

机密★启用前

华大新高考联盟 2018 届高三 11 月教学质量测评

文科数学

命题:华中师范大学考试研究院

成绩查询网址:huada.onlyets.com 微信公众号成绩查询关注:ccnu-testing

本试题卷共 4 页,23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将准考证号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答:用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将答题卡上交。

第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是满足题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \geq 0\}$, $B = \{x | -2 \leq x < 3\}$, 则 $A \cap B =$
A. $[-2, 3]$ B. $[-2, -1]$
C. $[-1, 1]$ D. $[1, 3)$
2. $\frac{(1+i)^2}{(1-i)^3} =$
A. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ B. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ D. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
3. 已知 F 为双曲线 $C: x^2 - my^2 = 4m (m > 0)$ 的一个焦点, 则点 F 到 C 的一条渐近线的距离为
A. 2 B. 4 C. $2m$ D. $4m$
4. 一次数学考试中, 4 位同学各自在第 22 题和第 23 题中任选一题作答, 则第 22 题和第 23 题都有同学选答的概率为
A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{15}{16}$
5. 设 $f(x)$ 是周期为 4 的奇函数, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x(1+x)$, 则 $f(-\frac{9}{2}) =$
A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

文科数学试题 第 1 页(共 4 页)



由 扫描全能王 扫描创建

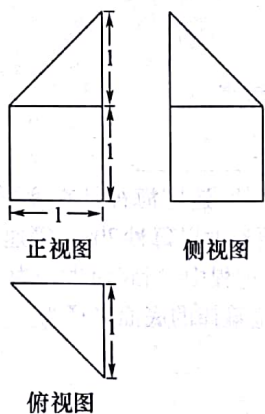
6. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积是

A. $2 + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

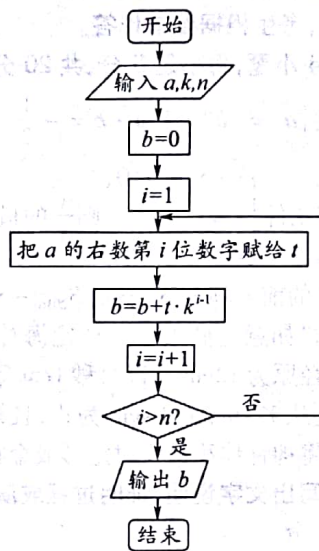
B. $\frac{5}{2} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $3 + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{7}{2} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$



第6题图



第7题图

7. 我国古代的劳动人民曾创造了灿烂的中华文明, 戍边的官兵通过在烽火台上举火向国内报告, 烽火台上点火表示数字 1, 不点火表示数字 0, 这蕴含了进位制的思想. 如图所示的程序框图的算法思路就源于我国古代戍边官兵的“烽火传信”. 执行该程序框图, 若输入 $a = 110011, k = 2, n = 6$, 则输出 b 的值为

A. 19

B. 31

C. 51

D. 63

8. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = \sqrt{2}, a_3 = \sqrt[3]{3}$, 则 $\frac{a_{11} + a_{2011}}{a_{17} + a_{2017}} =$

A. $\frac{2}{9}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{8}{9}$

9. 某房间的室温 T (单位: 摄氏度) 与时间 t (单位: 小时) 的函数关系是: $T = a \sin t + b \cos t, t \in (0, +\infty)$, 其中 a, b 是正实数. 如果该房间的最大温差为 10 摄氏度, 则 $a + b$ 的最大值是

A. $5\sqrt{2}$

B. 10

C. $10\sqrt{2}$

D. 20

10. 设函数 $f(x) = \lg(1 + 2|x|) - \frac{1}{1+x^4}$, 则使得 $f(3x-2) > f(x-4)$ 成立的 x 的取值范围是

A. $(\frac{1}{3}, 1)$

B. $(-1, \frac{3}{2})$

C. $(-\infty, \frac{3}{2})$

D. $(-\infty, -1) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$

11. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$, 点 $D(2, 0), E(4, 0), M$ 是抛物线 C 异于原点 O 的动点, 连接 ME 并延长交抛物线 C 于点 N , 连接 MD, ND 并分别延长交抛物线 C 于点 P, Q , 连接 PQ , 若直线 MN, PQ 的斜率存在且分别为 k_1, k_2 , 则 $\frac{k_2}{k_1} =$

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

12. 若函数 $f(x)$ 满足 $xf'(x) - f(x) = x^3 e^x, f(1) = 0$, 则当 $x > 0$ 时 $f(x)$

A. 有极大值, 无极小值

B. 有极小值, 无极大值

C. 既有极大值又有极小值

D. 既无极大值又无极小值



第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22 题 ~ 23 题为选考题, 考生根据要求作答。

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 设向量 a, b 满足 $|a| = |b| = 1, a \cdot b = -\frac{1}{2}$, 则 $|2a + b| =$ _____.

