[试卷免费提供]

贵阳市2023年高三适应性考试（二）

理科数学

2023年5月

注意事项：

1．本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、报名号、座位号填写在答题卡相应位置上。

2．回答第I卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。

3．回答第II卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4．请保持答题卡平整，不能折叠。考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

第I卷（选择题　共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{0,1,a^2\}$，$B=\{0,2-a\}$，$A\cup B=A$，则 $a=$（　　）

A．1或-2　　B．-2　　C．-1或2　　D．2

2．已知命题 p：$\forall n\in N$，2^n-2 不是素数，则 $\neg p$ 为（　　）

A．$\exists n\notin N$，2^n-2 是素数　　B．$\forall n\in N$，2^n-2 是素数

C．$\forall n\notin N$，2^n-2 是素数　　D．$\exists n\in N$，2^n-2 是素数

3．已知 $z_1=a+2\mathrm{i}$，$z_2=2+b\mathrm{i}$，（a，$b\in R$），若 $(z_1+\overline{z}_1)+(z_2\overline{z}_2)\mathrm{i}=4+13\mathrm{i}$，则（　　）

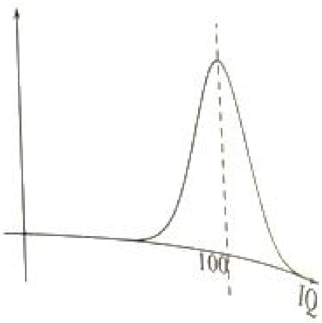
A．$a=2$，$b=3$　　B．$a=-2$，$b=-3$

C．$a=2$，$b=\pm3$　　D．$a=-2$，$b=\pm3$

4．已知 $\sin\theta-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\sqrt{2}$，则 $\tan\theta=$（　　）

A．$-\sqrt{2}$　　B．-1　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

5．据研究，人的智力高低可以用智商（IQ）来衡量，且 $IQ\sim N(100,15^2)$，若定义 $IQ\in[0,70)$ 称为智商低下，$IQ\in[70,85)$ 称为智商中下，$IQ\in[85,115)$ 称为智商正常，$IQ\in[115,130)$ 称为智商优秀，$IQ\in[130,+\infty)$ 称为智商超常，则一般人群中智商优秀所占的比例约为（　　）



A．13.59%　　B．15.65%　　C．27.18%　　D．29.14%

（参考数据：若 $X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $P\left(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma\right) \approx 0.6827$，$P\left(\mu-2\sigma \le X \le \mu+2\sigma\right) \approx 0.9545$，$P\left(\mu-3\sigma \le X \le \mu+3\sigma\right) \approx 0.9973$.）

6．过 $A\left(0,1\right)$，$B\left(0,3\right)$ 两点，且与直线 $y=x-1$ 相切的圆的方程可以是（　　）

A．$\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2=2$　　B．$\left(x-2\right)^2+\left(y-2\right)^2=5$

C．$\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2=2$　　D．$\left(x+2\right)^2+\left(y-2\right)^2=5$

7．已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式为 $a_n=\dfrac{n-2}{2n-17}$，前 n 项和为 S_n，则 S_n 取最小值时 n 的值为（　　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

8．在 $\left(x-1\right)\left(2x+1\right)^4$ 的展开式中，x^3 的系数为（　　）

A．-8　　B．-2　　C．2　　D．8

9．已知 $a=\dfrac{3}{4}$，$b=\sqrt{e}-1$，$c=\ln\dfrac{3}{2}$，则（　　）

A．$c<b<a$　　B．$a<c<b$　　C．$b<c<a$　　D．$c<a<b$

10．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\cos\left(\dfrac{\pi x}{3a}\right), 0<x<a, \\ \dfrac{1}{x}, \quad x \ge a,\end{cases}$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 是减函数，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$\left(0,2\right]$　　B．$\left[2,+\infty\right)$　　C．$\left(0,1\right]$　　D．$\left[1,+\infty\right)$

11．古希腊数学家阿波罗尼斯采用平面切割圆锥面的方法来研究圆锥曲线，如图1，设圆锥轴截面的顶角为 2α，用一个平面 Γ 去截该圆锥面，随着圆锥的轴和 Γ 所成角 β 的变化，截得的曲线的形状也不同．据研究，曲线的离心率为 $e=\dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha}$，比如，当 $\alpha=\beta$ 时，$e=1$，此时截得的曲线是抛物线．如图2，在底面半径为2，高为 $\sqrt{5}$ 的圆锥 SO 中，AB，CD 是底面圆 O 上互相垂直的直径，E 是母线 SC 上一点，$CE=2ES$，平面 ABE 截该圆锥面所得的曲线的离心率为（　　）

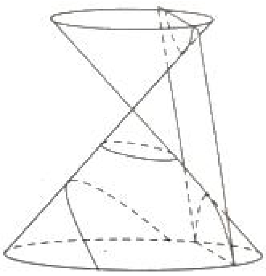


图 1

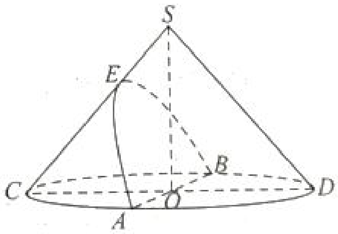


图 2

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

12．设抛物线 C：$y^2=6x$ 的焦点为 F，过 F 的直线交 C 于 A，B 两点，分别以 A，B 为切点作 C 的切线 l_1，l_2，若 l_1 与 l_2 交于点 P，且满足 $|PF|=2\sqrt{3}$，则 $|AB|=$（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

