

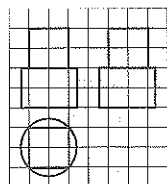
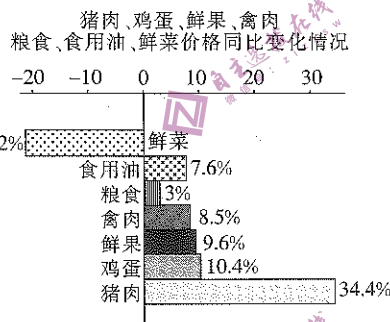
# 2023 届高三考试 数学试题(文科)

## 考生注意:

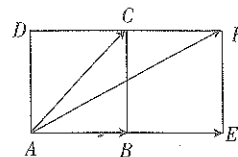
1. 本试卷分选择题和非选择题两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.  $i^3 + i^4$  的共轭复数为  
A.  $1+i$       B.  $1-i$       C.  $-1+i$       D.  $-1-i$
2. 已知集合  $A = \{2, 4, 7, 8, 10\}$ , 且  $A \cap B = \{2, 7\}$ , 则集合  $B$  可以为  
A.  $\{\text{偶数}\}$       B.  $\{2, 8, 9\}$   
C.  $\{\text{质数}\}$       D.  $\{2, 7, 8, 9\}$
3. 2022 年 11 月,国内猪肉、鸡蛋、鲜果、禽肉、粮食、食用油、鲜菜价格同比(与去年同期相比)的变化情况如右图所示,则下列说法正确的是  
A. 猪肉、鸡蛋、鲜果、禽肉、粮食、食用油这 6 种食品中,食用油价格同比涨幅最小  
B. 猪肉价格同比涨幅超过禽肉价格同比涨幅的 5 倍  
C. 去年 11 月鲜菜价格要比今年 11 月低  
D. 这 7 种食品价格同比涨幅的平均值超过 7%
4. 若抛物线  $C$  的焦点到准线的距离为 3, 且  $C$  的开口朝左, 则  $C$  的标准方程为  
A.  $y^2 = -6x$       B.  $y^2 = 6x$       C.  $y^2 = -3x$       D.  $y^2 = 3x$
5. 已知扇形  $AOB$  ( $O$  为圆心) 的圆心角为直角, 半径为 2, 在这个扇形区域内任取一点  $P$ , 则  $|PO| > 1$  的概率为  
A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{7}{8}$
6. 如图, 网格纸小正方形的边长为 1, 粗实线绘制的是一个几何体的三视图, 则该几何体的体积为  
A.  $6+4\pi$   
B.  $8+4\pi$   
C.  $4+8\pi$   
D.  $8+6\pi$
7. 小方计划从 4 月 1 日开始储蓄零钱, 4 月 1 日到 4 月 4 日每天都储蓄 1 元, 从 4 月 5 日开始, 每天储蓄的零钱比昨天多 1 元, 则小方存钱 203 天(4 月 1 日为第 1 天) 的储蓄总额为  
A. 19903 元      B. 19913 元      C. 20103 元      D. 20113 元



8. 若过  $M$  作  $PQ$  的垂线, 垂足为  $N$ , 则称向量  $\overrightarrow{PM}$  在  $\overrightarrow{PQ}$  上的投影向量为  $\overrightarrow{PN}$ . 如图, 已知四边形  $ABCD, BCFE$  均为正方形, 现有下列四个结论:

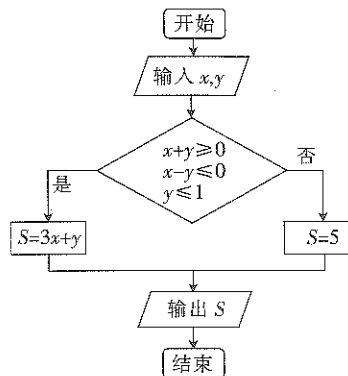


- ①  $\overrightarrow{AC}$  在  $\overrightarrow{AF}$  上的投影向量为  $\frac{3}{5}\overrightarrow{AF}$ ;
- ②  $\overrightarrow{AC}$  在  $\overrightarrow{AF}$  上的投影向量为  $\frac{\sqrt{5}}{3}\overrightarrow{AF}$ ;
- ③  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  在  $\overrightarrow{AB}$  上的投影向量为  $\overrightarrow{AE}$ ;
- ④  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  在  $\overrightarrow{AB}$  上的投影向量为  $\frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$ .

