

绝密★启用前

天一大联考

高一年级 2022—2023 学年(下)教学质量监测

数 学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码黏贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 z 满足 $i \cdot z = 4 - 2i$, 则 $|z| =$
 A. $2\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 4 D. 5
2. 一组数据 5, 6, 7, 7, 8, 11, 12 的平均数为 8, 则这组数据的中位数为
 A. 6.5 B. 7 C. 7.5 D. 8
3. 已知向量 $a = (2, 4)$, $b = (2, \lambda)$, 若 $(a + 2b) \parallel (2a + b)$, 则实数 λ 的值为
 A. 4 B. -4 C. 2 D. -2
4. 设 α, β 是两个不同的平面, l, m 是两条不同的直线, 下列命题正确的为
 ①若 $l \perp \alpha, l \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$; ②若 $m \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m \parallel \alpha$;
 ③若 $l \parallel \beta, l \subset \alpha$, 则 $\beta \parallel \alpha$; ④若 $\alpha \cap \beta = l, m \parallel l$, 则 m 至少与 α, β 中的一个平行。
 A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ②③
5. 1748 年, 瑞士数学家欧拉发现了复指数函数和三角函数的关系, 并写出以下公式: $e^{ix} = \cos x + i \sin x (x \in \mathbf{R}, i$ 为虚数单位), 这个公式在复变函数论中占有非常重要的地位, 被誉为“数学中的天桥”。根据此公式, 可知 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^4 =$
 A. -1 B. 1 C. -i D. i
6. 某圆台的侧面展开是一个半圆环(如图所示), 且其中内、外半圆弧所在圆的半径分别为 2 和 6, 则该圆台的体积为
 A. $\frac{14\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $\frac{26\sqrt{3}}{3}\pi$
 C. $\frac{26}{3}\pi$ D. $\frac{52}{3}\pi$

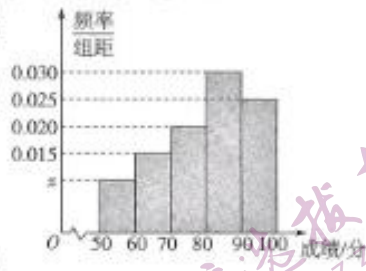


数学试题 第 1 页(共 4 页)

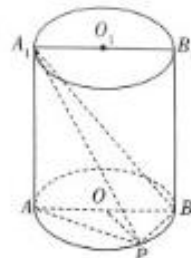
7. 甲班和乙班同学在体育课上进行拔河比赛, 比赛采取三场两胜制(当一个班获得两场胜利时, 该班获胜, 比赛结束), 假设每场比赛甲班获胜的概率为 $\frac{3}{5}$, 每场比赛结果互不影响, 则甲班最终获胜的概率为
- A. $\frac{7}{27}$ B. $\frac{9}{25}$ C. $\frac{36}{125}$ D. $\frac{81}{125}$
8. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $\cos(A-B)\cos(B-C)\cos(C-A)=1$, P 为 $\triangle ABC$ 所在平面内的动点, 且 $PA=1$, 则 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ 的取值范围是
- A. $[-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}]$ B. $[-\frac{1}{2}, \frac{11}{2}]$
C. $[3-2\sqrt{3}, 3+2\sqrt{3}]$ D. $[3-\sqrt{3}, 3+\sqrt{3}]$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 z_1, z_2 为复数, 则下列说法正确的是
- A. 若 $z_1 = \bar{z}_2$, 则 $\bar{z}_1 = z_2$ B. 若 $z_1 + z_2 \in \mathbf{R}$, 则 z_1 与 z_2 的虚部相等
C. 若 $z_1 z_2 = 0$, 则 $z_1 = 0$ 或 $z_2 = 0$ D. 若 $z_1^2 + z_2^2 = 0$, 则 $z_1 = z_2 = 0$
10. 某校组织“校园安全”知识测试, 随机调查 600 名学生, 将他们的测试成绩(满分 100 分) 按照 $[50, 60), [60, 70), \dots, [90, 100]$ 分成五组, 得到如图所示的频率分布直方图, 则下列说法正确的是
- A. 图中 $x=0.1$
B. 估计样本数据的第 60 百分位数约为 85
C. 若每组数据以所在区间的中点值为代表, 则这 600 名学生的成绩的平均数约为 79.5
D. 若按各组人数比例用分层随机抽样的方法抽取 30 名成绩低于 80 分的学生, 则成绩在 $[60, 70)$ 内的学生应抽取 10 人



11. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 向量 a, b 满足 $\overrightarrow{AB} = 2a, \overrightarrow{BC} = b - 2a$, 则
- A. $|b| = 2$ B. $a \cdot b = 2$
C. a 在 b 上的投影向量的模为 $\sqrt{2}$ D. $(b - 4a) \perp b$
12. 如图, 已知点 P 在圆柱 O_1O 的底面圆 O 的圆周上, AB 为圆 O 的直径, A_1A, B_1B 为圆柱的两条母线, 且 $A_1A = 3, OA = 1, \angle BOP = 60^\circ$, 则
- A. $PB \perp$ 平面 A_1AP
B. 直线 A_1P 与平面 ABP 所成的角的正切值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. 直线 A_1P 与直线 AB 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$
D. 点 A 到平面 A_1BP 的距离为 $\frac{3}{2}$



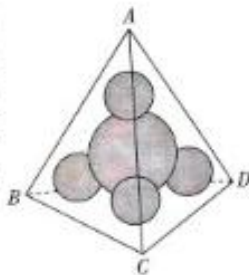
三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 如图,一个水平放置的 $\triangle ABO$ 的斜二测画法的直观图是等腰直角三角形 $A'B'O'$,若 $B'A' = B'O' = 1$,则原三角形 ABO 的面积为_____.

