"天一大联考·三晋名校联盟"
2022—2023 学年高中毕业班阶段性测试(五)

数学(山西专版)答案

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. 答案 D

命题意图 本题考查集合的表示与运算.

解析 由 $\log_3 x<1$,得 $0<x<3$,所以 $A\cap B=\{1,2\}$.

2. 答案 A

命题意图 本题考查复数的运算及几何意义.

解析 $z=\frac{3+\mathrm{i}}{4-\mathrm{i}}=\frac{(3+\mathrm{i})(4+\mathrm{i})}{(4-\mathrm{i})(4+\mathrm{i})}=\frac{11}{17}+\frac{7}{17}\mathrm{i}$,其在复平面内对应的点的坐标为$\left(\frac{11}{17},\frac{7}{17}\right)$,位于第一象限.

3. 答案 C

命题意图 本题考查平面向量的数量积的应用.

解析 由题意知$|\boldsymbol{b}|=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}=2$,所以$(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-6\boldsymbol{b}^2=6+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-6\times4=-20$,即 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2$,所以$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=6-2\times(-2)+4=14$,即$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{14}$.

4. 答案 C

命题意图 本题考查指数和对数的实际应用.

解析 由题意得,经 n 层滤芯过滤后水中大颗粒杂质含量为 $60\left(1-\frac{2}{5}\right)^n=60\times\left(\frac{3}{5}\right)^n$,则 $60\times\left(\frac{3}{5}\right)^n\leqslant2$,得 $30\times\left(\frac{3}{5}\right)^n\leqslant1$,所以 $\lg 30+\lg\left(\frac{3}{5}\right)^n\leqslant0$,即 $\lg 10+\lg 3+n(\lg 2+\lg 3-\lg 10)\leqslant0$,所以 $1+0.48+(0.78-1)n\leqslant0$,得 $n\geqslant\frac{74}{11}$,所以 n 的最小值为 7.

5. 答案 B

命题意图 本题考查椭圆的性质.

解析 设$|PF_1|=|F_1F_2|=2c$,$|PF_2|=m$,由余弦定理可得$\frac{4c^2+m^2-4c^2}{2\times2c\times m}=\frac{1}{4}$,解得 $m=c$,则$|PF_1|+|PF_2|=3c$,根据椭圆的定义,离心率为$\frac{2c}{3c}=\frac{2}{3}$.

6. 答案 A

命题意图 本题考查二项式定理.

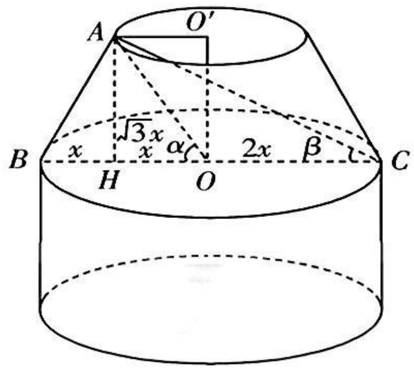
解析 分三种情况:(1)当因式 $2-x+ax^2$ 中取 2 时,x^2 项为 $2C_6^2\cdot1^4\cdot(-x)^2$,其系数为 30;(2)当因式$2-x+ax^2$ 中取 $-x$ 时,x^2 项为$(-x)\cdot C_6^1\cdot1^5\cdot(-x)^1$,其系数为 6;(3)当因式 $2-x+ax^2$ 中取 ax^2 时,x^2 项为 $ax^2\cdot C_6^0\cdot1^6\cdot(-x)^0$,其系数为 a. 因为 $30+6+a=25$,所以 $a=-11$.

7. 答案 C

命题意图 本题考查数学文化及几何体的体积.

