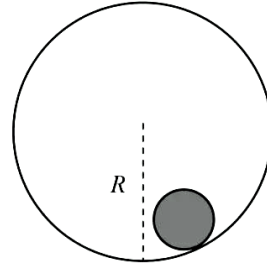


第 34 届全国中学生物理竞赛复赛理论考试试题

2017 年 9 月 16 日

说明：所有解答必须写在答题纸上，写在试题纸上无效。

一、(40 分) 一个半径为 r 、质量为 m 的均质实心小圆柱被置于一个半径为 R 、质量为 M 的薄圆筒中，圆筒和小圆柱的中心轴均水平，横截面如图所示。重力加速度大小为 g 。试在下述两种情形下，求小圆柱质心在其平衡位置附近做微振动的频率：



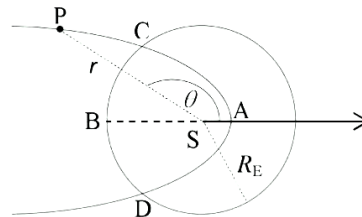
- (1) 圆筒固定，小圆柱在圆筒内底部附近作无滑滚动；
- (2) 圆筒可绕其固定的光滑中心细轴转动，小圆柱仍在圆筒内底部附近作无滑滚动。

二、(40 分) 星体 P (行星或彗星) 绕太阳运动的轨迹为圆锥曲线

$$r = \frac{k}{1 + \varepsilon \cos \theta}$$

式中， r 是 P 到太阳 S 的距离， θ 是矢径 SP 相对于极轴 SA 的夹角 (以逆时针方向为正)， $k = \frac{L^2}{GMm^2}$ ， L 是 P 相对于太阳的角动量， $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ 为引力常量， $M \approx 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ 为太阳的质量，

$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}}$ 为偏心率， m 和 E 分别为 P 的质量

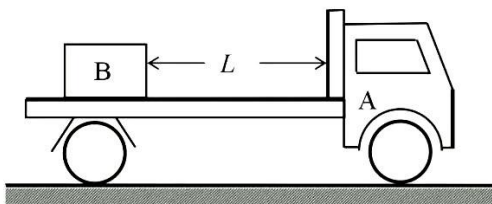


和机械能。假设有一颗彗星绕太阳运动的轨道为抛物线，地球绕太阳运动的轨道可近似为圆，两轨道相交于 C、D 两点，如图所示。已知地球轨道半径 $R_E \approx 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$ ，彗星轨道近日点 A 到太阳的距离为地球轨道半径的三分之一，不考虑地球和彗星之间的相互影响。求彗星

- (1) 先后两次穿过地球轨道所用的时间；
- (2) 经过 C、D 两点时速度的大小。

已知积分公式 $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+a}} = \frac{2}{3}(x+a)^{3/2} - 2a(x+a)^{1/2} + C$ ，式中 C 是任意常数。

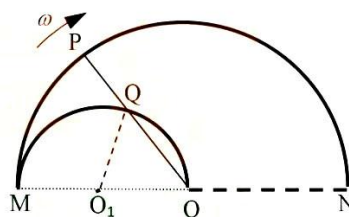
三、(40分) 一质量为 M 的载重卡车 A 的水平车板上载有一质量为 m 的重物 B, 在水平直公路上以速度 v_0 做匀速直线运动, 重物与车厢前壁间的距离为 L ($L > 0$)。因发生紧急情况, 卡车突然制动。已知卡车车轮与地面间的动摩擦因数和最大静摩擦因数均为 μ_1 , 重物与车厢底板间的动摩擦因数和最大静摩擦因数均为 μ_2 ($\mu_2 < \mu_1$)。若重物与车厢前壁发生碰撞, 则假定碰撞时间极短, 碰后重物与车厢前壁不分开。重力加速度大小为 g 。



(1) 若重物和车厢前壁不发生碰撞, 求卡车从制动开始到卡车停止的过程所花的时间和走过的路程、重物从制动开始到重物停止的过程所花的时间和走过的路程, 并导出重物 B 与车厢前壁不发生碰撞的条件;

(2) 若重物和车厢前壁发生碰撞, 求卡车从制动开始到卡车和重物都停止的过程所经历的时间、卡车走过的路程、以及碰撞过程中重物对车厢前壁的冲量。

四、(40分) 如俯视图, 在水平面内有两个分别以 O 点与 O_1 点为圆心的导电半圆弧内切于 M 点, 半圆 O 的半径为 $2a$, 半圆 O_1 的半径为 a ; 两个半圆弧和圆 O 的半径 ON 围成的区域内充满垂直于水平面向下的匀强磁场 (未画出), 磁感应强度大小为 B ; 其余区域没有磁场。半径 OP 为一均匀细金属棒, 以恒定的角速度 ω 绕 O 点顺时针旋转, 旋转过程中金属棒 OP 与两个半圆弧均接触良好。已知金属棒 OP 电阻为 R , 两个半圆弧的电阻可忽略。开始时 P 点与 M 点重合。在 t ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega}$) 时刻, 半径 OP 与半圆 O_1 交于 Q 点。求



(1) 沿回路 $QPMQ$ 的感应电动势;

(2) 金属棒 OP 所受到的原磁场 B 的作用力的大小。

五、(40分) 某种回旋加速器的设计方案如俯视图 a 所示, 图中粗黑线段为两个正对的极板, 其间存在匀强电场, 两极板间电势差为 U 。两个极板的板面中部各有一狭缝(沿 OP 方向的狭长区域), 带电粒子可通过狭缝穿越极板(见图 b); 两细虚线间(除开两极板之间的区域)既无电场也无磁场; 其它部分存在匀强磁场, 磁感应强度方向垂直于纸面。在离子源 S 中产生的质量为 m 、带电量为 q ($q > 0$) 的离子, 由静止开始被电场加速, 经狭缝中的 O 点进入磁场区域, O 点到极板右端的距离为 D , 到出射孔 P 的距离为 bD (常数 b 为大于 2 的自然数)。已知磁感应强度大小在零到 B_{\max} 之间可调, 离子从离子源上方的 O 点射入磁场区域, 最终只能从出射孔 P 射出。假设如果离子打到器壁或离子源外壁则即被吸收。忽略相对论效应。求

