

姓名 _____ 座位号 _____

(在此卷上答题无效)

文科数学

本试卷共 4 页, 22 题。全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟。

考生注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答: 用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答: 先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内, 写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, 4\}$, 则 $A \cup (\complement_I B) =$
A. $\{0\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 5\}$
2. 已知命题 p : 存在一个四边形, 它的两条对角线互相垂直, 下列说法正确的是
A. p 是真命题, 其否定为假命题
B. p 是假命题, 其否定为真命题
C. p 是真命题, 其否定为真命题
D. p 是假命题, 其否定为假命题
3. 已知两条直线 m, n 及平面 α , 则下列推理正确的是:
A. $m // \alpha, n // \alpha \Rightarrow m // n$ B. $m // n, m // \alpha \Rightarrow n // \alpha$;
C. $m \perp \alpha, n \perp \alpha \Rightarrow m // n$ D. $m \perp n, n \perp \alpha \Rightarrow m // \alpha$;
4. 要建造一个容积为 300 m^3 , 深为 3 m 的长方体无盖蓄水池, 池壁的造价为 100 元/ m^2 , 池底的造价为 150 元/ m^2 , 则该蓄水池的最低造价为
A. 2.5 万元 B. 2.6 万元 C. 2.7 万元 D. 2.8 万元

文科数学试卷 第 1 页 (共 4 页)

5. 将 $y = \sin 2x$ 图象上所有的点按向量 $a = \left(\frac{\pi}{6}, 1\right)$ 平移, 所得图像的解析式为

A. $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$

B. $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$

C. $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$

D. $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$

6. 当生物死亡后, 它的机体内原有的碳 14 含量会按确定的比率衰减(称为衰减率), 大约每经过 5730 年衰减为原来的一半, 这个时间称为“半衰期”, 则死亡生物体内碳 14 含量的年衰减率为 $p =$

A. $0.5^{\frac{1}{5730}}$

B. 0.5^{5730}

C. $1 - 0.5^{\frac{1}{5730}}$

D. $1 - 0.5^{5730}$

7. 已知函数 $f(x)$ 的部分图像如图, 则函数 $f(x)$ 的解析式可能为

A. $f(x) = (e^x - e^{-x}) \sin x$

B. $f(x) = (e^x + e^{-x}) \sin x$

C. $f(x) = (e^x - e^{-x}) \cos x$

D. $f(x) = (e^x + e^{-x}) \cos x$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_2 = 3, a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$, 则 $a_{2022} =$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

9. 已知平面上两个定点 O, M 的距离为 2, 点 P 是单位圆 O 上一动点, 若 $|\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PM}| = 2$, 则满足条件的点 P 的个数为

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

10. 设 $0 < x < 1, m = |\log_a(1-x)|, n = |\log_a(1+x)|$, 以下四个命题:

①当 $0 < a < 1$ 时, $m > n$;

②当 $0 < a < 1$ 时, $m < n$;

③当 $a > 1$ 时, $m > n$;

④当 $a > 1$ 时, $m < n$.

正确命题的序号是

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

11. 已知球 O 的半径为 3, 圆锥 SO_1 的顶点与底面都在该球面上, 则圆锥 SO_1 的体积最大值为

A. 32π

B. $\frac{32\pi}{3}$

C. $32\sqrt{3}\pi$

D. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{3}$

12. 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且满足 $f(2x) = f(2-2x), f(-x) = -f(x-2)$, 当 $x \in (-1, 1]$ 时, $f(x) = -x^2 +$

1, 则 $\sum_{i=1}^{2022} f(i) =$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2022

文科数学试卷 第 2 页(共 4 页)

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_5=S_{10}$,则 $a_8=$ _____.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(3,1), N(-1,3), \vec{OP}=\lambda\vec{OM}+(1-\lambda)\vec{ON}, a=(1,-1)$,若 $\vec{OP}$ 与 a 共线,则 $\lambda=$ _____.

15. 已知 $\tan(\pi+\alpha)=2$,则 $\tan\alpha=$ _____, $\cos 2\alpha=$ _____.

16. 已知函数 $f(x)=e^x-ax^2$ 有三个零点,则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

已知集合 $A=\{x|x^2-8x+12<0\}$,非空集合 $B=\{x|x^2+(a-2)x-2a<a^2(x-2)\}$.

(1)求集合 A ;

(2)记条件 $p:x\in A, q:x\in B$,且 p 是 q 必要不充分条件,求实数 a 的取值范围.

18. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $S_n=2a_n-n(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求证:数列 $\{a_n+1\}$ 是等比数列;

(2)求证: $\sum_{k=1}^n \frac{2^k}{a_k a_{k+1}} < 1$.

19. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, $BC=4, AC=6, \cos C=\frac{9}{16}$.

(1)求证: $B=2A$;

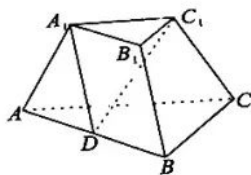
(2)若 $\vec{AD}=\lambda\vec{AC}, |BD|=\sqrt{14}$,求实数 λ 的值.

20. (12 分)

如图,在正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=2, A_1B_1=AA_1=1, D$ 为 AB 的中点.

(1) 求证:棱台过 D, A_1, C_1 的截面为正方形;

(2) 求点 B 到平面 DA_1C_1 的距离.



21. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x$, 直线 $l: y = x + 1$.

(1) 若直线 l 与曲线 $y = \frac{x^2}{4} + a$ 相切, 求实数 a 的值;

(2) 若曲线 $y = mf(x)$ 与直线 l 有两个公共点, 求实数 m 的取值范围.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - x - a \ln x (a > 0)$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) ①若 $f(x) \geq 0$, 求实数 a 的值;

②设 $n \in \mathbf{N}^*$, 求证: $\left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right) + \left(1 + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n^2}\right) > \ln(n+1)$.

文科数学参考答案

一.选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	C	C	A	C	B	D	B	A	B	A

1. 【解析】 $\complement_r B = \{0, 3, 5\}$, $A \cup (\complement_r B) = \{0, 1, 2, 3, 5\}$, 故选 D.

2. 【解析】显然 p 是真命题, 其否定为假命题, 故选 A.

3. 【解析】选 C.

4. 【解析】设水池底面的长宽分别为 x, y m, 则 $xy = 100$. 造价为 $M = 6(x+y) \times 100 + xy \times 150 \geq 27000$, 故选 C.

5. 【解析】即将 $y = \sin 2x$ 图象上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 向上平移 1 个单位, 其解析式为 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$, 故选 A.

6. 【解析】由已知得: $(1-p)^{5730} = \frac{1}{2}$, 故 $p = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5730}}$, 所以选 C.

7. 【解析】由于图像关于原点对称, 所以 $f(x)$ 为奇函数, 故排除 AD. 由图知 $f(x)$ 图像不经过点 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, 故排除 C, 故选 B.

8. 【解析】由 $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$, 得 $a_{n+3} = \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n}$, 故 $a_{n+6} = a_n$, $\{a_n\}$ 是周期为 6 的数列.

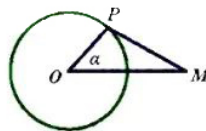
$a_1 = 2, a_2 = 3$, 所以 $a_3 = \frac{3}{2}, a_4 = \frac{1}{2}, a_5 = \frac{1}{3}, a_6 = \frac{2}{3}$, 故 $a_{2022} = a_6 = \frac{2}{3}$, 故选 D.

9. 【解析】设 $\angle POM = \alpha, \alpha \in [0, \pi]$,

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OP} \cdot (\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP}) = 2\cos\alpha - 1,$$

当 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PM} = 2$ 时, $\cos\alpha = \frac{3}{2} > 1$, α 不存在;

当 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PM} = -2$ 时, $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{2\pi}{3}$, 此时存在两个点. 故选 B.



10. 【解析】当 $a > 1$ 时, $|\log_a(1-x)| - |\log_a(1+x)| = -\log_a(1-x^2) > 0$, 所以 $|\log_a(1-x)| > |\log_a(1+x)|$.

当 $0 < a < 1$ 时, $|\log_a(1-x)| - |\log_a(1+x)| = \log_a(1-x^2) > 0$, 所以 $|\log_a(1-x)| > |\log_a(1+x)|$.

故选 A.