解析 设下午阳光从上底面边缘的射入点为 A,O 为圆台下底面圆心,上底面圆心为 O',被下午太阳光线照射

到内部的下底面边缘点为 C，延长 CO 交 $\odot O$ 于 B，过 A 作 $AH\perp BO$ 于 H. 作出上午那条光线关于 OO' 对称的光线，则对称光线经过点 A,O，如图. 设圆台下底面半径为 $2x$，即 $OC=2x$. $\because\ \angle OAC=\alpha-\beta=30^\circ$，$\therefore\ \angle OAC=\angle OCA$，$\therefore\ \triangle AOC$ 为等腰三角形，$\therefore\ AO=CO=2x$，$\therefore\ HO=AO\cos\alpha=x$，$AH=AO\sin\alpha=\sqrt{3}x$. 易知四边形 $AHOO'$ 为矩形，$\therefore\ O'A=x$. $V_{台}=\dfrac{\pi}{3}\times\sqrt{3}x\times[(2x)^2+x^2+2x\cdot x]=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}\pi x^3=2\ 625\pi$，$\therefore\ x=5\sqrt{3}$，$\therefore\ S_{占地}=\pi(2x)^2=300\pi(\mathrm{m}^2)$.



8. **答案** B

命题意图 本题考查正弦定理和余弦定理的应用.

解析 由题意知 $a\sin A+2b\sin B=c\sin C$，所以由正弦定理得 $c^2=a^2+2b^2=1$. 由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=1$，所以 $a^2+2b^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，所以 $\cos C=-\dfrac{b}{2a}$，因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C=\sqrt{1-\dfrac{b^2}{4a^2}}$，所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2b^2\left(1-\dfrac{b^2}{4a^2}\right)}=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2b^2-\dfrac{1}{4}b^4}=\dfrac{1}{2}\sqrt{b^2(1-2b^2)-\dfrac{1}{4}b^4}=\dfrac{1}{2}\sqrt{-\dfrac{9}{4}b^4+b^2}$，则当 $b^2=\dfrac{2}{9}$ 时，$\left(-\dfrac{9}{4}b^4+b^2\right)_{\max}=-\dfrac{9}{4}\times\dfrac{4}{81}+\dfrac{2}{9}=\dfrac{1}{9}$，所以 $(S_{\triangle ABC})_{\max}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 每小题全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. **答案** ACD

命题意图 本题考查极差、中位数、平均数、方差的定义及计算.

解析 极差比原数据大 3，中位数不变，平均数变大，又因为最小的数据变小，最大的数据变大，其余数据不变，显然新数据较原数据相对于各自的平均值波动变大，由方差的意义易知方差也变大了.

10. **答案** BD

命题意图 本题考查分段函数的性质.

解析 当 $x<1$ 时，$f(x)=4\cdot 3^{x-1}-1$ 单调递增，则 $f(x)\in(-1,3)$，当 $x\geqslant 1$ 时，$f(x)=3(x^2-4x+3)=3(x-2)^2-3$，则 $f(x)$ 在 $[1,2)$ 上单调递减，在 $[2,+\infty)$ 上单调递增，$f(x)_{\min}=f(2)=-3$，故 $f(x)$ 的最小值为 -3，$f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty,1)$ 和 $[2,+\infty)$，故 A 错误，B 正确；若 $f(x)$ 在 $(-2,m)$ 上单调递增，根据分段函数不难判断出 $m\leqslant 1$，故 m 的最大值为 1，故 C 错误；根据题意，函数 $y=4\cdot 3^{x-1}-1$ 在 $(-\infty,1)$ 上有一个零点，函数 $y=3(x^2-4x+3)$ 在 $[1,+\infty)$ 上有两个零点 1 和 3，故 D 正确.

11. **答案** AD

命题意图 本题考查圆的方程与性质，直线与圆的位置关系.

解析 圆的标准方程为 $(x-2)^2+(y+1)^2=5-m$.