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 2 \leq 0, \\ x \geq 1, \\ x + y - 7 \leq 0, \end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 _____.

15. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_{2016} - S_1 = 1$, 则 $S_{2017} =$ _____.

16. 传说中孙悟空的“如意金箍棒”是由“定海神针”变形得来的. 这定海神针在变形时永远保持为圆柱体, 其底面半径原为 12cm 且以每秒 1cm 等速率缩短, 而长度以每秒 20cm 等速率增长. 已知神针的底面半径只能从 12cm 缩到 4cm 为止, 且知在这段变形过程中, 当底面半径为 10cm 时其体积最大. 假设孙悟空将神针体积最小时定形成金箍棒, 则此时金箍棒的底面半径为 _____ cm.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 对应的边分别为 a, b, c , 且 $2\cos B(c\cos A + a\cos C) = b$.

(1) 证明: A, B, C 成等差数列;

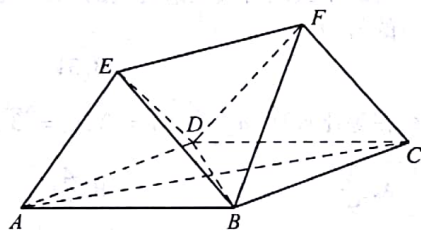
(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 b 的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 为菱形, 且 $\angle DAB = 60^\circ, EF \parallel AC, AD = 2, EA = ED = EF = \sqrt{3}$.

(1) 证明: $AD \perp BE$;

(2) 若 $BE = \sqrt{5}$, 求三棱锥 $F - ABD$ 的体积.



19. (本小题满分 12 分)

某地区 2008 年至 2016 年粮食产量的部分数据如下表:

年份 t	2008	2010	2012	2014	2016
产量 y (万吨)	236	246	257	276	286

(1) 求该地区 2008 年至 2016 年的粮食年产量 y 与年份 t 之间的线性回归方程;

(2) 利用(1)中的回归方程, 分析 2008 年至 2016 年该地区粮食产量的变化情况, 并预测该地区 2018 年的粮食产量.

附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i - n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\bar{t}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 点 $M(2, 1)$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;



(2) 直线 l 平行于 OM , 且与椭圆 C 交于 A, B 两个不同的点. 若 $\angle AOB$ 为钝角, 求直线 l 在 y 轴上的截距 m 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = xe^x - \ln x$, $g(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}}$, 其中 $e = 2.71828\cdots$ 是自然对数的底数.

(1) 讨论 $g(x)$ 的单调性;

(2) 证明 $f(x) > \frac{3}{2}$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\alpha, \\ y = 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以 O 为极点, x 轴正半轴为极

轴, 建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta - \sqrt{3}\rho\sin\theta - m = 0$.

(1) 若 $m = 1$, 求直线 l 交曲线 C 所得的弦长;

(2) 若 C 上的点到 l 的距离的最小值为 1, 求 m .

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x - 1| + |x - a|$.

(1) 若 $a = -1$, 解不等式 $f(x) \geq 3$;

(2) 若 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq 3$, 求实数 a 的取值范围.



文科数学参考答案和评分标准

一、选择题

1. B 【解析】因为 $A = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$, 所以 $A \cap B = \{x | -2 \leq x \leq -1\}$.

2. D 【解析】 $\frac{(1+i)^2}{(1-i)^3} = \frac{2i}{-2i(1-i)} = \frac{1}{-1+i} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

3. A 【解析】双曲线 $C: \frac{x^2}{4m} - \frac{y^2}{4} = 1$, 双曲线焦点到一条渐近线的距离为虚轴长的一半.

4. C 【解析】4 位同学各自在第 22 题和第 23 题中任选一题作答的等可能结果有 16 种, 而 4 位同学选择在同一道题作答的等可能结果有 2 种, 从而 4 位同学选择同一道题作答的概率为 $\frac{1}{8}$, 故第 22 题和第 23 题都有同学选答的概率为 $\frac{7}{8}$.

