{1}{2}$. …… (7 分)

由已知可得 $f'(x)=x^2-x=x(x-1)$,

∵ 在 $(-\infty,0)$ 上 $f'(x)>0$,在 $(0,1)$ 上 $f'(x)<0$,在 $(1,+\infty)$ 上 $f'(x)>0$,

∴ $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增,在 $(0,1)$ 上单调递减,在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,

∴ $f(x)_{极小值}=f(1)=-\frac{1}{2}+\frac{a^2}{2}$. …………………………………………………… (9 分)

由 $g(x)_{极大值}=f(x)_{极小值}+b$,可得 $b=g(x)_{极大值}-f(x)_{极小值}=a\ln(-a)$.

设 $h(x)=x\ln(-x)$,则 $h'(x)=\ln(-x)+1$.

∵ $x\in(-\infty\ -1)$ 时,$h'(x)>h'(-1)=1>0$,∴ $h(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递增. …………………… (11 分)

∴ $h(x)<h(-1)=0$,又当 $x\to-\infty$ 时,$h(x)\to-\infty$,

∴ b 的取值范围为 $(-\infty,0)$. …………………………………………………… (12 分)

20. **命题意图** 本题考查独立性检验、离散型随机变量的分布列和数学期望.

解析 (Ⅰ)由题可知 $2a+70-a=100$,解得 $a=30$. …………………………………………………… (1 分)

2×2 列联表如下:

— 5 —

	非常喜欢	感觉一般	合计
男性	70	30	100
女性	60	40	100
合计	130	70	200

……………………………………（2分）

$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{200\times(70\times40-30\times60)^2}{130\times70\times100\times100}\approx2.198<3.841$，……（4分）

所以没有95%的把握认为年轻人对淄博烧烤的态度与性别有关. ……（6分）

（Ⅱ）设进一步交流的男性中非常喜欢淄博烧烤的人数为m，女性中非常喜欢淄博烧烤的人数为n，则$\xi=m+n$，且ξ的所有可能取值为2,3,4. ……（7分）

$P(\xi=2)=P(m=1,n=1)=\frac{C_2^1C_2^2C_2^1C_1^1}{C_4^3C_3^2}=\frac{1}{3}$，……（8分）

$P(\xi=3)=P(m=2,n=1)+P(m=1,n=2)=\frac{C_2^2C_2^1C_2^1C_1^1}{C_4^3C_3^2}+\frac{C_2^1C_2^2C_2^2}{C_4^3C_3^2}=\frac{1}{2}$，……（9分）

$P(\xi=4)=P(m=2,n=2)=\frac{C_2^2C_2^1C_2^2}{C_4^3C_3^2}=\frac{1}{6}$. ……（10分）

所以ξ的分布列为

ξ	2	3	4
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

……………………………………（11分）

则$E\xi=2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{6}=\frac{17}{6}$. ……（12分）

21. **命题意图** 本题考查椭圆的方程及直线与椭圆的位置关系.

解析 （Ⅰ）由题意知$A(-a,0)$，$B(0,b)$.

因为△AOB的面积为$\frac{3}{2}$，所以$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}ab=\frac{3}{2}$①. ……（1分）

$|AB|=\sqrt{a^2+b^2}$，

因为点O到直线AB的距离为$\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

所以$\frac{1}{2}|AB|\cdot\frac{3\sqrt{10}}{10}=\frac{3}{2}$②. ……（3分）

由①②结合$a>b>0$可得$\begin{cases}a=3,\\b=1.\end{cases}$ ……（4分）

所以椭圆C的方程为$\frac{x^2}{9}+y^2=1$. ……（5分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知$A(-3,0)$.

当直线l的斜率不存在时，直线l的方程为$x=1$，

代入椭圆方程得 $y=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$,

不妨设此时 $M\left(1,\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$,$N\left(1,-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$,

易得 $|OP|=|OQ|=\frac{\sqrt{2}}{2}$,所以 $|OP|\cdot|OQ|=\frac{1}{2}$. ……………………………………(7 分)

当直线 l 的斜率存在时,设直线 l 的方程为 $y=k(x-1)(k\neq0)$,

由 $\begin{cases}y=k(x-1),\\x^2+9y^2=9,\end{cases}$ 得 $(1+9k^2)x^2-18k^2x+9k^2-9=0$.