对于 A，若圆 C 的半径为 1，则 $5-m=1$，即 $m=4$，故 A 正确；

对于 B,因为圆心 $C(2,-1)$ 在第四象限,所以若圆不经过第二象限,则原点不在圆内,则 $0\leqslant m<5$,故 B 错误;

对于 C,直线 $l:x+ay+3a=0$ 恒经过定点 $A(0,-3)$,当 l 被圆截得的弦最短时,$l\perp AC$,因为 AC 的斜率为 1,所以 l 的斜率为 -1,其方程为 $x+y+3=0$,故 C 错误;

对于 D,当 $m=-4$ 时,圆的方程为 $(x-2)^2+(y+1)^2=9$,其半径 $R=3$,设切点 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$,则直线 PM,PN 的方程分别为 $(x_1-2)(x-2)+(y_1+1)(y+1)=9$,$(x_2-2)(x-2)+(y_2+1)(y+1)=9$,因为点 $P(4,3)$ 在切线 PM,PN 上,所以 $(x_1-2)(4-2)+(y_1+1)(3+1)=9$,$(x_2-2)(4-2)+(y_2+1)(3+1)=9$,即 $2x_1+4y_1-9=0$,$2x_2+4y_2-9=0$,所以直线 MN 的方程为 $2x+4y-9=0$,故 D 正确.

12. **答案** ABD

命题意图 本题考查数列的单调性、数形结合、数列的函数特性.

解析 A 项,$a_2=\mathrm{e}^2-2\mathrm{e}-1>0$,A 正确.

下面分析 B,C,D 项:构造函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-x\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}-1$,则 $f'(x)=\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}-\frac{x}{2}-1\right)$,构造函数 $g(x)=\mathrm{e}^x-x-1$,则 $g'(x)=\mathrm{e}^x-1$,所以 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减,在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,所以 $g(x)\geqslant g(0)=0$,即 $\mathrm{e}^x\geqslant x+1$,所以 $\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\geqslant\frac{x}{2}+1$,所以 $f(x)$ 单调递增. 再通过取点与单调性确定 $f(x)$ 的图象与直线 $h(x)=x$ 的位置关系.

当 $0\leqslant x\leqslant 2$ 时,$f(0)=h(0)=0$,$h(1)>f(1)>0$,$h(2)>f(2)>0$,当 $x\geqslant 3$ 时,$f(x)>h(x)\geqslant h(3)>0$,当 $x<0$ 时,$h(x)<f(x)<0$. 根据位置关系作出大致图象如图 1:

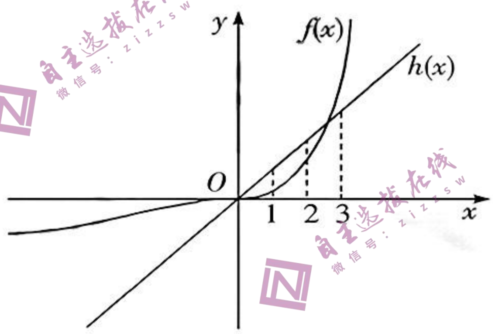


图 1

分析 B 项:如图 2,以 $(a_1,0)=(3,0)$ 为起始点,作垂直于 x 轴的直线与 $f(x)$ 的图象相交,确定交点 (a_1,a_2),从点 (a_1,a_2) 作平行于 x 轴的直线与 $h(x)$ 的图象相交,确定交点 (a_2,a_2),从点 (a_2,a_2) 作垂直于 x 轴的直线与 $f(x)$ 的图象相交,确定交点 (a_2,a_3),…,依此类推,由图可知,$a_1<a_2<a_3<a_4<\cdots<a_n$,$\{a_n\}$ 为递增数列,B 正确.