5. A 【解析】 $f\left(-\frac{9}{2}\right) = f\left(-\frac{9}{2} + 4\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = -f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$.

6. D

7. C 【解析】按照程序框图执行, b 依次为 0, 1, 3, 3, 3, 19, 51, 故输出 $b = 51$.

8. D 【解析】依题意知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = \frac{a_3}{a_2} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}$, 故 $\frac{a_{11} + a_{2011}}{a_{17} + a_{2017}} = \frac{a_{11} + a_{2011}}{q^6(a_{11} + a_{2011})} = \frac{1}{q^6} = \frac{8}{9}$.

9. A 【解析】由辅助角公式: $T = a \sin t + b \cos t = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(t + \varphi)$, 其中 φ 满足条件: $\sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, $\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$. 则函数 T 的值域是 $[-\sqrt{a^2 + b^2}, \sqrt{a^2 + b^2}]$, 由室内最大温差为 $2\sqrt{a^2 + b^2} = 10$, 得 $\sqrt{a^2 + b^2} = 5, a^2 + b^2 = 25$. 设 $a = 5 \cos \theta, b = 5 \sin \theta$, 则 $a + b = 5 \cos \theta + 5 \sin \theta = 5\sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$, 故 $a + b \leq 5\sqrt{2}$, 当且仅当 $a = b = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ 时等号成立.

10. D 【解析】显然 $f(x)$ 是偶函数, 且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 因此要使 $f(3x - 2) > f(x - 4)$ 成立, 只需 $|3x - 2| > |x - 4|$, 亦只需 $(3x - 2)^2 > (x - 4)^2$, 解得 $x < -1$ 或 $x > \frac{3}{2}$.

11. C 【解析】设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2), P(x_3, y_3), Q(x_4, y_4)$, 则直线 MD 的方程为 $x = \frac{x_1 - 2}{y_1}y + 2$, 代入抛物线 C 的方程 $y^2 = 4x$, 整理得 $y^2 - \frac{4(x_1 - 2)}{y_1}y - 8 = 0$. 所以 $y_1 y_3 = -8$, 即 $y_3 = -\frac{8}{y_1}$, 从而 $x_3 = \frac{16}{y_1^2}$, 故 $P\left(\frac{16}{y_1^2}, -\frac{8}{y_1}\right)$, 同理可得 $Q\left(\frac{16}{y_2^2}, -\frac{8}{y_2}\right)$. 因为 M, E, N 三点共线, 所以 $\frac{y_1}{x_1 - 4} = \frac{y_2}{x_2 - 4}$, 从而 $y_1 y_2 = -16$. 所以 $k_2 = \frac{-\frac{8}{y_2} + \frac{8}{y_1}}{\frac{16}{y_2^2} - \frac{16}{y_1^2}} = 2 \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 2k_1$, 所以 $\frac{k_2}{k_1} = 2$.

12. B 【解析】由题设知, 当 $x > 0$ 时, $\left[\frac{f(x)}{x}\right]' = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = \frac{x^3 e^x}{x^2} = x e^x$,

可得 $\frac{f(x)}{x} = (x-1)e^x + C$ (C 为常数). 又 $f(1) = 0$, 得 $C = 0$, $\therefore f(x) = x(x-1)e^x$.

又 $f'(x) = (x^2 + x - 1)e^x$, 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 或 $x = -\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (舍去).

\therefore 当 $x > 0$ 时, $x \in \left(0, \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$, $f'(x) < 0$, $x \in \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, +\infty\right)$, $f'(x) > 0$.

\therefore 当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 有极小值 $f\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$, 无极大值.

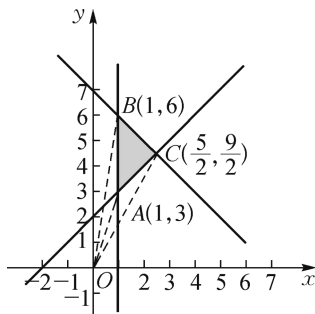
二、填空题

13. $\sqrt{3}$ 【解析】因为 $|2a+b|^2 = 4a^2 + b^2 + 4a \cdot b = 4 + 1 + 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 3$,

所以 $|2a+b| = \sqrt{3}$.