其中正确的是

- A. ①③      B. ①④      C. ②③      D. ②④

9. 执行如图所示的程序框图, 若输入的  $x, y \in \mathbb{R}$ , 则



- A. 输出的  $S$  的最小值为 -2, 最大值为 5      B. 输出的  $S$  的最小值为 -2, 最大值为 4  
C. 输出的  $S$  的最小值为 0, 最大值为 5      D. 输出的  $S$  的最小值为 0, 最大值为 4
  10. 住房的许多建材都会释放甲醛。甲醛是一种无色、有着刺激性气味的气体, 对人体健康有着极大的危害。新房入住时, 空气中的甲醛浓度不能超过  $0.08 \text{ mg/m}^3$ , 否则, 该新房达不到安全入住的标准。若某套住房自装修完成后, 通风  $x$  ( $x=1, 2, 3, \dots, 50$ ) 周与室内甲醛浓度  $y$  (单位:  $\text{mg/m}^3$ ) 之间近似满足函数关系式  $y = 0.48 - 0.1f(x)$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ), 其中  $f(x) = \log_2[k(x^2 + 2x + 1)]$  ( $k > 0, x=1, 2, 3, \dots, 50$ ), 且  $f(2) = 2, f(8) = 3$ , 则该住房装修完成后要达到安全入住的标准, 至少需要通风  
A. 17 周      B. 24 周      C. 26 周      D. 28 周
  11. 已知四棱锥  $P-ABCD$  的每个顶点都在球  $O$  的球面上, 球  $O$  的表面积为  $125\pi$ ,  $AP \perp$  平面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  是等腰梯形,  $AD \parallel BC, \angle ABC = \frac{\pi}{3}, AB = AD = AP = m, BC = 2m$ , 则  $m =$   
A. 4      B.  $2\sqrt{5}$       C.  $2\sqrt{6}$       D. 5
  12. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + cx + d$  有两个极值点  $x_1, x_2$  ( $x_2 > x_1$ ), 且  $f(x_1) = x_2, f(x_2) = x_1$ , 则  $c =$   
A.  $-\frac{5}{4}$       B.  $-\frac{3}{2}$       C.  $-\frac{7}{4}$       D. -2
- 二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。把答案填在答题卡的相应位置。
13. 写出曲线  $y = \frac{1}{2} - \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4})$  的一条对称轴的方程:  $\underline{\hspace{2cm}}$  ▲

14. 若  $P$  为双曲线  $C$  右支上一点,  $F_1, F_2$  分别为左、右焦点, 且  $|PF_1|=5, |PF_2|=2, PF_1 \perp PF_2$ , 则  $C$  的离心率为  $\blacktriangle$ .

15. 在  $4^{0.2}, 0, 1^{-0.2}, 2\sin 3, 10^{0.15}$  这 4 个数中, 最小的是  $\blacktriangle$ , 最大的是  $\blacktriangle$ . (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

16. 已知数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  满足  $a_1=1, a_2=2, b_n=\frac{a_n+a_{n+1}}{2}, a_n=\frac{2b_n+b_{n+1}}{3}$ , 则  $a_n-b_n=\blacktriangle$ .

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, 2\sin A + \tan A = 0$ .

(1) 求  $A$ ;

(2) 若  $b\sin A = 4\sin B$ , 且  $bc \geq 1$ , 求  $\triangle ABC$  面积的取值范围.

18. (12 分)

某视频 UP 主采购了 8 台不同价位的航拍无人机进行测评, 并从重量、体积、画质、图传、续航、避障等多方面进行综合评分. 以下是价格和对应的评分数据:

价格 $x$ /百元	3	6	8	10	14	17	22	32
评分 $y$	43	52	60	71	74	81	89	98

(1) 根据以上数据, 求  $y$  关于  $x$  的线性回归方程(系数精确到 0.01).

(2) 某网友下周将购买一台  $X$  ( $\frac{X}{100}$  为整数) 元的航拍无人机, 根据(1)中的回归方程, 对即将购买的航拍无人机进行预测评分. 设预测评分为  $Y$ , 若  $Y$  精确到整数的值为 92, 求  $X$  的最大值.

附: 对于一组数据  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , 其回归直线  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  的斜率和截距的最小二乘法估计分别为  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ .

参考数据:  $\sum_{i=1}^8 x_i y_i = 9138, \sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})^2 = 634$ .

19. (12 分)

已知函数  $f(x) = x^2 - x - a - 6\ln x$ .

(1) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, -a)$  处的切线方程;

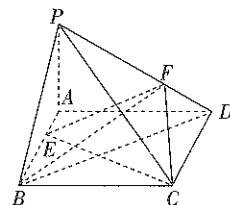
(2) 讨论  $f(x)$  在  $(0, 4]$  上零点的个数.

20. (12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为矩形,  $AD \perp BP, AP \perp BD, E$  为棱  $AB$  上任意一点(不包括端点),  $F$  为棱  $PD$  上任意一点(不包括端点), 且  $\frac{AE}{AB} = \frac{DF}{DP}$ .

(1) 证明: 异面直线  $CE$  与  $AP$  所成角为定值.

(2) 已知  $AB = AP = 1, BC = 2$ , 当三棱锥  $C-BEF$  的体积取得最大值时, 平面  $CEF$  与  $PA$  交于点  $N$ , 求  $EN$  的长.



21. (12 分)

设椭圆方程为  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ,  $A(-2, 0), B(2, 0)$  分别是椭圆的左、右顶点, 动直线  $l$

过点  $C(6, 0)$ , 当直线  $l$  经过点  $D(-2, \sqrt{2})$  时, 直线  $l$  与椭圆相切.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若直线  $l$  与椭圆交于  $P, Q$  (异于  $A, B$ ) 两点, 且直线  $AP$  与  $BQ$  的斜率之和为  $-\frac{1}{2}$ , 求直线  $l$  的方程.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $M$  的参数方程为  $\begin{cases} x=t^3+t, \\ y=t-2 \end{cases}$  ( $t$  为参数), 曲线  $N$  的参数方程为

$\begin{cases} x=t-\sqrt{t}, \\ y=t+\sqrt{t} \end{cases}$  ( $t$  为参数), 曲线  $N$  与  $y$  轴的交点为  $B, C$  ( $C$  在  $B$  的上方).

(1) 若曲线  $M$  与  $x$  轴的交点为  $A$ , 求  $\triangle ABC$  的面积;

(2) 设  $P$  为曲线  $M$  上任意一点, 求线段  $PC$  中点的轨迹方程(用直角坐标方程表示).

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = |x| + |x-a| + |x-4|$ .

(1) 当  $a=0$  时, 求不等式  $f(x) \leq 2|x-4|$  的解集;

(2) 当  $a=1$  时, 若  $f(x) > m^2$ , 求  $m$  的取值范围.