11. 【解析】设圆锥 SO_1 的底面半径为 r , 球 O 到圆锥 SO_1 的底面距离为 h , 圆锥 SO_1 的体积取最大值时, 圆锥的高

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{25 + 16 - 36}{2 \times 5 \times 4} = \frac{1}{8}, \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{25 + 36 - 16}{2 \times 5 \times 6} = \frac{3}{4} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } \cos 2A = 2\cos^2 A - 1 = 2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 1 = \frac{1}{8}$$

因为 A, B 为三角形的内角, 且 $\cos B = \cos 2A$, 所以 $B = 2A$ 6 分

(2) 因为 $\overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AC}$, $|\overrightarrow{BD}| = \sqrt{14} < 4$, 所以点 D 在 AC 上.7 分

由 (1) 知 $\cos A = \frac{3}{4}$, 设 $AD = x$,

在 $\triangle ABD$ 中, 由余弦定理知:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos A,$$

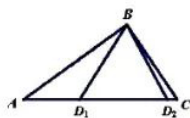
$$\text{化简得: } 2x^2 - 15x + 22 = 0.$$

$$\text{解得 } x = \frac{11}{2} \text{ 或 } x = 2. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

当 $x = 2$ 时, $AD = 2$, $\lambda = \frac{1}{3}$;

当 $x = \frac{11}{2}$ 时, $AD = \frac{11}{2}$, $\lambda = \frac{11}{12}$.

综合上述, $\lambda = \frac{1}{3}$ 或 $\lambda = \frac{11}{12}$12 分



20. 【解析】(1) 取 BC 的中点 E , 连接 ED, EC_1 .

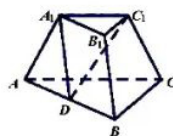
因为 D 为 AB 的中点, 所以 $DE \parallel AC$, $DE = \frac{1}{2}AC = 1$

又 $AC \parallel A_1C_1$, 故 $DE \parallel A_1C_1$, $DE = A_1C_1 = 1$.

所以 DEA_1C_1 为平行四边形, 即为平面 DA_1C_1 的截

面.3 分

又 $A_1B_1 \parallel DB$, $A_1B_1 = DB = 1$, 所以 A_1B_1BD 为平行四边形, 所以 $A_1D = BB_1 = 1$.



所以 DEA_1C_1 为菱形.

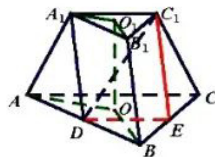
取下底面与上底面中心 O, O_1 , 连接 OO_1, OB, O_1B_1 ,

则 $OO_1 \perp$ 平面 ABC , 故 $DE \perp OO_1$, 又 $DE \perp OB$

所以 $DE \perp$ 平面 OO_1B_1B , 所以 $DE \perp BB_1$

又 $A_1D \parallel BB_1$, 故 $DE \perp DA_1$

所以 DEA_1C_1 为正方形, 即平面 DA_1C_1 的截面为正方形.6 分



(2) 在直角梯形 OO_1B_1B 中, $OB = \frac{2\sqrt{3}}{3}, O_1B_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}, BB_1 = 1$,

$$\text{故 } OO_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{三棱锥 } D-A_1B_1C_1 \text{ 的体积 } V_{D-A_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{12} \text{9 分}$$

由 (1) 知, $BB_1 \parallel$ 平面 DEA_1C_1 ,

所以点 B 到平面 DA_1C_1 的距离等于点 B_1 到平面 DA_1C_1 的距离.

设点 B 到平面 DA_1C_1 的距离为 h , $\triangle DA_1C_1$ 的面积为 $\frac{1}{2}$.

故三棱锥 $B_1-DA_1C_1$ 的体积为 $V_{B_1-DA_1C_1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times h = \frac{1}{6}h$.

又 $V_{D-A_1B_1C_1} = V_{B_1-DA_1C_1}$, 所以 $\frac{1}{6}h = \frac{\sqrt{2}}{12}$, 故 $h = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

所以点 B 到平面 DA_1C_1 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$12 分

21. 【解析】(1) 由 $y = \frac{x^2}{4} + a$, 所以 $y' = \frac{1}{2}x$.

设直线 l 与曲线 $y = \frac{x^2}{4} + a$ 的切点坐标为 (x_0, y_0) , $y_0 = \frac{x_0^2}{4} + a$ 2 分

故 $\frac{1}{2}x_0 = 1$, 得 $x_0 = 2$, 所以 $y_0 = 3$ 4 分

因此 $\frac{x_0^2}{4} + a = 3$, 解得 $a = 2$6 分

(2) 该问题等价于 $me^x = x+1$, 即 $m = (x+1)e^{-x}$ 有两个实数根.

令 $g(x) = (x+1)e^{-x}$, 则 $g'(x) = -xe^{-x}$ 8 分

故 $A = \{x | 2 < x < 6\}$4 分

(2) $x^2 + (a-2)x - 2a < a^2(x-2)$ 化为 $x^2 - (a^2 - a + 2)x + 2(a^2 - a) < 0$

由 $x^2 - (a^2 - a + 2)x + 2(a^2 - a) = 0$ 解得 $x_1 = 2, x_2 = a^2 - a$.