14. 6 【解析】如图, 作出不等式组 $\begin{cases} x-y+2 \leq 0, \\ x \geq 1, \\ x+y-7 \leq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域. $\frac{y}{x}$ 可

理解为过可行域中一点 (x, y) 与原点 $(0, 0)$ 的直线的斜率. 点 (x, y) 在点 $B(1, 6)$ 处时 $\frac{y}{x}$ 取得最大值为 6.



15. $\frac{2017}{2015}$ 【解析】因为 $S_{2016} - S_1 = a_2 + a_3 + \dots + a_{2016} = 2015 \left(\frac{a_2 + a_{2016}}{2}\right) = 2015 a_{1009} = 1$, 所以 $a_{1009} =$

$\frac{1}{2015}$, 从而 $S_{2017} = 2017 \left(\frac{a_1 + a_{2017}}{2}\right) = 2017 a_{1009} = \frac{2017}{2015}$.

16. 4 【解析】设原来神针的长度为 a cm, t 秒时神针体积为 $V(t)$, 则 $V(t) = \pi(12-t)^2 \cdot (a+20t)$, 其中 $0 \leq t \leq 8$, 所以 $V'(t) = [-2(12-t)(a+20t) + (12-t)^2 \cdot 20]\pi$. 因为当底面半径为 10cm 时其体积最大, 所以 $10 = 12 - t$, 解得 $t = 2$, 此时 $V'(2) = 0$, 解得 $a = 60$, 所以 $V(t) = \pi(12-t)^2 \cdot (60+20t)$, 其中 $0 \leq t \leq 8$, $V'(t) = 60\pi(12-t)(2-t)$. 当 $t \in (0, 2)$ 时, $V'(t) > 0$, 当 $t \in (2, 8)$ 时, $V'(t) < 0$, 从而 $V(t)$ 在 $(0, 2)$ 单调递增, 在 $(2, 8)$ 单调递减, 又 $V(0) = 8640\pi$, $V(8) = 3520\pi$, 所以当 $t = 8$ 时, $V(t)$ 有最小值 3520π , 此时金箍棒的底面半径为 4cm.

三、解答题

17. (1) 因为 $2\cos B(c\cos A + a\cos C) = b$,

所以由正弦定理得 $2\cos B(\sin C\cos A + \sin A\cos C) = \sin B$,

即 $2\cos B\sin(A+C) = \sin B$ (3分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\sin(A+C) = \sin B$ 且 $\sin B \neq 0$, 所以 $\cos B = \frac{1}{2}$.

因为 $B \in (0, \pi)$, 所以 $B = \frac{\pi}{3}$.

又因为 $A+B+C = \pi$, 所以 $A+C = \frac{2}{3}\pi = 2B$. 所以 A, B, C 成等差数列. (6分)

(2) 因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, 所以 $ac = 6$ (8分)

所以 $b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB = a^2 + c^2 - ac \geq ac = 6$, 当且仅当 $a = c$ 时取等号. (10分)

所以 b 的最小值为 $\sqrt{6}$ (12分)

18. (1) 如图,取 AD 的中点 O ,连接 EO, BO .

因为 $EA = ED$,所以 $EO \perp AD$ (1 分)

因为四边形 $ABCD$ 为菱形,所以 $AB = AD$,

因为 $\angle DAB = 60^\circ$,所以 $\triangle ABD$ 为等边三角形,

所以 $BA = BD$,

所以 $BO \perp AD$ (3 分)

因为 $BO \cap EO = O$,所以 $AD \perp$ 平面 BEO (5 分)

因为 $BE \subset$ 平面 BEO ,所以 $AD \perp BE$ (6 分)

(2) 在 $\triangle EAD$ 中, $EA = ED = \sqrt{3}, AD = 2$,所以 $EO = \sqrt{AE^2 - AO^2} = \sqrt{2}$.