14. 甲、乙各自从“篮球”“足球”“排球”“游泳”“体操”5个社团中随机选择1个社团加入,且他们加入的社团不同,则他们加入的都是球类运动社团的概率是_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中,点 D 满足 $\vec{DC} = 2\vec{AD}$,若线段 BD 上的一点 P 满足 $\vec{AP} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ($x > 0, y > 0$),则 $y - x$ 的取值范围是_____.

16. 如今中国被誉为“基建狂魔”,可谓逢山开路,遇水架桥.高速公路里程、高铁里程双双都是世界第一.建设过程中研制出的用于基建的大型龙门吊、平衡盾构机等国之重器更是世界领先水平.如图是某重器上一零件结构模型,中间大球为正四面体的内切球,小球与大球相切,同时与正四面体的三个面相切.设 $AB = a$,则该模型中5个球的表面积之和为_____.



四、解答题:共70分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (10分)

已知复数 $z = m + (4 - m^2)i$ (m 为正实数),且 $z + 5i \in \mathbf{R}$.

(I) 求 z ;

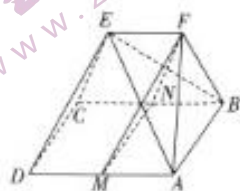
(II) 若 $z_1 = \bar{z}(a + i)$ 在复平面内对应的点位于第二象限,求实数 a 的取值范围.

18. (12分)

如图所示,在多面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ABCD$ 是正方形, $\triangle ABF$ 是等边三角形, $EF \parallel AD$,且 $EF = \frac{1}{2}AD = 2$, M, N 分别是 AD, CB 的中点.

(I) 证明:平面 $NMF \parallel$ 平面 ECD ;

(II) 若平面 $ABF \perp$ 平面 $ABCD$,求四棱锥 $E - ABCD$ 的体积.



19. (12分)

根据城市空气质量污染指数的分级标准,空气污染指数(API)不大于100时,空气质量为优良.某城市环境监测部门从上个月的空气质量数据中随机抽取5天的空气污染指数,所得数据分别为90, 110, $x, y, 150$,已知这5天的空气污染指数的平均数为110.

(I) 若 $x < y$,从这5天中任选2天,求这2天空气质量均为优良的概率;

(II) 若 $90 < x < 150$,求这5天空气污染指数的方差的最小值.

20. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{a-b+c}{c} = \frac{b}{a+b-c}$.

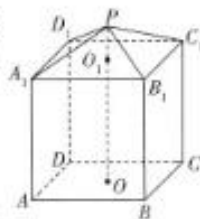
(I) 求 A ;

(II) 若 $b-c = \frac{\sqrt{3}}{3}a$, 证明: $\triangle ABC$ 是直角三角形.

21. (12分)

为了保护一件珍贵文物, 博物馆需要用一密封的玻璃罩罩住文物, 玻璃罩的几何模型如图, 上部分是正四棱锥 $P-A_1B_1C_1D_1$, 下部分是正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 正四棱柱的高 OO_1 是正四棱锥的高 PO_1 的 $\frac{5}{2}$ 倍.

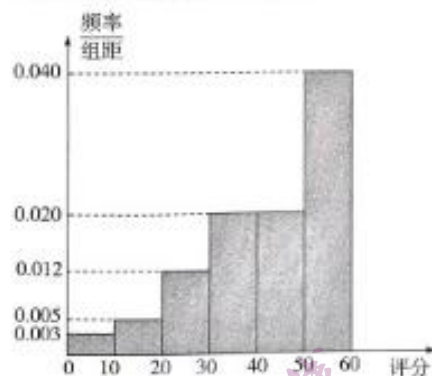
(I) 若 $AB = 6$ dm, $OO_1 = 5$ dm, 求玻璃罩的容积是多少升(玻璃厚度不计);
(II) 若 $PA_1 = 4$ dm, 当 PO_1 为多少时, 下部分的正四棱柱侧面积最大, 最大侧面积是多少?



22. (12分)

某大学为调研学生在 A, B 两家餐厅用餐的满意度, 从在 A, B 两家餐厅都用过餐的学生中随机抽取了200人, 分别对这两家餐厅进行评分, 满分为60分. 整理评分数据, 将评分分成6组: $[0, 10), [10, 20), \dots, [50, 60]$, 得到 A 餐厅评分的频率分布直方图, 以及 B 餐厅评分的频数分布表如下:

A 餐厅评分的频率分布直方图



B 餐厅评分的频数分布表

评分区间	频数
$[0, 10)$	4
$[10, 20)$	6
$[20, 30)$	10
$[30, 40)$	30
$[40, 50)$	80
$[50, 60]$	70

根据学生对餐厅的评分定义学生对餐厅的“满意度指数”如下:

评分	$[0, 30)$	$[30, 50)$	$[50, 60]$
满意度指数	1	2	3

(I) 在调查的200名学生中, 求对 A 餐厅的满意度指数为2的人数;

(II) 从该大学再随机抽取1名在 A, B 餐厅都用过餐的学生进行调查, 用样本中不同的满意度指数的频率估计这名学生对应的满意度指数的概率, 假设他对 A, B 餐厅的评分互不影响, 求他对 A 餐厅的满意度指数比对 B 餐厅的满意度指数低的概率.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线