





三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分)

某烘焙店加工一个成本为 60 元的蛋糕,然后以每个 120 元的价格出售,如果当天卖不完,剩下的这种蛋糕作餐厨垃圾处理。

(1)若烘焙店一天加工 16 个这种蛋糕,求当天的利润  $y$ (单位:元)关于当天需求量  $n$ (单位:个,  $n \in \mathbf{N}$ ) 的函数解析式;

(2)为了解该种蛋糕的市场需求情况与性别是否有关,随机统计了 100 人的购买情况,得如下列联表:

	男	女	合计
购买	15	35	50
不购买	6	44	50
合计	21	79	100

问:能否有 95% 的把握认为是否购买蛋糕与性别有关?

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.025	0.010
$k_0$	2.706	3.841	5.024	6.635

18. (12 分)

在锐角  $\triangle ABC$  中,内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,且  $\frac{b}{\cos A \sin C} = \frac{c}{\sin C} + \frac{a}{\cos A}$ .

(1)求角  $C$  的大小;

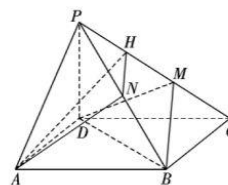
(2)若  $b = 1$ ,求  $c$  的取值范围.

19. (12 分)

如图,在四棱锥  $P-ABCD$  中,底面  $ABCD$  是菱形,点  $M$  在线段  $PC$  上,  $PD = BD = BC = \sqrt{3}$ ,  $N$  是线段  $PB$  的中点,且三棱锥  $M-BCD$  的体积是四棱锥  $P-ABCD$  的体积的  $\frac{1}{6}$ .

(1)若  $H$  是  $PM$  的中点,证明:平面  $ANH \parallel$  平面  $BDM$ ;

(2)若  $PD \perp$  平面  $ABCD$ ,求点  $D$  到平面  $BCM$  的距离.



20. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点为  $F(-1, 0)$ , 且点  $(1, -\frac{\sqrt{2}}{2})$  在椭圆  $C$  上.

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 设过点  $F$  的直线  $l$  与  $C$  相交于  $A, B$  两点, 直线  $m: x = -2$ , 过  $F$  作垂直于  $l$  的直线与直线  $m$  交于点  $T$ ,

求  $\frac{|TF|}{|AB|}$  的最小值和此时  $l$  的方程.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = (2-x)e^x, g(x) = a(x-1)^2$ .

(1) 求曲线  $y=f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程;

(2) 讨论  $y=f(x)$  和  $y=g(x)$  的图象交点个数.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l: \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$ , 曲线  $C_1: \begin{cases} x = \sqrt{2} \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} (\theta \text{ 为参数})$ .

(1) 设  $l$  与  $C_1$  相交于  $A, B$  两点, 求  $|AB|$ ;

(2) 若  $Q$  是曲线  $C_2: \begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 3 + \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$  上的一个动点, 设点  $P$  是曲线  $C_1$  上的一个动点, 求  $|PQ|$  的最大值.

23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知  $x + 2y + 3z = \sqrt{14}$ .

(1) 求  $x^2 + y^2 + z^2$  的最小值  $M$ ;

(2) 若  $a, b \in \mathbf{R}^+, a + b = M$ , 求证:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$ .

数学(文科)试题 第 4 页(共 4 页)

## 专注名校多元录取

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

### 温馨提示：

**全国重点中学 2020 届高三上学期期中考试试题及答案汇总** (更新下载中)，点击链接获得  
<http://www.zizzs.com/c/201911/40242.html>