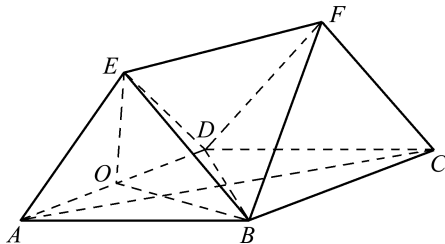
因为 $\triangle ABD$ 为等边三角形,所以 $AB = BD = AD = 2, BO = \sqrt{3}$.

因为 $BE = \sqrt{5}$,所以 $EO^2 + OB^2 = BE^2$,所以 $EO \perp OB$.

又因为 $EO \perp AD, AD \cap OB = O$,所以 $EO \perp$ 平面 $ABCD$ (8 分)

因为 $EF \parallel AC, S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot OB = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$, (10 分)

所以 $V_{F-ABD} = V_{E-ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} \cdot EO = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ (12 分)



19. (1) 由所给数据可以看出,粮食年产量 y 与年份 t 之间是近似直线上升,下面来求线性回归方程,为此对数据预处理如下:

年份 - 2012	-4	-2	0	2	4
产量 - 257	-21	-11	0	19	29

..... (2 分)

对预处理后的数据,容易算得

$$\frac{-4 - 2 + 0 + 2 + 4}{5} = 0, \quad \frac{-21 - 11 + 0 + 19 + 29}{5} = 3.2,$$

$$\therefore \hat{b} = \frac{(-4) \times (-21) + (-2) \times (-11) + 2 \times 19 + 4 \times 29 - 5 \times 0 \times 3.2}{(-4)^2 + (-2)^2 + 2^2 + 4^2 - 5 \times 0^2} = \frac{260}{40} = 6.5,$$

$$\hat{a} = 3.2 - 6.5 \times 0 = 3.2. \quad \text{..... (6 分)}$$

由上述计算结果,知所求线性回归方程为

$$\hat{y} - 257 = \hat{b}(t - 2012) + \hat{a} = 6.5(t - 2012) + 3.2,$$

$$\text{即 } \hat{y} = 6.5(t - 2012) + 260.2. \quad \text{..... (8 分)}$$

(2) 由(1)知, $\hat{b} = 6.5 > 0$,故 2008 年至 2016 年该地区粮食产量逐年增加,平均每两年增加 6.5 万吨. (10 分)

将 $t = 2018$ 代入(1)中的线性回归方程,得 $\hat{y} = 6.5 \times 6 + 260.2 = 299.2$,故预测该地区 2018 年粮食产量为 299.2 万吨. (12 分)

20. (1) 依题意有
$$\begin{cases} \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{..... (2 分)}$$

解得
$$\begin{cases} a^2 = 8, \\ b^2 = 2. \end{cases}$$

故椭圆 C 的方程为
$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1. \quad \text{..... (4 分)}$$

(2)由直线 l 平行于 OM ,得直线 l 的斜率 $k = k_{OM} = \frac{1}{2}$,

又 l 在 y 轴上的截距为 m ,所以 l 的方程为 $y = \frac{1}{2}x + m$ (6分)

$$\text{由} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + m, \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \text{得 } x^2 + 2mx + 2m^2 - 4 = 0.$$

因为直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两个不同的点,所以 $\Delta = (2m)^2 - 4(2m^2 - 4) > 0$,
解得 $-2 < m < 2$ (8分)

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

又 $\angle AOB$ 为钝角等价于 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} < 0$ 且 $m \neq 0$,

$$\begin{aligned} \text{则 } \vec{OA} \cdot \vec{OB} &= x_1x_2 + y_1y_2 = x_1x_2 + \left(\frac{1}{2}x_1 + m\right)\left(\frac{1}{2}x_2 + m\right) \\ &= \frac{5}{4}x_1x_2 + \frac{m}{2}(x_1 + x_2) + m^2 < 0, \end{aligned} \text{ (10分)}$$

将 $x_1 + x_2 = -2m, x_1x_2 = 2m^2 - 4$ 代入上式,

化简整理得 $m^2 < 2$,即 $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$,

故 m 的取值范围是 $(-\sqrt{2}, 0) \cup (0, \sqrt{2})$ (12分)

21. (1) 因为 $g(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x}} (x > 0)$, 所以 $g'(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}}e^x$ (2分)

所以当 $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 时, $g'(x) < 0$; 当 $x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 时, $g'(x) > 0$.