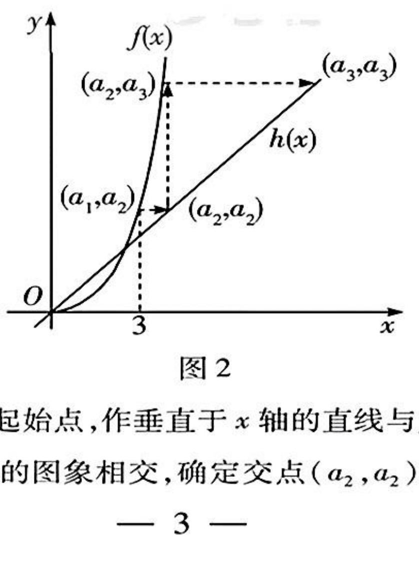


图 2

分析 C 项:如图 3,以 $(a_1,0)=(1,0)$ 为起始点,作垂直于 x 轴的直线与 $f(x)$ 的图象相交,确定交点 (a_1,a_2),从点 (a_1,a_2) 作平行于 x 轴的直线与 $h(x)$ 的图象相交,确定交点 (a_2,a_2),从点 (a_2,a_2) 作垂直于 x 轴的直线与

$f(x)$的图象相交,确定交点(a_2,a_3),…,依此类推,由图可知,$a_1>a_2>a_3>a_4>\cdots>a_n$,$\{a_n\}$为递减数列,$a_n$无限趋近于0,无最小值,C错误.

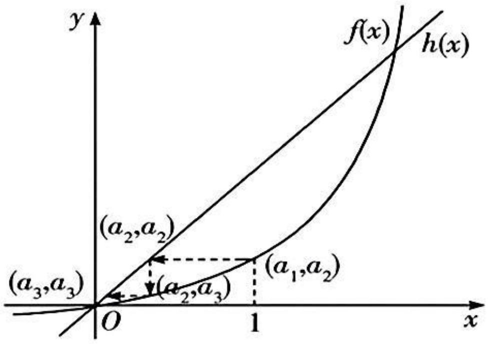


图3

分析D项:如图4,当$m<0$时,以$(a_1,0)=(m,0)$为起始点,作垂直于x轴的直线与$f(x)$的图象相交,确定交点(a_1,a_2),从点(a_1,a_2)作平行于x轴的直线与$h(x)$的图象相交,确定交点(a_2,a_2),从点(a_2,a_2)作垂直于x轴的直线与$f(x)$的图象相交,确定交点(a_2,a_3),…,依此类推.由图可知,当$m<0$时,$\{a_n\}$为递增数列,设$f(x)$与$h(x)$的图象在第一象限的交点为N,结合B,C项可知:当$m<0$或$m>x_N$时,$\{a_n\}$为递增数列,当$0<m<x_N$时,$\{a_n\}$为递减数列,当$m=x_N$时,$\{a_n\}$为常数列,显然,$\{a_n\}$一定有最小值或最大值,D正确.

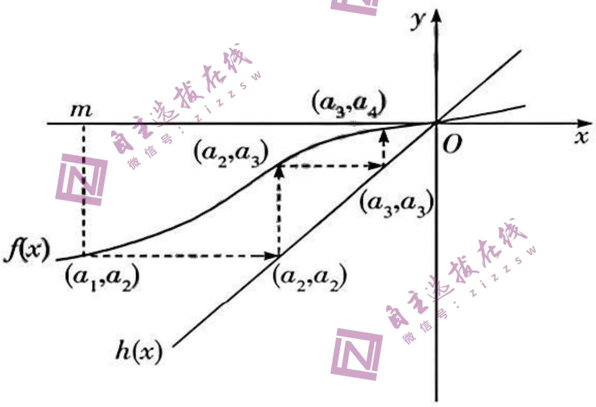


图4

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. **答案** $\frac{3}{5}$

命题意图 本题考查三角恒等变换的应用.

解析 因为$\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\theta-1}{1+\tan\theta}=2$,所以$\tan\theta=-3$,所以$\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta=\frac{\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\frac{\tan^2\theta+\tan\theta}{\tan^2\theta+1}=\frac{3}{5}$.

14. **答案** 2

命题意图 本题考查导数的几何意义.

