

新余市 2022—2023 学年度下学期期末质量检测

高二数学试题卷

命题人：市四中 皮志刚 北师大新余附校 付秀波 审题人：刘勇刚

说明：1. 本卷共有四个大题，22个小题，全卷满分150分，考试时间120分钟。

2. 本卷分为试题卷和答题卷，答案要求写在答题卷上，在试题卷上作答不给分。

一、单项选择题（本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 4\}$, $B = \{x | x > -1\}$, 则 $A \cap B = ($)

A. $(0, 4)$ B. $(-1, 4)$ C. $[-1, 4)$ D. $(-1, 4]$

2. $(x-1)^5$ 的展开式中 x 的系数是 ()

A. 5 B. -5 C. -4 D. 4

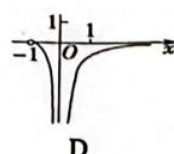
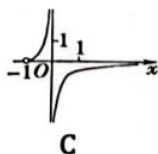
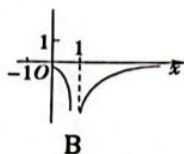
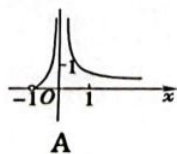
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 7, S_4 = 40$, 则等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d = ($)

A. 3 B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. 4

4. 在中国，周朝时期的商高提出了“勾三股四弦五”的勾股定理的特例。在西方，最早提出并证明此定理的为公元前 6 世纪古希腊的毕达哥拉斯学派，他们用演绎法证明了直角三角形斜边平方等于两直角边平方之和。若一个直角三角形的斜边长等于 6，则这个直角三角形周长的最大值为()

A. $6\sqrt{2} + 6$ B. 12 C. $5\sqrt{2} + 5$ D. $6\sqrt{3} + 6$

5. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)-x}$, 则 $y = f(x)$ 的图象大致为()



6. 2020 年 12 月 1 日 22 时 57 分, 嫦娥五号探测器从距离月球表面 1800m 处开始实施动力下降, 7500 牛变推力发动机开机, 逐步将探测器相对月球纵向速度从约 1800m/s 降为零. 12 分钟后, 探测器成功在月球预选地着陆, 记探测器与月球表面距离的平均变化率为 v , 相对月球纵向速度的平均变化率为 a , 则()

- A. $v = \frac{5}{2} \text{ m/s}, a = \frac{5}{2} \text{ m/s}^2$ B. $v = \frac{5}{2} \text{ m/s}, a = -\frac{5}{2} \text{ m/s}^2$
C. $v = -\frac{5}{2} \text{ m/s}, a = -\frac{5}{2} \text{ m/s}^2$ D. $v = -\frac{5}{2} \text{ m/s}, a = \frac{5}{2} \text{ m/s}^2$

7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_2(x-1)|, & 1 < x \leq 3 \\ (x-4)^2, & x > 3 \end{cases}$, $f(x) = a$ 有四个实数根 x_1, x_2, x_3, x_4 , 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $\frac{1}{4}(x_3 + x_4)x_1 + \frac{1}{x_2}$ 的取值范围是()

- A. $(\frac{3}{2}, 2)$ B. $(0, 1)$ C. $(\frac{5}{2}, \frac{10}{3})$ D. $(\frac{10}{3}, \frac{9}{2})$

8. 设 $a = e^{\sqrt{2}}$, $b = 2 + \sqrt{2}$, $c = \ln(12 + 6\sqrt{2})$, 则()

- A. $c > b > a$ B. $c > a > b$ C. $a > c > b$ D. $a > b > c$

二、多项选择题 (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.)

9. 若甲、乙等 4 个人站成一排, 则下列判断正确的是()

- A. 甲、乙不相邻有 12 种 B. 甲、乙不相邻有 18 种
C. 甲、乙相邻有 12 种 D. 甲、乙相邻有 18 种

10. 已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1} (n \in \mathbb{N}_+)$, 则下列结论正确的是()

- A. $\{a_n\}$ 是等差数列 B. $\{a_n\}$ 是递增数列
C. $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是等差数列 D. $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是递增数列

11. 设函数 $f'(x)$ 是函数 $f(x) (x \in \mathbb{R})$ 的导函数, 若 $f(x) - f(-x) = 2x^3$, 且当 $x > 0$ 时, $f'(x) > 3x^2$, 令 $F(x) = f(x) - x^3$, 则下列结论正确的是()

- A. $F(x)$ 为偶函数
B. $F(x)$ 为奇函数
C. $F(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数
D. 不等式 $f(x) - f(x-1) > 3x^2 - 3x + 1$ 的解集为 $(\frac{1}{2}, +\infty)$



12. 太极图被称为“中华第一图”，闪烁着中华文明进程的光辉，它是由黑白两个鱼形纹组成的图案，俗称阴阳鱼，太极图展现了一种相互转化，相对统一的和谐美. 定义：若一个函数的图象能够将圆 O 的周长和面积同时等分成两个部分，则称该函数为圆 O 的一个“太极函数”，设圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ ，则下列说法中正确的是()



