

郴州市 2023 年上学期期末教学质量监测试卷 高一数学参考答案及评分细则

(命题人: 安仁一中 李洪华 资兴市立中学 黄永行 临武一中 白玉龙
审题人: 郴州一中 王俊超 郴州二中 曾小丽 郴州市教科院 汪昌华)

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1-5 ABCDA 6-8 CAB

二、多选题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项是符合题目要求的, 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有选错得 0 分.)

9. BD 10. AB 11. AC 12. ACD

三、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 第 16 题第一问 2 分第 2 问 3 分, 共 20 分.)

13. 16 14. -22 15. 48 16. 72π ; 3π

四、解答题 (本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 解: (I) 因为向量 $\vec{a}=(1,0)$, $\vec{b}=(m,1)$, $|\vec{a}-2\vec{b}|=2$

所以 $\vec{a} \cdot \vec{b}=m$, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=\sqrt{m^2+1}$, $|\vec{a}-2\vec{b}|^2=\vec{a}^2-4\vec{a} \cdot \vec{b}+4\vec{b}^2=4 \dots (2 \text{ 分})$

即 $4m^2-4m+1=0$ 解得 $m=\frac{1}{2}$, 所以 $\cos\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle=\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}=\frac{\sqrt{5}}{5} \dots (5 \text{ 分})$

(II) 由 (I) 知 $m=\frac{1}{2}$, 故 $\vec{a}=(1,0)$, $\vec{b}=(\frac{1}{2},1)$, 故

$\vec{a}+t\vec{b}=(1,0)+t(\frac{1}{2},1)=(1+\frac{1}{2}t,t) \dots (7 \text{ 分})$

因为 $\vec{a}+t\vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 垂直, 所以 $(\vec{a}+t\vec{b}) \cdot \vec{b}=\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}t)+t=0$, 解得 $t=-\frac{2}{5} \dots (10 \text{ 分})$

高一数学答案第 1 页 (共 5 页)

18. (I) 连接 BD , 在 $\triangle PBD$ 中, E 为 PB 的中点, F 为 PD 的中点, 所以 $EF \parallel BD$, ... (2 分)

又 $BD \subset$ 底面 $ABCD$, $EF \not\subset$ 底面 $ABCD$, 所以 $EF \parallel$ 底面 $ABCD$; (4 分)

(II) 取 AB 的中点 M , 连接 PM ,

因为 $PA=PB=2$,

所以 $PM \perp AB$, 又平面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$, 平面 $PAB \cap$ 底面 $ABCD=AB$, $PM \subset$ 平面 PAB ,

所以 $PM \perp$ 底面 $ABCD$, 所以 $PM \perp BC$, (6 分)

因为底面 $ABCD$ 为正方形, 所以 $BC \perp AB$, 又 $AB \cap PM=M$, 所以 $BC \perp$ 平面 PAB ,

$\therefore BC \perp PB$, $\therefore \angle PBA$ 是二面角 $P-BC-A$ 的平面角, (9 分)

$\therefore \angle PBA=60^\circ$, 又 $PA=PB=2$, $\therefore \triangle PBA$ 为正三角形, $\therefore PM=\sqrt{3}$, (10 分)

所以 $V_{P-ABCD} = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

即四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (12 分)

19. (I) 由余弦定理得 $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{2a-c}{2b}$

即: $a^2+b^2-c^2=2a^2-ac$, 则 $a^2+c^2-b^2=ac$ (3 分)

所以 $\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$ 得 $\cos B = \frac{1}{2}$ 又 $0 < B < \pi$, 所以 $B = \frac{\pi}{3}$ (5 分)

(II) 由正弦定理: $\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$ 得 $a = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin A$, $c = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin C$,

又 $A+C = \frac{2\pi}{3}$, 故 $a+c = \frac{2\sqrt{3}}{3} (\sin A + \sin C) = \frac{2\sqrt{3}}{3} [\sin(\frac{2\pi}{3}-C) + \sin C]$

