2019年郑州市高中毕业年级第三次质量预测

文科数学参考答案

一、选择题（本大题共12个小题,每小题5分,共60分.）

1. C　2. D　3.D　4.C　5.B　6.A　7.B　8.A　9.D　10.A　11.B　12.C

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，把答案填写在答题卡上.

13. 5.　　14. 6π.　　15. $\frac{25}{4}$.　　16. $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$.

三、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17.解：（Ⅰ）在ΔABC中，由余弦定理得$a^2=c^2+4^2-8c\cdot\frac{1}{3}$----------①-------2分

又在ΔACD中，$\cos\angle ADC=\frac{AD^2+CD^2-AC^2}{2AC\cdot CD}=\frac{\frac{64}{3}+\frac{4a^2}{9}-16}{\frac{32\sqrt{3}a}{9}}$ -----------4分

在ΔABD中，$\cos\angle ADB=\frac{AD^2+BD^2-AB^2}{2AD\times AB}=\frac{\frac{64}{3}+\frac{a^2}{9}-c^2}{\frac{16\sqrt{3}a}{9}}$ ---------------6分

又$\angle ADB+\angle ADC=\pi$

$\therefore\cos\angle ADB+\cos\angle ADC=0$　　即$\frac{2a^2}{3}-2c^2+64=0$----------------②

联立①②得，$c=6$　即$AB=6$---8分

（Ⅱ）$\because\cos\angle CAB=\frac{1}{3}$　　$\therefore\cos\angle CAB=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times b\times c\times\sin\angle CAB=8\sqrt{2}$ --10分

$S_{\Delta ABD}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$ --12分

18（Ⅰ）证明：$\because$四边形$ABCD$为菱形，$\therefore AO\perp BD$.

$\because FO\perp$平面$ABCD$，$AO\subset$平面$ABCD$，

$\therefore AO \perp FO$. ————————————————————————————————2 分

又四边形 $OAEF$ 为平行四边形，

$\therefore EF /\!/ AO$，

$\therefore EF \perp BD$，$EF \perp FO$，——————————————————————————4 分

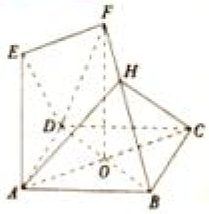
$\because BD \cap FO = O$，$\therefore EF \perp$平面 BDF.

$\because EF \subset$平面 DEF，

$\therefore$平面 $DEF \perp$平面 BDF. ——————————————————————6 分

（II）$\because AB = FO = BD = 2$，四边形 $ABCD$ 为菱形，

$\therefore \Delta ABD$ 为等边三角形，且 $AO = \sqrt{3}$，$DO = BO = 1$.



$\because BD \perp AC$，$BD \perp FO$，$AC \cap FO = O$，

$\therefore BD \perp$平面 $OAEF$，

$\therefore$四棱锥 $D-AOFE$ 的体积为$V_{D-AOFE} = \frac{1}{3} \cdot S_{AOFE} \cdot DO = \frac{1}{3} \times (\sqrt{3} \times 2) \times 1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore V_{O-DEF} = V_{D-OEF} = \frac{1}{2} V_{D-AOFE} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ————————————————8 分

$\because FO \perp$平面 $ABCD$，点 H 在线段 BF 上，且$\overrightarrow{FH} = \lambda \overrightarrow{FB}$，

所以点 H 到平面 $ABCD$ 的距离 $h = \lambda |FO| = 2\lambda$.

所以$V_{B-AHC} = V_{H-ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 120°) \times 2\lambda = \frac{2\sqrt{3}\lambda}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

解得 $\lambda = \frac{1}{2}$ ————————————————————————————12 分

19．解：（I）由散点图知，选择回归类型 $y = c \cdot x^d$ 更适合．———————1 分

（II）对 $y = c \cdot x^d$ 两边取对数，得 $\ln y = \ln c + d \ln x$，即 $v = \ln c + d u$-----------------2 分

由表中数据得：$\overline{u} = \overline{v} = 1.5$,

$\therefore \hat{d}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\bar{u}\bar{v}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2}=\dfrac{1}{3}$，------------------------4 分

$\therefore \ln c=\bar{v}-\hat{d}\bar{u}=1.5-\frac{1}{3}\times 1.5=1$，$\therefore c=e$，

∴年研发费用 x 与年销售量 y 的回归方程为 $y=e\cdot x^{\frac{1}{3}}$.------------------------6 分

(III) 由（II）知，$z(x)=27x^{\frac{1}{3}}-x$，

$\therefore z'(x)=9x^{-\frac{2}{3}}-1$，---8 分

令 $z'(x)=9x^{-\frac{2}{3}}-1=0$，得 $x=27$，

且当 $x\in(0,27)$时，$z'(x)>0$，$z(x)$单调递增；

当 $x\in(27,+\infty)$时，$z'(x)<0$，$z(x)$单调递减. --------------------------------10 分

所以当 $x=27$ 千万元时，年利润 z 取得最大值，且最大值为 $z(27)=54$ 千万元.