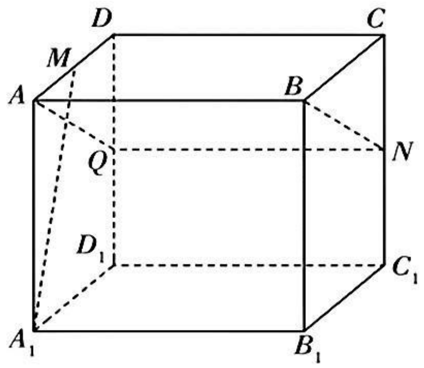
解析 $f'(x)=e^{ax}+a(x+1)e^{ax}-\frac{1}{(x-1)^2}$,因为$f(x)$在原点处的切线与直线$x+2y-2=0$垂直,所以$f'(0)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$,即$f'(0)=2$,所以$f'(0)=1+a-1=2$,得$a=2$.

15. **答案** 3

命题意图 本题考查线面垂直.

解析 如图,取DD_1的中点Q,CC_1的中点N,连接BN,NQ,AQ,易知$\triangle A_1AM\cong\triangle ADQ$,由$AD\perp DQ$,$AA_1\perp DA$可

得 $A_1M \perp AQ$. $\because AB \perp$ 平面 AA_1D_1D, $A_1M \subset$ 平面 AA_1D_1D, $\therefore AB \perp A_1M$. 又 $AB \cap AQ = A$, $\therefore A_1M \perp$ 平面 $ABNQ$, 则平面 $ABNQ$ 内任一点 P(不与 A 重合)均满足 $AP \perp A_1M$, 易知 $AP_{\max} = AN = 3$.



16. **答案** $\sqrt{10}-1$

命题意图 本题考查抛物线与圆的性质.

解析 由题可知直线 AB 的方程为 $y=\sqrt{3}\left(x-\frac{p}{2}\right)$. 由 $\begin{cases} y=\sqrt{3}\left(x-\frac{p}{2}\right), \\ y^2=2px, \end{cases}$ 整理得 $12x^2-20px+3p^2=0$, 则 $x_1+x_2=\frac{5p}{3}$, 则 $|AB|=x_1+x_2+p=\frac{5p}{3}+p=\frac{8p}{3}=8$, 解得 $p=3$, 所以 $F\left(\frac{3}{2},0\right)$. 因为 $|PF|+|PQ| \geqslant |QF| \geqslant |CF|-|CQ|=|CF|-1$, 又 $|CF|=\sqrt{\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\right)^2+1^2}=\sqrt{10}$, 所以 $|PF|+|PQ|$ 的最小值为 $\sqrt{10}-1$.

四、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题考查等比数列的性质以及数列求和.

解析 (Ⅰ)设 $\{a_n\}$ 的公比为 q, ……(1 分)

由 $2+a_4=\frac{a_3+a_5}{2}$, 可得 $2(2+2q^2)=2q+2q^3$, ……(2 分)

整理得 $(q-2)(q^2+1)=0$, 解得 $q=2$, ……(3 分)

$\therefore a_n=2^{n-1}$. ……(4 分)

(Ⅱ)$\because b_n=\frac{2n+1}{a_n}=(2n+1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$,

$\therefore S_n=3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0+5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1+7\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots+(2n+1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$, ①

$\frac{1}{2}S_n=3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1+5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+7\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+(2n+1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$, ② ……(6 分)

令① - ②, 得

$\frac{1}{2}S_n=3+1+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}-(2n+1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$=3+\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1-\frac{1}{2}}-(2n+1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n=5-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}-(2n+1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n=5-(2n+5)\left(\frac{1}{2}\right)^n$, ……(9 分)

$\therefore S_n=10-(2n+5)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. ……(10 分)

18. **命题意图** 本题考查三角恒等变换以及三角函数的性质.