- A. 函数 $y = x^3 + x$ 是圆 O 的一个太极函数
- B. 函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称是 $f(x)$ 为圆 O 的太极函数的充要条件
- C. 圆 O 的所有非常数函数的太极函数都不能为偶函数
- D. 函数 $y = \sin x$ 是圆 O 的一个太极函数

三、填空题 (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 随着我国对新冠肺炎疫情的控制, 全国消费市场逐渐回暖, 某商场统计的人流量 x (单位: 百人) 与销售额 y (单位: 万元) 的数据表有部分污损, 如下所示.

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8		6.5	7.0

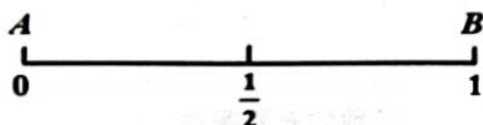
已知 x 与 y 具有线性相关关系, 且线性回归方程 $\hat{y} = 1.23x + 0.08$, 则表中污损数据应为

14. 不等式 $\frac{2x-1}{x-3} \geq 1$ 的解集是_____.

15. 已知函数 $f(x) = x^3 - x - 1$, 其导函数记为 $f'(x)$, 则

$f(2023) + f'(2023) + f(-2023) - f'(-2023) =$ _____.

16. 根据拉面的制作原理, 可以模拟如下的数学问题: 如图, 在数轴上截取从原点到 1 的对应点的线段 AB , 从右向左对折后 (点 A 与点 B 重合), 固定左端向右均匀地拉成 1 个单位长度的线段, 这一过程称为一次操作 (例如, 在第一次操作后, 原线段 AB 上的 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{3}{4}$ 均变成 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ 变成 1, 等等). 那么在线段 AB 上 (除点 A 、点 B 外) 的点中, 在第一次操作后, 恰好被拉到与 1 重合的点所对应的数字为 $\frac{1}{2}$; 在第三次操作后, 恰好被拉到与 1 重合的点所对应的所有数字之和为 _____; 以此类推, 在第 $n+1$ 次操作后, 恰好被拉到与 1 重合的点所对应的所有数字之和为 _____.

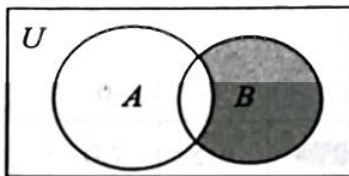


四、解答题 (共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 10 分)

已知全集 U 为实数集, 集合 $A = \{x | -1 < x < 6\}$, $B = \{x | a+1 \leq x \leq 3a-1\}$.

(1) 若 $a = 3$, 求图中阴影部分的集合 M ;



(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

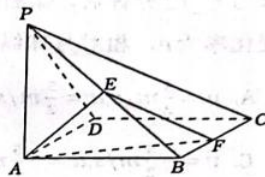
椭圆 C 的中心在坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 椭圆 C 经过点 $(\sqrt{2}, 0)$ 且短轴长为 2.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过点 $(2, 1)$ 且倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 求线段 AB 的长.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA = DC = 1$, E 为线段 PB 的中点, F 为线段 BC 上的动点.



(1) 证明: $AE \perp$ 平面 PBC ;

(2) 若直线 AF 与平面 PAB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 求点 P 到平面 AEF 的距离.

20. (本小题满分 12 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 为正项等比数列, 其满足 $a_1 = b_1 = 2$, $S_4 = a_5 + b_3$, $a_3 + b_2 = 8$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 _____, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

在 ① $c_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}} + b_n$, ② $c_n = a_n b_n$, ③ $c_n = \frac{a_n + 2}{a_n a_{n+1} b_{n+1}}$ 这三个条件中任选一个补充在第 (2) 问中, 并对其求解 (若选多个条件, 则按第一个条件计分).

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 1 + a\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x$, $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1-ax}{x-1}$.

(1) 若 $g(x)$ 为奇函数, 求实数 a 的值;

(2) 在 (1) 的条件下, 当 $x \in [-3, 2]$ 时, 函数 $y = f(x) + m$ 存在零点, 求实数 m 的取值范围;

(3) 定义在 D 上的函数 $f(x)$, 如果满足: 对任意 $x \in D$, 存在常数 $M \geq 0$, 都有 $|f(x)| \leq M$ 成立, 则称 $f(x)$ 是 D 上的有界函数, 其中 M 称为函数 $f(x)$ 的一个上界. 若函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是以 5 为上界的有界函数, 求实数 a 的取值范围.

高二数学 第 5 页 (共 6 页)



(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^{ax} - x$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(3) 若存在 $x_1, x_2 \in [-1, 1]$, 使得 $f(x_1) \cdot f(x_2) \geq 9$, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线