设 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,则 $x_1+x_2=\frac{18k^2}{1+9k^2}$,$x_1x_2=\frac{9k^2-9}{1+9k^2}$. ……………………………(9 分)

直线 AM 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1+3}(x+3)$,

令 $x=0$,得 $y_P=\frac{3y_1}{x_1+3}$,即 $P\left(0,\frac{3y_1}{x_1+3}\right)$,

同理,得 $Q\left(0,\frac{3y_2}{x_2+3}\right)$. ……………………………………………………(10 分)

所以 $|OP|\cdot|OQ|=\left|\frac{9y_1y_2}{(x_1+3)(x_2+3)}\right|$

$=\left|\frac{9k^2(x_1-1)(x_2-1)}{(x_1+3)(x_2+3)}\right|$

$=\left|\frac{9k^2\left(\frac{9k^2-9}{1+9k^2}-\frac{18k^2}{1+9k^2}+1\right)}{\frac{9k^2-9}{1+9k^2}+\frac{3\times18k^2}{1+9k^2}+9}\right|$

$=\left|\frac{9k^2(9k^2-9-18k^2+1+9k^2)}{9k^2-9+54k^2+9+81k^2}\right|=\frac{1}{2}$.

综上可得 $|OP|\cdot|OQ|=\frac{1}{2}$. ……………………………………………………(12 分)

22. **命题意图** 本题考查导数的几何意义及利用导数研究函数的性质.

解析 (Ⅰ)当 $m=2$ 时,$f(x)=\ln x^2+2e^{x-1}-2x+2$,

则 $f'(x)=\frac{2}{x}+2e^{x-1}-2$. ……………………………………………………(2 分)

所以 $f'(1)=2$.

又 $f(1)=2$,……………………………………………………(3 分)

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=2(x-1)+2$,即 $y=2x$. ………………(4 分)

(Ⅱ)令函数 $g(x)=f(x)-mx=m\ln x+2e^{x-1}-2x+m-mx$,$x\in[1,+\infty)$,

则 $g'(x)=\frac{m}{x}+2e^{x-1}-2-m$,且 $g(1)=0$,$g'(1)=0$. ………………………………(5 分)

令 $s(x)=\frac{m}{x}+2e^{x-1}-2-m$,则 $s'(x)=-\frac{m}{x^2}+2e^{x-1}$.

若 $s'(1)\geqslant0$,则 $m\leqslant2$,若 $s'(1)<0$,则 $m>2$. ……………………………………(6 分)

当 $m>2$ 时，$\exists x_0\in(1,+\infty)$，使得当 $x\in[1,x_0)$ 时，$s(x)\leqslant 0$，即 $g(x)$ 在 $[1,x_0)$ 上单调递减，则 $g(x)\leqslant g(1)=0$，不合题意. ……………………………………………………………………………… (7 分)

当 $m\leqslant 2$ 时，令 $t(x)=x-\ln x-1$，$x\in[1,+\infty)$，则 $t'(x)=1-\dfrac{1}{x}\geqslant 0$，

故函数 $t(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，则 $t(x)\geqslant 0$，即 $x-1\geqslant \ln x$. ………………………………………… (8 分)

所以 $m(\ln x+1-x)+2e^{x-1}-2x\geqslant 2(\ln x+1-x)+2(e^{x-1}-x)=2(\ln x-2x+e^{x-1}+1)$. …………… (9 分)

令 $h(x)=\ln x-2x+e^{x-1}+1$，$x\in[1,+\infty)$，

则 $h'(x)=\dfrac{1}{x}-2+e^{x-1}$，

令 $m(x)=\dfrac{1}{x}-2+e^{x-1}$，$x\in[1,+\infty)$，则 $m'(x)=e^{x-1}-\dfrac{1}{x^2}$. ……………………………………………… (10 分)

因为 $m'(x)$ 单调递增，所以 $m'(x)\geqslant m'(1)=0$，

所以 $m(x)$ 单调递增，所以 $m(x)\geqslant m(1)=0$，

所以 $h(x)$ 单调递增，所以 $h(x)\geqslant h(1)=0$，

所以 $m(\ln x+1-x)+2e^{x-1}-2x\geqslant 0$，

故 $m\leqslant 2$ 符合题意，即实数 m 的取值范围是 $(-\infty,2]$. ……………………………………………………… (12 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线