故 $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 单调递减, 在 $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 单调递增, (4分)

(2) $f(x) = xe^x - \ln x$, 从而 $f(x) > \frac{3}{2}$ 等价于 $\frac{e^x}{x^{\frac{1}{2}}} > \frac{\ln x + \frac{3}{2}}{x^{\frac{3}{2}}}$ (6分)

由(1)知 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 的最小值为 $g\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}e^{\frac{1}{2}}$ (7分)

$$\text{设函数 } h(x) = \frac{\ln x + \frac{3}{2}}{x^{\frac{3}{2}}}, \text{ 则 } h'(x) = -\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{2}\ln x\right)x^{-\frac{5}{2}}.$$

所以当 $x \in (0, e^{-\frac{5}{6}})$ 时, $h'(x) > 0$; 当 $x \in (e^{-\frac{5}{6}}, +\infty)$ 时, $h'(x) < 0$.

故 $h(x)$ 在 $(0, e^{-\frac{5}{6}})$ 单调递增, 在 $(e^{-\frac{5}{6}}, +\infty)$ 单调递减, 从而 $h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 的最大值为 $h(e^{-\frac{5}{6}}) = \frac{2}{3}e^{\frac{5}{4}}$ (10分)

因为 $\frac{81}{4} > e^3$, 所以 $\frac{3}{\sqrt{2}} > e^{\frac{3}{4}}$, 从而 $\sqrt{2}e^{\frac{1}{2}} > \frac{2}{3}e^{\frac{5}{4}}$.

综上, 当 $x > 0$ 时, $g(x) > h(x)$, 即 $f(x) > \frac{3}{2}$ (12分)

22. (1) 曲线 C 的普通方程为 $x^2 + y^2 = 4$ (1分)

当 $m = 1$ 时, 直线 l 的普通方程为 $x - \sqrt{3}y - 1 = 0$.

设圆心到直线 l 的距离为 d , 则 $d = \frac{|1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{1}{2}$ (3分)

从而直线 l 交曲线 C 所得的弦长为 $2 \times \sqrt{2^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{15}$ (5分)

(2) 直线 l 的普通方程为 $x - \sqrt{3}y - m = 0$.

则圆心到直线 l 的距离 $d = \frac{|m|}{2}$ (7分)

\therefore 由题意知 $\frac{|m|}{2} - 2 = 1, \therefore m = \pm 6$ (10分)

23. (1) 当 $a = -1$ 时, $f(x) = |x - 1| + |x + 1|$.

由 $f(x) \geq 3$ 得 $|x - 1| + |x + 1| \geq 3$ (1分)

当 $x \leq -1$ 时, 不等式可化为 $1 - x - 1 - x \geq 3$, 即 $-2x \geq 3$, 此时不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集为 $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right]$.

当 $-1 < x \leq 1$ 时, 不等式可化为 $1 - x + x + 1 \geq 3$, 即 $2 \geq 3$, 此时不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集为 \emptyset .

当 $x > 1$ 时, 不等式可化为 $x - 1 + x + 1 \geq 3$, 即 $2x \geq 3$, 此时不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集为 $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$.
..... (4分)

综上知不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集为 $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ (5分)

(2) 方法一 $\because f(x) = |x - 1| + |x - a| \geq |x - 1 - x + a| = |a - 1| \geq 3$, (7分)

$\therefore a - 1 \geq 3$ 或 $a - 1 \leq -3$, 即 $a \geq 4$ 或 $a \leq -2$.

$\therefore a$ 的取值范围是 $(-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$ (10分)

方法二 若 $a = 1, f(x) = 2|x - 1|$, 不满足题设条件. (6分)

若 $a < 1, f(x) = \begin{cases} -2x + a + 1, & x \leq a, \\ 1 - a, & a < x < 1, \text{此时 } f(x) \text{ 的最小值为 } 1 - a. \\ 2x - a - 1, & x \geq 1. \end{cases}$

若 $a > 1, f(x) = \begin{cases} -2x + a + 1, & x \leq 1, \\ a - 1, & 1 < x < a, \text{此时 } f(x) \text{ 的最小值为 } a - 1. \\ 2x - a - 1, & x \geq a. \end{cases}$

所以 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq 3$ 的充要条件是 $|a - 1| \geq 3$,

从而 a 的取值范围是 $(-\infty, -2] \cup [4, +\infty)$ (10分)