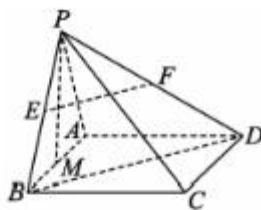
$= \frac{2\sqrt{3}}{3} (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos C + \frac{3}{2} \sin C) = 2(\frac{1}{2} \cos C + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin C) = 2\sin(C + \frac{\pi}{6})$ (8 分)

$\triangle ABC$ 是锐角三角形, 则 $0 < C < \frac{\pi}{2}$, $0 < \frac{2\pi}{3} - C < \frac{\pi}{2}$,

因此, $C \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$, $C + \frac{\pi}{6} \in (\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi)$, (10 分)

故 $\sin(C + \frac{\pi}{6}) \in (\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$, $\therefore a+c \in (\sqrt{3}, 2]$ (12 分)

高一数学答案第 2 页 (共 5 页)



20. (I) 由 $65 \times 0.1 + 75 \times 0.15 + 85 \times 0.45 + 95 \times 0.2 = 84.5$, 所以这次知识能力测评的平均数为 84.5 (2 分)

(II) 依题意, 设区间 $[60, 70]$ 中应抽 x 人, 区间 $[90, 100]$ 中应抽 y 人, 得

成绩在 $[60, 70]$ 区间样本中的学生人数为: $0.1 \times 10 \times 100 = 10$;

成绩在 $[90, 100]$ 区间样本中的学生人数为: $0.03 \times 10 \times 100 = 30$;

所以 $\frac{4}{10+30} = \frac{x}{10} = \frac{y}{30}$, 解得 $x=1, y=3$,

所以区间 $[60, 70]$ 中应抽 1 人, 区间 $[90, 100]$ 中应抽 3 人. (4 分)

不妨记区间 $[60, 70]$ 中 1 人为 a , 区间 $[90, 100]$ 中人为 m, n, g ,

则从中抽取 2 名学生 (注意分先后) 的基本事件为

$am, an, ag, ma, mn, mg, na, nm, ng, ga, gm, gn$ 共 12 件, (5 分)

其中第二个交流分享的学生成绩在区间 $[60, 70]$ (记为事件 A) 的基本事件为 ma, na, ga , 共 3 件,

故 $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$, 即第二个交流分享的学生成绩在区间 $[60, 70]$ 的概率为 $\frac{1}{4}$... (6 分)

(III) 因为 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times (1-p) = \frac{47}{50}$, 解得 $p = \frac{4}{5}$ (8 分)

甲得 2 分的概率 $P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times (1 - \frac{4}{5}) + \frac{1}{2} \times (1 - \frac{2}{5}) \times \frac{4}{5} + (1 - \frac{1}{2}) \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{11}{25}$, (10 分)

甲得 3 分的概率 $P_2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{25}$ 所以甲得 2 分或 3 分的概率 $P = \frac{11}{25} + \frac{4}{25} = \frac{3}{5}$, 那

么乙得 2 分或 3 分的概率为 $\frac{2}{5}$ (11 分)

所以甲获得最终胜利的可能性大. (12 分)

高一数学答案第 3 页 (共 5 页)

21. (I) 由题意得, $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \sin^2 x + \sin x \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ (1分)

当 $x \in [\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ 时, $\frac{\pi}{3} \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{2\pi}{3}$

$\therefore f(x)$ 的值域是 $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$

$b = \frac{\sqrt{3}}{2}, c = 1$, (3分)

$\therefore f(A) = \sin(2A - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore 2A - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$ $\therefore A = \frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{\pi}{2}$ (4分)

$\therefore \vec{AD} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$

$\therefore |\vec{AD}|^2 = \left| \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) \right|^2 = \frac{1}{4}(\vec{AB}^2 + 2\vec{AB} \cdot \vec{AC} + \vec{AC}^2) = \frac{7}{16} + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos A$

当 $A = \frac{\pi}{3}$ 时, $AD = \frac{\sqrt{7+2\sqrt{3}}}{4}$;