第 II 卷（非选择题　共 90 分）

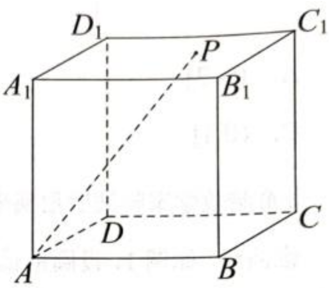
本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

13．已知 $\vec{a}=(1,\lambda)$，$\vec{b}=(2,1)$，若 $\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)/\!/\vec{b}$，则 $\lambda=$________.

14．已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=3$，且数列 $\{\log_3 a_n\}$ 是以 -2 为公差的等差数列，则 $a_3=$________.

15．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4，点 P 在该正方体的表面上运动，且 $PA=4\sqrt{2}$，则点 P 的轨迹长度是________.



16．关于函数 $f(x)=(x-1)\left(e^{x-1}+ae^{1-x}\right)$，有如下四个命题：

①若 $a=1$，则 $f(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称；

②若 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，则 $a=-1$；

③当 $a=0$ 时，函数 $f(x)$ 的极值为 $-\dfrac{1}{e}$；

④当 $a<0$ 时，函数 $f\left(x\right)$ 有两个零点.

其中所有真命题的序号是________.

三、解答题：第 17 至 21 题每题 12 分，第 22、23 题为选考题，各 10 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.（本题满分 12 分）

已知 a，b，c 分别为△ABC 三个内角 A，B，C 的对边，$A\neq\dfrac{\pi}{2}$，且 $a\cos C-\sqrt{3}a\sin C-b+\sqrt{3}c=0$.

（1）求 A；

（2）若 $b^2=a^2+ac$，求证：△ABC 是直角三角形.

18.（本题满分 12 分）

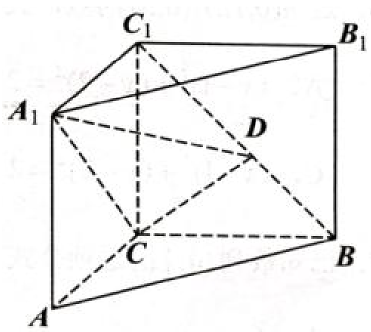
某学习 APP 的注册用户分散在 A，B，C 三个不同的学习群里，分别有 24000 人，24000 人，36000 人，该 APP 设置了一个名为“七人赛”的积分游戏，规则要求每局游戏从 A，B，C 三个学习群以分层抽样的方式，在线随机匹配学员共计 7 人参与游戏.

（1）每局“七人赛”游戏中，应从 A，B，C 三个学习群分别匹配多少人？

（2）现需要从匹配的 7 名学员中随机抽取 3 人进入互动环节，并用 X 表示进入互动环节的 C 群人数，求 X 的分布列与数学期望 $E\left(X\right)$.

19.（本题满分 12 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=4$，$BC=CC_1=2$，D 是线段 BC_1 上的动点，$\lambda=\dfrac{BD}{BC_1}$.



（1）当 AB // 平面 A_1CD 时，求实数 λ 的值；

（2）当平面 $A_1CD\perp$ 平面 A_1C_1D 时，求平面 A_1CD 与平面 ABB_1A_1 所成二面角的正弦值.

20.（本题满分 12 分）

已知椭圆 C_1：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 与椭圆 C_2：$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的离心率相等，C_1 的焦距是 $2\sqrt{2}$.

（1）求 C_1 的标准方程；

（2）P 为直线 l：$x=4$ 上任意一点，是否在 x 轴上存在定点 T，使得直线 PT 与曲线 C_1 的交点 A，B 满足 $\frac{PA}{PB}=\frac{AT}{TB}$？若存在，求出点 T 的坐标．若不存在，请说明理由．

21．（本题满分 12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=xe^{2x}$，$g\left(x\right)=\ln x+ax+1$．

（1）若过点 $P\left(t,0\right)$ 作曲线 $y=f\left(x\right)$ 的切线有且仅有一条，求实数 t 的值；

（2）若 $f\left(x\right)\geq g\left(x\right)$ 恒成立，求 a 的取值范围．

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号的方框涂黑．

22．选修 4-4：坐标系与参数方程（本题满分 10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=t+\frac{8}{t},\\ y=t-\frac{8}{t}\end{cases}$（$t$ 为参数），点 $P\left(4,0\right)$．以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{3}\cos\theta$，射线 l 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{6}\left(\rho\geq 0\right)$．

（1）写出曲线 C_1 的极坐标方程；，

（2）若 l 与 C_1，C_2 分别交于 A，B（异于原点）两点，求△PAB 的面积．

23．选修 4-5：不等式选讲（本题满分 10 分）

已知 a，b，c 均为正数，且 $a^2+4b^2+4c^2=27$．

（1）证明：$a+2b+2c\leq 9$；

（2）若 $b=c$，求 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值．