解析 （Ⅰ）$f(x)=\frac{1}{2}\cos^2 x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{4}$. ……………………………………（3分）

令 $2x+\frac{\pi}{6}=k\pi,k\in\mathbf{Z}$，得 $x=-\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，

所以 $f(x)$ 的图象的对称中心的坐标为 $\left(-\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},\frac{1}{4}\right),k\in\mathbf{Z}$. ……………………（6分）

（Ⅱ）把 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$（纵坐标不变）得 $y=\frac{1}{2}\sin\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{4}$ 的图象，

再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)=\frac{1}{2}\sin\left(4x+\frac{5\pi}{6}\right)+\frac{1}{4}$ 的图象. ……（9分）

令 $t=4x+\frac{5\pi}{6},x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12}\right]$，

则 $g(x)=\frac{1}{2}\sin t+\frac{1}{4},t\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right]$，

所以当 $t=-\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{7\pi}{6}$，即 $x=-\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{\pi}{12}$ 时，$g(x)_{\min}=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{4}=0$，

当 $t=\frac{\pi}{2}$，即 $x=-\frac{\pi}{12}$ 时，$g(x)_{\max}=\frac{3}{4}$，

所以 $g(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12}\right]$ 上的值域为 $\left[0,\frac{3}{4}\right]$. ……………………（12分）

19. **命题意图** 本题考查离散型随机变量的分布列与数学期望.

解析 （Ⅰ）由已知可得，X 的所有可能取值为 0，3，10，

$P(X=0)=1-0.6=0.4$，

$P(X=3)=0.6\times(1-0.5)=0.3$，

$P(X=10)=0.6\times0.5=0.3$， ……………………………………（3分）

所以 X 的分布列为：

X	0	3	10
P	0.4	0.3	0.3

……………………………………………………（5分）

（Ⅱ）甲应选择先进行 B 项考核，理由如下：

由（Ⅰ）可知甲先进行 A 项考核，累计得分的期望为 $E(X)=0\times0.4+3\times0.3+10\times0.3=3.9$. ………（6分）

若甲先进行 B 项考核，记 Y 为甲的累计得分，

则 Y 的所有可能取值为 0，7，10，

$P(Y=0)=1-0.5=0.5$，

$P(Y=7)=0.5\times(1-0.6)=0.2$，

$P(Y=10)=0.5\times0.6=0.3$， ……………………………………（8分）

则 Y 的期望为 $E(Y)=0\times0.5+7\times0.2+10\times0.3=4.4.$ ……………………………………………（10 分）

因为 $E(Y)>E(X)$，

所以为使累计得分的期望最大，甲应选择先进行 B 项考核. ……………………………………………（12 分）

20. **命题意图** 本题考查面面垂直的证明及空间向量的应用.

解析 （Ⅰ）$\because DA=DB$，CD 平分 $\angle ACB$，$\therefore CD\perp AB$. ……………………………………………（1 分）

$\because DA=DB,EA=EB$，$\therefore ED\perp AB$. ……………………………………………（2 分）

又 $CD\cap ED=D$，$\therefore AB\perp$ 平面 CDE. ……………………………………………（3 分）

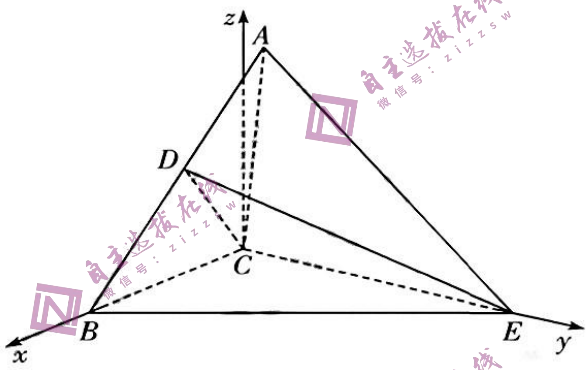
$\because AB\subset$ 平面 ABC，$\therefore$ 平面 $ABC\perp$ 平面 CDE. ……………………………………………（4 分）

（Ⅱ）设点 E 到平面 ABC 的距离为 h.

由题可知 $S_{\triangle ABC}$ 为定值，$V_{A-BCE}=V_{E-ABC}=\dfrac{h}{3}S_{\triangle ABC}$.