答：要使年利润取最大值，预计下一年度投入 27 千万元.------------------------12 分

20．解：（I）由抛物线的定义可以 $|MF|=\dfrac{p}{2}-(-2)=\dfrac{5}{2}$，

$\therefore p=1$　　抛物线的方程为 $y^2=-2x$ ------------------------4 分

（II）由（1）可知，点 M 的坐标为 $(-2,2)$

当直线 l 斜率不存在时，此时 A,B 重合，舍去.------------------------5 分

当直线 l 斜率存在时，设直线 l 的方程为 $y=kx+b$

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，将直线 l 与抛物线联立得：

$\begin{cases}y=kx+b\\ y^2=-2x\end{cases}$　　$k^2x^2+(2kb+2)x+b^2=0$

$x_1+x_2=\dfrac{-2kb-2}{k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{b^2}{k^2}$ ------------------------①--------7 分

又 $k_1+k_2=\dfrac{y_1-2}{x_1+2}+\dfrac{y_2-2}{x_2+2}=-2$，

即 $(kx_1+b-2)(x_2+2)+(kx_2+b-2)(x_1+2)=-2(x_1+2)(x_2+2)$

$2kx_1x_2+2k(x_1+x_2)+b(x_1+x_2)-2(x_1+x_2)+4b-8=-2x_1x_2-4(x_1+x_2)-8$

将①带入得，$b^2-b-2-2k(b+1)=0$

即 $(b+1)(b-2-2k)=0$

得 $b=-1$ 或 $b=2+2k$ ————————————————10 分

当 $b=-1$ 时，直线 l 为 $y=kx-1$，此时直线恒过 $(0,-1)$

当 $b=-2-2k$ 时，直线 l 为 $y=kx+2k+2=k(x+2)+2$，此时直线恒过 $(-2,2)$（舍去）

所以直线 l 恒过定点 $(0,-1)$ ————————————————12 分

21.解析 ：解：（I） $h(x)=f(x)+g(x)=ae^x+b\ln x-x$

$h'(x)=ae^x+\frac{b}{x}-1$　　由题意可知 $\begin{cases}h(1)=ae-1=1\\h'(1)=ae+b-1=2\end{cases}$　　$\therefore a=\frac{2}{e}$，$b=1$——4 分

（II）当 $x>0$ 时，$(x-k)f'(x)+x+1>0$ 等价于 $k<\frac{x+1}{e^x-1}+x$

设 $F(x)=\frac{x+1}{e^x-1}+x$　　$F'(x)=\frac{e^x(e^x-x-2)}{(e^x-1)^2}$ ————————————6 分

令 $R(x)=e^x-x-2$　　$R'(x)=e^x-1$　　当 $x>0$ 时，$R'(x)>0$ 恒成立

$R(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，　　又 $R(1)<0$，$R(2)>0$

$\therefore R(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一零点 x_0，且 $x_0\in(1,2)$，$e^{x_0}-x_0-2=0$ ————————9 分

$\therefore F(x)$ 单减区间为 $(0,x_0)$，单增区间为 $(x_0,+\infty)$

$\therefore F(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 的最小值为 $F(x_0)=\frac{x_0+1}{e^{x_0}-1}+x_0=x_0+1\in(2,3)$ ————————11 分

$\therefore k<F(x_0)$　　$\therefore k_{\max}=2$ ————————————————12 分

（二）选考题：请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程]（本小题满分 10 分）

解：（1）由题意可知：直线 l 的普通方程为 $x+y+1=0$，$\therefore A(-1,0)$，$B(0,-1)$

C_1 的方程可化为 $x^2+y^2=1(y\geq 0)$，设点 P 的坐标为 $(\cos\theta,\sin\theta)$，$0\leq\theta\leq\pi$，

$\therefore \dot{BA}\cdot\dot{BP}=-\cos\theta+\sin\theta+1=\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)+1\in\left[0,\sqrt{2}+1\right]$ ---------------------5 分

（2）曲线 C_2 的直角坐标方程为：$(x+2)^2+(y-2)^2=8$

直线 l 的标准参数方程为 $\begin{cases}x=-2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}m\\ y=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}m\end{cases}$ $(m$为参数$)$，代入 C_2 得：$m^2-\sqrt{2}m-7=0$

设 M，N 两点对应的参数分别为 m_1，m_2

$m_1+m_2=\sqrt{2}$，$m_1m_2=-7<0$　　故 m_1，m_2 异号

$\therefore \left|QM\right|-\left|QN\right|=\left|m_1+m_2\right|=\sqrt{2}$ --10 分

23．[选修 4-5：不等式选讲]（本小题满分 10 分）

解析：（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+1|+|x+2|=\begin{cases}-2x-3 & x\le -2\\ 1 & -2<x<-1\\ 2x+3 & x\ge -1\end{cases}$

$\because f(x)\le 3$

当 $x\le -2$ 时 $f(x)=-2x-3\le 3$ 解得 $-3\le x\le -2$

当 $-2<x<-1$ 时 $f(x)=1\le 3$ 恒成立

当 $x\ge -1$ 时 $f(x)=2x+3\le 3$ 解得 $-1\le x\le 0$

综上可得解集 $[-3,0]$ ………………5 分

（2）$f(x)=|x+1|+a|x+2|=\begin{cases}-(a+1)x-2a-1 & x\le -2\\ (a-1)x+2a-1 & -2<x<-1\\ (1+a)x+2a+1 & x\ge -1\end{cases}$

当 $-(a+1)>0$，即 $a<-1$ 时，$f(x)$ 无最小值；

当 $-(a+1)=0$，即 $a=-1$ 时，$f(x)$ 有最小值 -1；

当 $-(a+1)<0$ 且 $(a-1)\le 0$，即 $-1<a\le 1$ 时，$f(x)_{\min}=f(-1)=a$

当 $-(a+1)<0$ 且 $(a-1)>0$，即 $a>1$ 时，$f(x)_{\min}=f(-2)=1$

综上：当 $a<-1$ 时，$f(x)$ 无最小值；

当 $a=-1$ 时，$f(x)$ 有最小值 -1；

当 $-1<a\le 1$ 时，$f(x)_{\min}=f(-1)=a$

当 $a>1$ 时，$f(x)_{\min}=f(-2)=1$ ………………　10 分

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：zizzsw。

微信扫一扫，快速关注