由于 B 非空, 故 $a^2 - a \neq 2$, 故 $a \neq -1, a \neq 2$6 分

因为 p 是 q 必要不充分条件, 则 B 是 A 的真子集, 此时 $B = \{x | 2 < x < a^2 - a\}$ 8 分

所以 $2 < a^2 - a < 6$, 即 $\begin{cases} a^2 - a > 2 \\ a^2 - a < 6 \end{cases}$, 解得 $-2 < a < -1$ 或 $2 < a < 3$.

故实数 a 的取值范围是 $(-2, -1) \cup (2, 3)$10 分

18. 【解析】(1) 由已知得 $S_{n+1} = 2a_{n+1} - (n+1)$, 又 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$

所以 $a_{n+1} = 2a_{n+1} - 2a_n - 1$, 故 $a_{n+1} = 2a_n + 1$ 2 分

所以 $a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1)$ 4 分

又当 $n=1$ 时, $S_1 = 2a_1 - 1$, 又 $S_1 = a_1$, 故 $a_1 = 1$.

故数列 $\{a_n + 1\}$ 是首项为 2, 公比为 2 的等比数列5 分

(2) 由 (1) 可知: $a_n + 1 = 2^n$, 故 $a_n = 2^n - 1$ 6 分

所以 $\frac{2^k}{a_k a_{k+1}} = \frac{(2^{k+1} - 1) - (2^k - 1)}{(2^k - 1)(2^{k+1} - 1)} = \frac{1}{2^k - 1} - \frac{1}{2^{k+1} - 1}$ 8 分

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \frac{2^k}{a_k a_{k+1}} &= \frac{2}{a_1 a_2} + \frac{2^2}{a_2 a_3} + \frac{2^3}{a_3 a_4} + \cdots + \frac{2^k}{a_k a_{k+1}} + \cdots + \frac{2^n}{a_n a_{n+1}} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2^2 - 1}\right) + \left(\frac{1}{2^2 - 1} - \frac{1}{2^3 - 1}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2^k - 1} - \frac{1}{2^{k+1} - 1}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2^n - 1} - \frac{1}{2^{n+1} - 1}\right) \cdots \cdots 10 \text{ 分} \\ &= 1 - \frac{1}{2^{n+1} - 1} < 1 \end{aligned}$$

综上可知: $\sum_{k=1}^n \frac{2^k}{a_k a_{k+1}} < 1$ 12 分

19. 【解析】(1) 在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos C = 36 + 16 - 27 = 25,$$

所以 $AB = 5$ 2 分

当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $\varphi'(x) > 0$, $\varphi(x)$ 单调递增;

当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $\varphi'(x) < 0$, $\varphi(x)$ 单调递减.

$$\varphi(x)_{\max} = \varphi(0) = 1 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

又 $x \rightarrow +\infty, \varphi(x) \rightarrow 0$, 且 $x \rightarrow -\infty, \varphi(x) \rightarrow -\infty$

故实数 m 的取值范围是 $(0, 1)$12 分

22. 【解析】(1) 由已知 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$.

$$f'(x) = 2x - 1 - \frac{a}{x} = \frac{2x^2 - x - a}{x} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{令 } g(x) = 2x^2 - x - a, \Delta = 1 + 8a > 0$$

$$g(x) = 0 \text{ 有两根 } x_1 = \frac{1 - \sqrt{1 + 8a}}{4}, x_2 = \frac{1 + \sqrt{1 + 8a}}{4} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } a > 0, \quad x_1 \leq 0, x_2 \geq \frac{1}{2}$$

$x \in (0, x_2)$ 时, $g(x) < 0$, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减;

$x \in (x_2, +\infty)$ 时, $g(x) > 0$, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增.

故函数 $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{1 + \sqrt{1 + 8a}}{4}\right)$ 单调递减, 在 $\left(\frac{1 + \sqrt{1 + 8a}}{4}, +\infty\right)$ 单调递增. 4 分

(2) ① 因为 $f(1) = 0$, 所以 $f(x) \geq 0$ 等价于 $f(x) \geq f(1)$.

由 (1) 知: $f(x)_{\min} = f(x_2)$.

当 $a = 1$ 时, $x_2 = 1$, 故 $f(x) \geq f(1) = 0$ 满足题意.6 分

当 $a > 1$ 时, $x_2 > 1$, $x \in (1, x_2)$, 故 $f(x) < f(1) = 0$ 不满足题意.