又 $h\leqslant CE$，$\therefore$ 当 V_{A-BCE} 最大时，$h=CE$，即 $CE\perp$ 平面 ABC. ……………………………………………（6 分）

如图，以 C 为原点，直线 CB,CE 分别为 x,y 轴建立空间直角坐标系 $Cxyz$，



则 $A(-1,0,\sqrt{3})$，$B(2,0,0)$，$C(0,0,0)$，$E(0,2,0)$，

$\therefore \overrightarrow{AE}=(1,2,-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{BE}=(-2,2,0)$. ……………………………………………（7 分）

设 $\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$ 为平面 ABE 的法向量，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{n}_1=x_1+2y_1-\sqrt{3}z_1=0,\\ \overrightarrow{BE}\cdot\boldsymbol{n}_1=-2x_1+2y_1=0,\end{cases}$ 令 $x_1=1$，得 $\boldsymbol{n}_1=(1,1,\sqrt{3})$. ……………………………………………（9 分）

易知 $\boldsymbol{n}_2=(0,0,1)$ 为平面 BCE 的一个法向量. ……………………………………………（10 分）

$\therefore \cos\langle\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{1+1+3}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$，

$\therefore$ 平面 ABE 与平面 BCE 的夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. ……………………………………………（12 分）

21. **命题意图** 本题考查轨迹与方程，双曲线与直线的位置关系.

解析 （Ⅰ）设 $P(x,y)$.

依题意 $\dfrac{\sqrt{(x-3)^2+(y-0)^2}}{\left|x-\dfrac{5}{3}\right|}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$， ……………………………………………（2 分）

整理得 $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$，即为曲线 C 的方程. ……………………………………………（4 分）

（Ⅱ）设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，将 $y=mx+n$ 代入 $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$，

整理得$(5m^2-4)x^2+10mnx+5n^2+20=0$,

由题意知$5m^2-4\neq 0$且$\Delta>0$,　(＊) ………………………………………………………… (5分)

则$x_1+x_2=\dfrac{-10mn}{5m^2-4}$,$x_1x_2=\dfrac{5n^2+20}{5m^2-4}$. ………………………………………………………… (6分)

因为$\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}=\dfrac{x_1}{y_1}+\dfrac{x_2}{y_2}$

$=\dfrac{x_1y_2+x_2y_1}{y_1y_2}$ ………………………………………………………… (7分)

$=\dfrac{x_1(mx_2+n)+x_2(mx_1+n)}{(mx_1+n)(mx_2+n)}$

$=\dfrac{2mx_1x_2+n(x_1+x_2)}{m^2x_1x_2+mn(x_1+x_2)+n^2}$ ………………………………………………………… (8分)

$=\dfrac{\dfrac{2m(5n^2+20)}{5m^2-4}+\dfrac{-10mn^2}{5m^2-4}}{\dfrac{m^2(5n^2+20)}{5m^2-4}+\dfrac{-10m^2n^2}{5m^2-4}+n^2}$

$=\dfrac{10m}{5m^2-n^2}$, ………………………………………………………… (9分)

所以$\dfrac{10m}{5m^2-n^2}=\dfrac{10}{m}$,得$n^2=4m^2$,因为$mn>0$,所以$n=2m$, ………………………………… (10分)

代入(＊)可得$m^2<4$且$m^2\neq\dfrac{4}{5}$,此时l的方程为$y=mx+2m=m(x+2)$, ……………………… (11分)

可知l过定点$(-2,0)$. ………………………………………………………… (12分)

22. **命题意图**　本题考查利用导数研究函数的性质.

解析　(Ⅰ)由题意知$f'(x)=\dfrac{m}{x}+2(x-1)=\dfrac{2x^2-2x+m}{x}$,$x>0$,

令$\Delta=(-2)^2-4\times 2\times m\leqslant 0$,得$m\geqslant\dfrac{1}{2}$,

此时$f'(x)\geqslant 0$,所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. ………………………………………… (1分)

当$m<\dfrac{1}{2}$时,令$f'(x)=0$,得$x_1=\dfrac{1-\sqrt{1-2m}}{2}$,$x_2=\dfrac{1+\sqrt{1-2m}}{2}$. ……………………………… (2分)

当$m\leqslant 0$时,$x_1\leqslant 0<x_2$,令$f'(x)<0$,得$0<x<x_2$,令$f'(x)>0$,得$x>x_2$,

所以$f(x)$在$(0,x_2)$上单调递减,在$(x_2,+\infty)$上单调递增. …………………………………… (3分)

当$0<m<\dfrac{1}{2}$时,$0<x_1<x_2$,令$f'(x)<0$,得$x_1<x<x_2$,令$f'(x)>0$,得$0<x<x_1$或$x>x_2$,

所以$f(x)$在(x_1,x_2)上单调递减,在$(0,x_1)$和$(x_2,+\infty)$上单调递增. ………………………… (4分)

综上所述:当$m\leqslant 0$时,$f(x)$在$\left(0,\dfrac{1+\sqrt{1-2m}}{2}\right)$上单调递减,在$\left(\dfrac{1+\sqrt{1-2m}}{2},+\infty\right)$上单调递增;当$0<m<\dfrac{1}{2}$时,$f(x)$在$\left(\dfrac{1-\sqrt{1-2m}}{2},\dfrac{1+\sqrt{1-2m}}{2}\right)$上单调递减,在$\left(0,\dfrac{1-\sqrt{1-2m}}{2}\right)$和$\left(\dfrac{1+\sqrt{1-2m}}{2},+\infty\right)$上单调递增;当$m\geqslant\dfrac{1}{2}$时,$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. ……………………………… (5分)

(Ⅱ)$g(x)=m\ln x+(x-1)^2-x^2+e^{x-1}=m\ln x-2x+1+e^{x-1}$,

$g'(x)=\frac{m}{x}-2+e^{x-1}=\frac{m+x(e^{x-1}-2)}{x}, x>0.$

设 $h(x)=m+x(e^{x-1}-2)$，则 $h'(x)=(x+1)e^{x-1}-2$，显然 $h'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调递增且 $h'(1)=0$，

………………………………………………………………………………………………（6 分）

所以当 $x\in(0,1)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，

所以 $h(x)$ 有极小值 $h(1)=m-1$，又 $h(0)=m$，……………………………………………（7 分）

①当 $m\geqslant 1$ 时，$h(x)\geqslant 0$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 时恒成立，即 $g'(x)\geqslant 0$，

所以 $g(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内单调递增，最多有一个零点，不符合题意. ……………………（8 分）

②当 $0<m<1$ 时，$h(0)>0$，$h(1)<0$，$h(3)>0$，

所以存在 $x_3\in(0,1)$，$x_4\in(1,3)$，使得 $h(x_3)=h(x_4)=0$，

则在 $(0,x_3)$ 内，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增，在 (x_3,x_4) 内，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减，在 $(x_4,+\infty)$ 内，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增，

又 $g(x_3)>g(1)=0>g(x_4)$，所以 $g(x)$ 在 (x_3,x_4) 上有一个零点 0，

又 $g(3)=m\ln 3-5+e^2>0$，且当 $x\to 0$ 时，$g(x)\to-\infty$，

所以 $g(x)$ 在 $(0,x_3)$ 和 $(x_4,+\infty)$ 上各有一个零点，

所以函数 $g(x)$ 有三个不同的零点. ………………………………………………………（10 分）

③当 $m\leqslant 0$ 时，$h(x)$ 在 $(0,1]$ 上小于零，又当 $x\to+\infty$ 时，$h(x)\to+\infty$，结合 $h(x)$ 的单调性可知，存在 $x_0\in(1,+\infty)$，使得 $h(x_0)=0$，且 $g(x)$ 在 $(0,x_0)$ 内单调递减，在 $(x_0,+\infty)$ 内单调递增，所以 $g(x)$ 最多有两个零点，不合题意. ………………………………………………………………………（11 分）

综上所述，实数 m 的取值范围是 $(0,1)$. ……………………………………………（12 分）