

南京师大附中 2023 届高三二年级期末考试

数学 2023.6

第I卷（选择题共 60 分）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.复数 $\frac{3+i}{i}$ 在复平面内对应的点位于（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

2. 设集合 $A = \{x | (x+2)(x-3) \neq 0\}$, $B = \{x | \lg x > 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $[-2, 3]$ B. $[3, +\infty)$ C. $(-\infty, -2] \cup (1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

3. 设某中学的女生体重 y (单位: kg) 与身高 x (单位: cm) 具有线性相关关系, 根据一组样本数据

$(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$, 用最小二乘法建立的经验回归方程为 $\hat{y} = 0.84x - 86.71$. 若该中学女生的平均身高为 160cm, 则该中学女生的平均体重的估计值是 ()

- A. 47.69kg B. 48.69kg C. 57.69kg D. 58.69kg

4. 设 \vec{a} 与 \vec{b} 均为单位向量, 它们的夹角为 θ . 若 $|\vec{a} + \vec{b}| > 1$, 则 θ 的范围是 ()

- A. $\left[0, \frac{\pi}{3}\right)$ B. $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{3}, \pi\right]$ D. $\left(\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$

5. 设 $a = \frac{3}{4}$, $b = \log_8 5$, $c = \log_5 3$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
C. $c < b < a$ D. $c < a < b$

6. 现有 5 名同学去 3 个养老院参加公益活动, 每名同学只去 1 个养老院, 每个养老院至少安排 1 名同学, 则不同安排方案的种数为 ()

- A. 25 B. 40 C. 150 D. 240

7. 设函数 $f(x) = e^x - e^{-x} - 2\sin x$, 则关于 t 的不等式 $f(t) + f(2t+1) \neq 0$ 的解集为 ()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right]$ C. $[-1, +\infty)$ D. $\left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

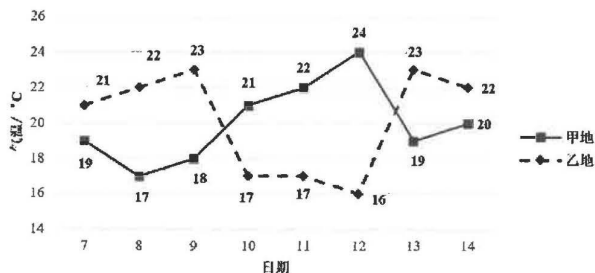
8. 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , N 是 l 与 x 轴的交点, $M(3, 0)$. 过此抛物线上一点 P 作直线 l 的垂

线,垂足记为点 Q , PF 与 MQ 相交于点 T ,若 $\overrightarrow{TN} + \overrightarrow{TP} = \overrightarrow{MT}$,则点 T 到 x 轴的距离为()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

二、多项选择题(本大题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求的.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分)

9.甲、乙两地四月7日至14日的最高气温如图所示,下列说法中正确的是()



- A. 乙地在这8日内最高气温的极差为 8°C
 B. 甲、乙两地12日温差最大
 C. 甲地这8日平均气温为 20°C
 D. 甲地的75百分位数是 21.5°C

10. 已知 $\{a_n\}$ 为各项为正数的等比数列, $a_2 = \frac{1}{4}, a_5 = 2$.记 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, T_n 是数列 $\{a_n^2\}$ 的前 n 项

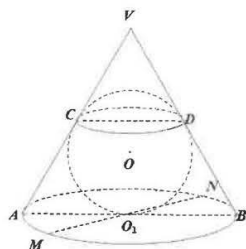
和,则下列说法正确的是()

- A. 数列 $\{a_n\}$ 的公比为2
 B. $\frac{S_{2n}}{T_n} = 24$
 C. 数列 $\{\log_2 a_n\}$ 为等差数列
 D. 数列 $\{\log_2 a_n\}$ 的前 n 项和为 $\frac{n^2 - 3n + 24}{2}$

11. 若函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$), 则 $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内可能()

- A. 单调递增 B. 单调递减
 C. 有最小值, 无最大值 D. 有最大值, 无最小值

12. 如图, 圆锥 VAB 内有一个内切球 O , 球 O 与母线 VA, VB 分别切于点 C, D . 若 $\triangle VAB$ 是边长为 2 的等边三角形, O_1 为圆锥底面圆的中心, MN 为圆 O_1 的一条直径 (MN 与 AB 不重合), 则下列说法正确的是 ()



- A. 球的表面积与圆锥的侧面积之比为 2:3
 B. 平面 CMN 截得圆锥侧面的交线形状为抛物线
 C. 四面体 $CDMN$ 的体积的取值范围是 $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$
 D. 若 P 为球面和圆锥侧面的交线上一点, 则 $PM + PN$ 最大值为 $2\sqrt{2}$

第 II 卷 (非选择题共 90 分)

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若 $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 2$, 则 $\tan x$ 的值为 _____.

14. $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^6$ 展开式中的常数项为 _____ (结果用数字表示)

15. 现有两个罐子, 1 号罐子中装有 2 个红球, 1 个黑球, 2 号罐子中装有 3 个红球, 1 个黑球. 现先从 1 号罐子中随机取出一个球放入 2 号罐子, 再从 2 号罐子中取一个球, 则从 2 号罐子中取出的球是红球的概率为 _____.

16. 若存在实数 a, b 使得 $e^a + be \cdot a + \ln b + 3$, 则 $a + b$ 的值为 _____.

四、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知各项不为零的数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, 2a_{n+1}a_n + a_{n+1} - a_n = 0 (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 求 a_2, a_3 , 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记数列 $\{a_n a_{n+1}\}$ 的前 n 项和为 S_n , 证明: $S_n < \frac{1}{2}$.

18. (本小题满分 12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = 2\sin B, \frac{\cos B}{\cos C} = \frac{2a-b}{c}$.

- (1) 求 c ;
(2) 求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

19. (本小题满分 12 分)

“总要来趟南京吧!”今年一季度南京接待游客 4 千多万,居全省第一.南京的旅游资源十分丰富,既有中山陵、夫子庙、玄武湖、南京博物院等传统景区,又有科巷、三七八巷、德基广场等新晋网红景点.

(1) 如果随机访问了 50 名外地游客,所得结果如下表所示:

	首选传统景区	首选网红景点	总计
男性	20		30
女性		12	20

试判断是否有 90% 的把握认为是否首选网红景点与性别有关;

(2) 根据互联网调查数据显示,外地游客来南京旅游首选传统景区的概率是 0.6,首选网红景点的概率是 0.4. 如果随机访问 3 名外地游客,他们中首选网红景点的人数记为 X ,求 X 的分布列和期望.

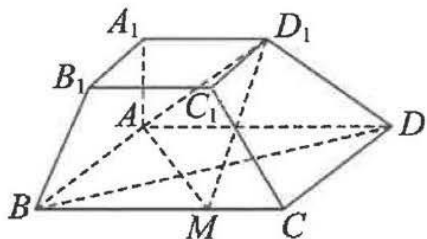
附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ (其中 $n = a + b + c + d$).

$P(\chi^2 \geq k)$	0.05	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

20. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$\angle ABC = 60^\circ, AB = 2AA_1 = 2A_1B_1$.



- (1) 证明: $BD \perp CC_1$;
(2) 点 M 是棱 BC 上靠近点 C 的三等分点,求二面角 $M-AD_1-D$ 的余弦值.

21. (本小题满分 12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 经过点 $P(4, 6)$, 且离心率为 2.

(1) 求 C 的方程;

(2) 过点 P 作 y 轴的垂线, 交直线 $l: x=1$ 于点 M , 交 y 轴于点 N . 设点 A, B 为双曲线 C 上的两个动点, 直

线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 , 若 $k_1 + k_2 = 2$, 求 $\frac{S_{\triangle MAB}}{S_{\triangle NAB}}$.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x + ax^2 - bx + 2$.

(1) 若 $a = 0$, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $a = \frac{1}{2}$, 存在 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$ 满足 $f(x_1) = f(x_2)$, 且 $x_1 + x_2 = 2$, 求 b 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: **zizzsw**。