当 $0 \leq a < 1$ 时, $\frac{1}{2} \leq x_2 < 1$, $x \in (x_2, 1)$, 故 $f(x) < f(1) = 0$ 不满足题意.

综上所述: $a = 1$ 8 分

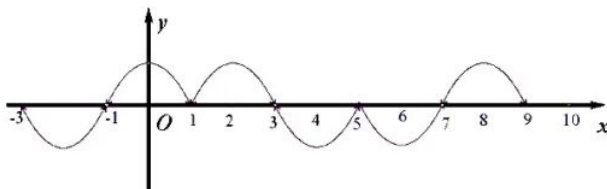
② 由①可知: $a = 1$ 时, $f(x) \geq 0$,

即 $x^2 - x \geq \ln x$, 当且仅当 $x = 1$ 时取等号.

为 $h+3$ ，此时 $r^2=9-h^2$ ($0 \leq h < 3$) 体积为 $V = \frac{\pi}{3} r^2 (3+h) = \frac{\pi}{3} (9-h^2)(3+h)$

$V' = \pi(1-h)(3+h)$ ，故当 $h=1$ 时， $V_{\max} = \frac{32\pi}{3}$ ，故选 B。

12. 【解析】由已知函数 $f(x)$ 图像关于 $x=1$ 及点 $(-1,0)$ 对称，故 $T=8$ 如图。



所以 $f(1)=f(3)=f(5)=f(7)=0, f(2)=f(8)=1, f(4)=f(6)=-1$ ；

$\sum_{i=1}^{2022} f(x_i) = f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6) = -1$ ，故选 A。

二. 填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13. 【答案】0 【解析】由已知得 $a_6 + \dots + a_{10} = 0$ ，故 $a_6 + a_{10} = 2a_8 = 0$ ，故 $a_8 = 0$ 。

14. 【答案】-1 【解析】设 $\overrightarrow{OP} = (x, y)$ ，由 $\overrightarrow{OP}$ 与 $\mathbf{a}$ 共线，所以 $x+y=0$ 。由 $\overrightarrow{OP} = \lambda \overrightarrow{OM} + (1-\lambda) \overrightarrow{ON}$ 可得：

$x = 3\lambda - (1-\lambda) = 4\lambda - 1$ ， $y = \lambda + 3(1-\lambda) = 3 - 2\lambda$ ，所以得 $2\lambda + 2 = 0$ 故 $\lambda = -1$

15. 【答案】2； $-\frac{3}{5}$ （答对 1 空给 2 分，全对给 5 分）【解析】 $\tan(\pi + \alpha) = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2$ ， $\tan \alpha = 2$ ，所以

$\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ ， $\cos 2\alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = -\frac{3}{5}$

16. 【答案】 $\left(\frac{e^2}{4}, +\infty\right)$ 【解析】当 $a=0$ 时，显然即 $f(x)$ 无零点。

当 $a \neq 0$ 时， $f(x)=0$ 得 $\frac{1}{a} = \frac{x^2}{e^x}$ ，令 $g(x) = \frac{x^2}{e^x}$ ， $g'(x) = -\frac{x^2 - 2x}{e^x}$ 。

故 $g(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ ， $(2, +\infty)$ 递减， $(0, 2)$ 递增。 $g(0)=0, g(2)=\frac{4}{e^2}$ 。

所以 $0 < \frac{1}{a} < \frac{4}{e^2}$ ，故实数 a 的取值范围是 $\left(\frac{e^2}{4}, +\infty\right)$ 。

三. 解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、解答过程或演算步骤。

17. 【解析】(1) 解方程 $x^2 - 8x + 12 = 0$ ，得两根为 2 和 6，.....2 分

所以不等式 $x^2 - 8x + 12 < 0$ 的解为 $2 < x < 6$ 。

2022-2023 学年九江十校第一次联考·文科数学参考答案 第 2 页 (共 7 页)

故当 $x = \frac{n+1}{n}$ 时, 可得 $\frac{n+1}{n^2} > \ln \frac{n+1}{n}$, 即 $\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} > \ln(n+1) - \ln n$ 10 分

$$\begin{aligned} \text{故} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right) + \left(1 + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n^2}\right) &= 2 + \frac{3}{4} + \cdots + \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right) \\ &> (\ln 2 - \ln 1) + (\ln 4 - \ln 3) + \cdots + [\ln(n+1) - \ln n] = \ln(n+1). \end{aligned}$$

$$\text{故} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}\right) + \left(1 + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n^2}\right) > \ln(n+1). \quad \text{.....12 分}$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线