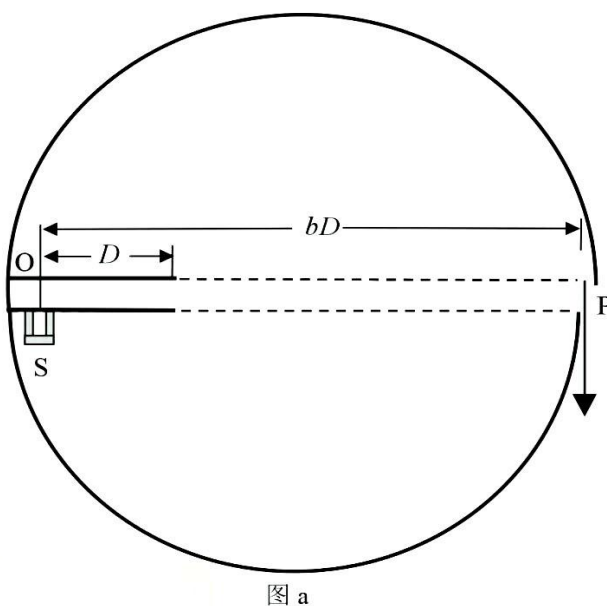


图 a

(1) 可能的磁感应强度 B 的最小值;
 (2) 磁感应强度 B 的其它所有可能值;
 (3) 出射离子的能量最大值。

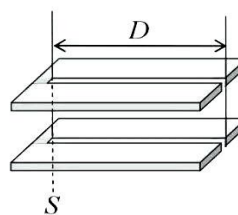


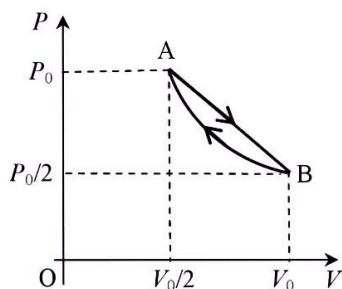
图 b

六、(40分) 1914年, 弗兰克-赫兹用电子碰撞原子的方法使原子从低能级激发到高能级, 从而证明了原子能级的存在。加速电子碰撞自由的氢原子, 使某氢原子从基态激发到激发态。该氢原子仅能发出一条可见光波长范围 ($400\text{nm} \sim 760\text{nm}$) 内的光谱线。仅考虑一维正碰。

- (1) 求该氢原子能发出的可见光的波长;
- (2) 求加速后电子动能 E_k 的范围;
- (3) 如果将电子改为质子, 求加速质子的加速电压的范围。

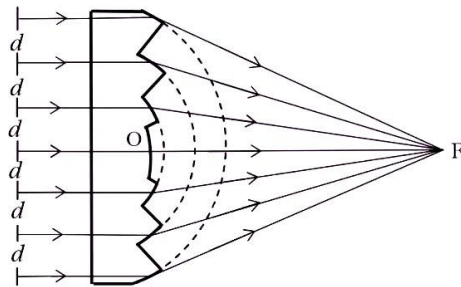
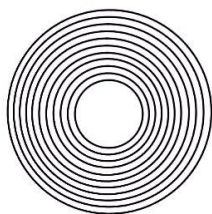
已知 $hc = 1240\text{nm} \cdot \text{eV}$, 其中 h 为普朗克常数, c 为真空中的光速; 质子质量近似为电子质量的 1836 倍, 氢原子在碰撞前的速度可忽略。

七、(40分) 如气体压强-体积图所示, 摩尔数为 ν 的双原子理想气体构成的系统经历一正循环过程(正循环指沿图中箭头所示的循环), 其中自 A 到 B 为直线过程, 自 B 到 A 为等温过程。双原子理想气体的定容摩尔热容为 $\frac{5}{2}R$, R 为气体常量。



- (1) 求直线 AB 过程中的最高温度;
- (2) 求直线 AB 过程中气体的摩尔热容量随气体体积变化的关系式, 说明气体在直线 AB 过程各段体积范围内是吸热过程还是放热过程, 确定吸热和放热过程发生转变时的温度 T_c ;
- (3) 求整个直线 AB 过程中所吸收的净热量和一个正循环过程中气体对外所作的净功。

八、(40分) 菲涅尔透镜又称同心圆阶梯透镜, 它是由很多个同轴环带套在一起构成的, 其迎光面是平面, 折射面除中心是一个球冠外, 其它环带分别是属



于不同球面的球台侧面, 其纵剖面如右图所示。这样的结构可以避免普通大口径球面透镜既厚又重的缺点。菲涅尔透镜的设计主要是确定每个环带的齿形(即它所属球面的球半径和球心), 各环带都是一个独立的(部分)球面透镜, 它们的焦距不同, 但必须保证具有共同的焦点(即图中 F 点)。已知透镜材料的折射率为 n , 从透镜中心 O(球冠的顶点)到焦点 F 的距离(焦距)为 f (平行于光轴的平行光都能经环带折射后会聚到 F 点), 相邻环带的间距为 d (d 很小, 可忽略同一带内的球面像差; d 又不是非常小, 可忽略衍射效应)。求

- (1) 每个环带所属球面的球半径和球心到焦点的距离;
- (2) 该透镜的有效半径的最大值和有效环带的条数。