当 $A = \frac{\pi}{2}$ 时, $AD = \frac{\sqrt{7}}{4}$ (6分)

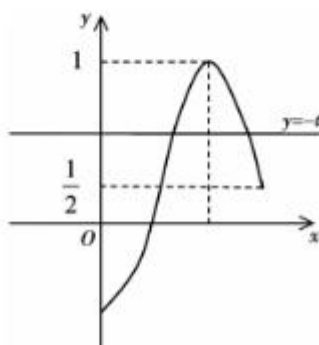
(II) 由 $[f(x)]^2 + (t-1)f(x) - t = 0$ 得, $[f(x)-1] \cdot [f(x)+t] = 0$, $f(x) = 1$ 或 $f(x) = -t$.

函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$, $x \in [0, \frac{7\pi}{12}]$ 的图象如下:

由图可知, $f(x) = 1$ 有一解, 即 $x = \frac{5\pi}{12}$,

$\therefore f(x) = -t$ 有两解, 即函数 $y = f(x)$ 与 $y = -t$ 有两个不同的交点,

$\therefore \frac{1}{2} \leq -t < 1 \therefore t \in (-1, -\frac{1}{2}]$ (12分)



高一数学答案第4页(共5页)

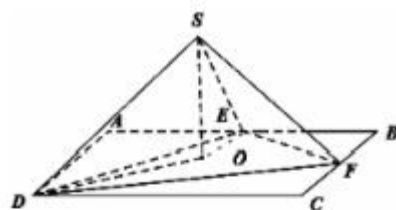
22. (I) 因为 $ABCD$ 是正方形, $\therefore SE \perp SD, SE \perp SF$, (2分)

$$SD \cap SF = S$$

$\therefore SE \perp$ 面 DSF .

又 $SE \subset$ 平面 SEF , $\therefore$ 平面 $SEF \perp$ 平面 SFD

..... (4分)



(II) 设 S 在面 AEF 上的射影为 O , 连接

EO , 则 $\angle SEO$ 为直线 SE 与平面 DEF 所成角 θ .

设 $BF=x (1 < x \leq 4)$, 则 $CF=4-x$.

$$S_{\triangle DEF} = 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times x - \frac{1}{2} \times 4 \times (4-x) = 4+x. \quad \text{..... (5分)}$$

在 $\triangle DSF$ 中, $DS=4, SF=x$,

$$DF = \sqrt{x^2 - 8x + 32}.$$

$$\text{可得 } \cos \angle DSF = \frac{DS^2 + SF^2 - DF^2}{2DS \cdot SF} = 1 - \frac{2}{x} \quad \text{..... (6分)}$$

$$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} DS \cdot SF \cdot \sin \angle DSF = 4\sqrt{x-1}, \therefore V_{S-DEF} = V_{E-DEF} \quad \text{..... (7分)}$$

$$\therefore 4\sqrt{x-1} \cdot 2 = (4+x) \cdot SO \Rightarrow SO = \frac{8\sqrt{x-1}}{x+4}, \therefore \sin \theta = \frac{SO}{SE} = \frac{4\sqrt{x-1}}{x+4}, \quad \text{..... (8分)}$$

$$\text{令 } \sqrt{x-1} = t, t \in (0, \sqrt{3}], \sin \theta = \frac{4t}{5+t^2} = \frac{4}{t+\frac{5}{t}} \quad \text{..... (10分)}$$

$$\therefore \text{函数 } f(x) = t + \frac{5}{t} \text{ 在 } (0, \sqrt{5}) \text{ 递减,} \quad \text{..... (11分)}$$

$$\therefore \text{当 } t = \sqrt{3}, \text{ 即 } x = 4 \text{ 时, } \sin \theta \text{ 最大为 } \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \theta \text{ 最大值为 } \frac{\pi}{3}. \quad \text{..... (12分)}$$

高一数学答案第 5 页 (共 5 页)



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

自主选拔在线
zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw