江西省高一期末联考·数学

参考答案、提示及评分细则

1. B　$z=\frac{3-i}{1+i}=1-2i$，z 的虚部为 -2. 故选 B.

2. C　$\cos 82^\circ\cos 22^\circ+\sin 82^\circ\sin 22^\circ=\cos(82^\circ-22^\circ)=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$. 故选 C.

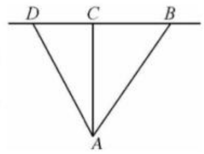
3. A　由题意得 $\overrightarrow{FC}=2\overrightarrow{AB}$，可以得到 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{AB}$. 故选 A.

4. B　由 $b^2-c^2=2a^2$，$c=2a$ 得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{-a^2}{2ac}=\frac{-a}{2c}=-\frac{1}{4}$. 故选 B.

5. B　由于 l,m 是不同的直线，α,β 是不同的平面，若 $l/\!/\alpha,m/\!/\beta,\alpha/\!/\beta$，则 l 与 m 的位置关系不定，故 A 错误；若 $l/\!/m,m\perp\beta,l\perp\alpha$，则 α 与 β 平行，故 B 正确；若 $\alpha\perp\beta$，$l/\!/\alpha,m/\!/\beta$，则 l 与 m 的位置关系不定，故 C，D 错误. 故选 B.

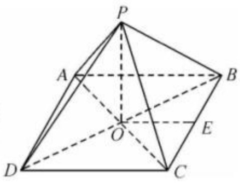
6. A　由题意得 $g(x)=4\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{4}\right]$，即 $g(x)=4\sin\left(2x-\frac{5\pi}{12}\right)$. 故选 A.

7. D　如图所示，$\angle BAC=30^\circ$，$\angle ABC=60^\circ$，$AB=30$，



$AC\perp BD$ 时，即小艇往正北方向航行时航行的距离最小为 $AC=AB\cos 30^\circ=15\sqrt{3}$ 海里，海轮航行的距离为 $BC=15$ 海里，故航行时间为 $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$ 小时，所以小艇的航行速度 $v=\frac{15\sqrt{3}}{\frac{3}{4}}=20\sqrt{3}$ 海里/时. 故选 D.

8. C　连接 BD,AC 交于 O，连接 PO，则 $PO\perp$ 底面 $ABCD$ 且 O 是 AC 中点，$AC=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，$PO=\sqrt{PC^2-\left(\frac{AC}{2}\right)^2}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$，所以 O 到 P,A,B,C,D 的距离均为 $2\sqrt{2}$，点 O 即为正四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球球心. 取 BC 中点 E，连接 OE，分析可知，当 $OE\perp\alpha$ 时，截面圆的面积最小，线段 BC 也即此时截面圆的直径，所以截面圆的面积的最小值为 4π. 故选 C.



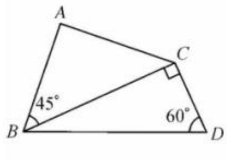
9. CD　对选项 A，$\sin 15^\circ\cos 15^\circ=\frac{1}{2}\sin 30^\circ=\frac{1}{4}$，错误；对选项 B，$\cos^2 15^\circ-\sin^2 15^\circ=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$，错误；对选项 C，$\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sin^2 15^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+1-\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+1-\frac{\sqrt{3}}{2}=1$，正确；对选项 D，$\sin^2 2\,023+\cos^2 2\,023=1$，正确. 故选 CD.

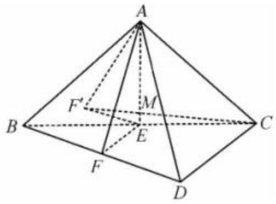
10. BD　对于 A，$z(i-1)=i^{2\,023}-1=-i-1$，故 $z=\frac{-i-1}{i-1}=\frac{i+1}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{2}=i$，$Z$ 点在坐标轴上，故 A 错误；对于 B，若 z 为纯虚数，则 Z 在虚轴上，故 B 正确；对于 C，$|z|\leqslant 3$，则点 Z 的集合所构成的图形是半径为 3 的圆，面积为 9π，故 C 错误；对于 D，$z=a+bi$，$a^2+b^2=1$，则 $z+\frac{1}{z}=a+bi+\frac{a-bi}{(a+bi)(a-bi)}=a+\frac{a}{a^2+b^2}+(b-\frac{b}{a^2+b^2})i=a+a=2a$，故 D 正确. 故选 BD.

11. CD　对于 A，若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $2(m+1)=-(1-m)$，解得 $m=-3$，故 A 错误；
对于 B，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $(1-m)(m+1)-2=0$，则 $m^2+1=0$，该方程在实数域内无解，故 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不可能垂直，故 B 错误；
对于 C，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(2,1)$，故 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{5}$，故 C 正确；
对于 D，当 $m=1$ 时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2\times 0+(-1)\times 2=-2$，故 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|^2}\boldsymbol{b}=\frac{-2}{2^2}(0,2)=(0,-1)$，故 D 正确.
故选CD.

12. ACD　对于 A，存在平面 $ABC\perp$ 平面 BCD，使得 $AB\perp CD$，证明如下：因为平面 $ABC\perp$ 平面 BCD，平面 $ABC\cap$ 平面 $BCD=BC$，$BC\perp CD$，$CD\subset$ 平面 BCD，则 $CD\perp$ 平面 ABC，因为 $AB\subset$ 平面 ABC，所以 $AB\perp CD$，故存在平面 $ABC\perp$ 平面 BCD，使 $AB\perp CD$，故 A 正确；对于 B，若 $AC\perp BD$，又 $AC\perp BA$，$AB\cap BD=B$，$AB,BD\subset$ 平面 ABD，则 $AC\perp$ 平面 ABD，因为 $AD\subset$ 平面 ABD，则 $AC\perp AD$，则 $\triangle ACD$ 是以 CD 为斜边的直角三角形，因为 $CD=2$，所以 $BC=CD\tan 60^\circ=2\sqrt{3}$，$AC=BC\sin 45^\circ=\sqrt{6}$，又由题意知 $CD<AC$，故不存在某个位置，使 $AC\perp BD$，故 B 错误；对于 C，当三棱锥 $A-BCD$ 体积取得最大值时，平面 $ACB\perp$ 平面 BCD，即 AE 是三棱锥 $A-BCD$ 的高，又 $CD\perp BC$，平面 $ACB\cap$ 平面 $BCD=BC$，$CD\subset$ 平面 BCD，所以 $CD\perp$ 平面 ABC，所以 $\angle DAC$ 是直线 AD 与平面 ABC 所成的角，所以 $\tan\angle DAC=\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，故 C 正确；对于 D，当 $AB=AD$ 时，因为 F 为 BD 的中点，所以 $AF\perp BD$，则 $AF=\sqrt{6-4}=\sqrt{2}$，又因为 E 为 BC 的中点，所以 $EF=\frac{1}{2}CD=1$，又 $AE=\sqrt{3}$，所以 $EF^2+AF^2=AE^2$，所以 $AF\perp EF$，如图将 $\triangle AEF$ 沿 AE 旋转，得到 $\triangle AEF'$，

使其与△ACB在同一平面内且F'在△AEB内，则当C,M,F'三点共线时，$CM+FM=CM+F'M$最小，即$CM+FM$的最小值为CF'，在Rt△AEF'中，$\sin\angle AEF'=\frac{AF'}{AE}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，则$\cos\angle CEF'=\cos(\angle AEF'+\angle AEC)=-\sin\angle AEF'=-\frac{\sqrt{6}}{3}$，所以在△$CEF'$中，由余弦定理得$CF'=\sqrt{1+3-2\times1\times\sqrt{3}\times\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)}=\sqrt{4+2\sqrt{2}}$，所以$CM+FM$的最小值为$\sqrt{4+2\sqrt{2}}$，故D正确. 故选ACD.

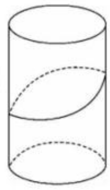




13. $[0,1)$　因为两条异面直线所成的角为θ，所以$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$，所以$\cos\theta\in[0,1)$.

14. 2　由正弦定理得$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{\sqrt{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}=2$，所以$a=2\sin A$，$b=2\sin B$，所以$\frac{3a+b}{3\sin A+\sin B}=\frac{2\times3\sin A+2\sin B}{3\sin A+\sin B}=2$.

15. $1\ 500\pi$　将相同的两个几何体，对接为圆柱，则所求几何体的侧面积是新圆柱侧面积的一半，所求侧面积为$\frac{1}{2}\times2\pi\times15\times(40+60)=1\ 500\pi(\text{cm}^2)$.



16. $\left(-\frac{3\pi}{4},-\frac{\pi}{4}\right]$（答案不唯一）　$f(x)=\sqrt{\frac{\sin x+\cos x}{\sin x-\cos x}}=\sqrt{\frac{\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}}=\sqrt{-\frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}}=\sqrt{-\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$，由$\begin{cases}x+\frac{\pi}{4}\neq k\pi+\frac{\pi}{2},\\ \tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\leqslant0,\end{cases}$即$\begin{cases}x+\frac{\pi}{4}\neq k\pi+\frac{\pi}{2},\\ k\pi-\frac{\pi}{2}<x+\frac{\pi}{4}\leqslant k\pi,\end{cases}$得$\begin{cases}x\neq k\pi+\frac{\pi}{4},\\ k\pi-\frac{3\pi}{4}<x\leqslant k\pi-\frac{\pi}{4},\end{cases}$所以函数$f(x)$的定义域为$\left(k\pi-\frac{3\pi}{4},k\pi-\frac{\pi}{4}\right]$，$k\in\mathbf{Z}$，所以函数$f(x)$的单调递减区间为$\left(k\pi-\frac{3\pi}{4},k\pi-\frac{\pi}{4}\right]$，$k\in\mathbf{Z}$. 令$k=0$，进而可以得到函数$f(x)$的一个单调递减区间为$\left(-\frac{3\pi}{4},-\frac{\pi}{4}\right]$.

17. 解：(1)因为向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$的夹角为$\frac{\pi}{4}$，且$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}$，$|\boldsymbol{b}|=1$，

所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\times|\boldsymbol{b}|\times\cos\frac{\pi}{4}=\sqrt{2}\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1$. …… 3分

所以$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2+1=3$. …… 6分

(2)$|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=\sqrt{(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})^2}=\sqrt{\boldsymbol{a}^2+4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4\boldsymbol{b}^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+4\times1+4}=\sqrt{10}$. …… 10分

18. (1)证明：因为$PA\perp$底面$ABCD$，$AD\subset$平面$ABCD$，故$PA\perp AD$， …… 2分
又$AB\perp AD$，$PA\cap AB=A$，$PA,AB\subset$平面PAB，故$AD\perp$平面PAB. …… 4分
又$AD\subset$平面PAD，故平面$PAD\perp$平面PAB. …… 5分
(2)解：因为平面$OFE//$平面PAB，平面$OEF\cap$平面$PBD=OE$，平面$PAB\cap$平面$PBD=PB$，
所以$PB//OE$. …… 7分
因为$AD//BC$，且$AD=2BC$，所以$DO=2OB$. …… 9分
在△PBD中，由$PB//OE$，$DO=2OB$，得$DE=2PE$， …… 11分
即$\frac{PE}{ED}=\frac{1}{2}$. …… 12分

19. 解：(1)由$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，得$OA\perp OB$，又$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\beta\in[0,\pi]$，所以$\beta=\frac{\pi}{2}+\alpha$. …… 2分

所以$\frac{\sin(\pi-\alpha)\cos\left(\frac{5\pi}{2}+\beta\right)}{\cos(\pi-\beta)\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=\frac{\sin\alpha(-\sin\beta)}{-\cos\alpha(-\cos\beta)}=-\frac{\sin\alpha\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos\alpha\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}=\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=1$. …… 6分

(2)由 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=1$，得 $1+2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+1=1$，$\cos\angle AOB=-\frac{1}{2}$，

又 $\angle AOB\in[0,\pi]$，所以 $\angle AOB=\frac{2\pi}{3}$，则 $\beta=\alpha+\frac{2\pi}{3}$. …… 8分

因为点 A 的横坐标为 $\frac{3}{5}$，

所以 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$，$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，

$\cos\beta=\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)=\cos\alpha\cos\frac{2\pi}{3}-\sin\alpha\sin\frac{2\pi}{3}$

$=\frac{3}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$， …… 10分

$\sin\beta=\sin\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)=\sin\alpha\cos\frac{2\pi}{3}+\cos\alpha\sin\frac{2\pi}{3}$

$=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{-4+3\sqrt{3}}{10}$，

所以 $\cos\beta-\sin\beta=\frac{1-7\sqrt{3}}{10}$. …… 12分

20. 解：(1) $2a\sin A(b^2+c^2-a^2)=c\sin B(a^2+b^2-c^2)+b\sin C(a^2+c^2-b^2)$，

由余弦定理可得 $2a\sin A\times 2bc\cos A=c\sin B\times 2ab\cos C+b\sin C\times 2ac\cos B$，

整理得 $2\sin A\cos A=\sin C\cos B+\sin B\cos C$， …… 2分

$\therefore\sin C\cos B+\sin B\cos C=\sin(B+C)=\sin(\pi-A)=\sin A=2\sin A\cos A$.

$\because A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\therefore\sin A\neq 0$，$\therefore\cos A=\frac{1}{2}$，$\therefore A=\frac{\pi}{3}$. …… 5分

(2)由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$\therefore b=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin B$，$c=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin C$.

$\therefore b+c=\frac{4\sqrt{3}}{3}(\sin B+\sin C)=\frac{4\sqrt{3}}{3}[\sin B+\sin(A+B)]=\frac{4\sqrt{3}}{3}\left(\frac{3}{2}\sin B+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B\right)$

$=2\sqrt{3}\sin B+2\cos B=4\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)$. …… 8分

$\because\triangle ABC$ 为锐角三角形，$\therefore\begin{cases}0<B<\frac{\pi}{2},\\0<C<\frac{\pi}{2},\end{cases}$ 即 $\begin{cases}0<B<\frac{\pi}{2},\\0<\frac{2\pi}{3}-B<\frac{\pi}{2},\end{cases}$ $\therefore\frac{\pi}{6}<B<\frac{\pi}{2}$， …… 10分

$\therefore\frac{\pi}{3}<B+\frac{\pi}{6}<\frac{2\pi}{3}$，$\therefore\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 1$，$2\sqrt{3}<b+c\leqslant 4$，

即 $b+c$ 的取值范围为 $(2\sqrt{3},4]$. …… 12分

21. 解：(1) $f(x)=2\cos^2 x\cos\varphi-\cos\varphi-2\sin x\cos x\sin\varphi$

$=\cos 2x\cos\varphi-\sin 2x\sin\varphi=\cos(2x+\varphi)$. …… 1分

由 $f\left(-\frac{\pi}{12}+x\right)+f\left(-\frac{\pi}{12}-x\right)=0$ 知，$f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$ 对称， …… 3分

所以 $2\times\left(-\frac{\pi}{12}\right)+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，得 $\varphi=\frac{2\pi}{3}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$. …… 4分

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=-\frac{\pi}{3}$，

即函数 $f(x)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$. …… 5分

(2) $g(x)=2f(2x)-a=2\sin\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)-a$， …… 6分

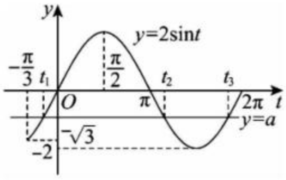
当 $x\in\left[-\frac{\pi}{8},\frac{11\pi}{24}\right]$ 时，$4x+\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{3},2\pi\right]$.

函数 $g(x)=2\sin\left(4x+\frac{\pi}{6}\right)-a$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{8},\frac{11\pi}{24}\right]$ 上恰有3个零点，

令 $t=4x+\frac{\pi}{6}$，则 $2\sin t-a=0$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3},2\pi\right]$ 上有3个不相等的根.

即 $y=a$ 与 $y=2\sin t$ 在 $t\in\left[-\frac{\pi}{3},2\pi\right]$ 的图象上恰有3个交点， …… 8分

作出 $y=2\sin t$ 与 $y=a$ 的图象，如图所示，



…………………………………………………………………………………………………… 9 分

由图可知，$-\sqrt{3}\leqslant a\leqslant 0$，

且 $t_2+t_1=\pi$， …………………………………………………………………………… 11 分

所以 $\sin(x_1+x_2)=\sin\frac{1}{4}\left(t_1-\frac{\pi}{6}+t_2-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$.

故 a 的取值范围为$[-\sqrt{3},0]$，$\sin(x_1+x_2)$的值为$\frac{1}{2}$. ……………………………………… 12 分

22. 解：(1)据题意延长 BO 至 D 点，使得 $OD=BO$，连接 CD,PD,C_1D，

取 CD 的中点 M，连接 BM,PM，

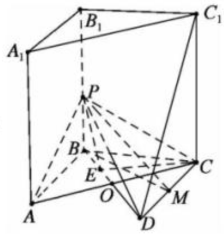
因为 $AB=BC=2$，$\angle ABC=120^\circ$，O 为 AC 的中点，所以 $BO\perp AC$， ……………………… 1 分

又∵$BO=OD$，∴$BC=CD$，$\angle ABC=120^\circ\Rightarrow\angle OBC=60^\circ$，

所以$\triangle BCD$ 为等边三角形. 所以 $BM\perp CD$，

易知$\triangle PBD\cong\triangle PBC$，所以 $PC=PD$，所以 $PM\perp CD$，

所以$\angle PMB$ 为二面角 $P-CD-B$ 的平面角，即$\angle PMB=30^\circ$. ……………………………… 4 分



$BC=2$，$BM=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\sqrt{3}$，

则 $\tan\angle BMP=\tan 30^\circ=\frac{PB}{BM}$，

解得 $PB=1$. ……………………………………………………………………… 5 分

(2)∵$AB=BC=2$，$\angle ABC=120^\circ$，O 为 AC 的中点，∴$BO=1$.

直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$V_{P-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot BP$，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot\sin\angle ABC=\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$. ……………………… 6 分

因为三棱锥 $P-ABC$ 的体积为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

所以$\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot BP=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，解得 $BP=2$，所以 P 为 BB_1 的中点.

所以 $V_{P-BCD}=\frac{1}{3}\cdot PB\cdot S_{\triangle BCD}=\frac{2}{3}S_{\triangle BCD}$.

在$\triangle BCD$ 中，$BE=\frac{2}{3}BO=\frac{1}{3}BD$，$S_{\triangle CDE}=\frac{2}{3}S_{\triangle BCD}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以 $V_{P-ECD}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{9}$. …………………………………………………… 8 分

设 E 到平面 PCD 的距离为 d，

在$\triangle PCD$ 中，$PC=PD=2\sqrt{2}$，$CD=2$，

所以 $S_{\triangle PCD}=\frac{1}{2}CD\cdot\sqrt{PC^2-\frac{CD^2}{4}}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{7}=\sqrt{7}$，

所以 $V_{E-PCD}=\frac{1}{3}\cdot d\cdot S_{\triangle PCD}=\frac{\sqrt{7}}{3}d$.

因为 $V_{P-ECD}=V_{E-PCD}$，所以$\frac{4\sqrt{3}}{9}=\frac{\sqrt{7}d}{3}$，解得 $d=\frac{4\sqrt{21}}{21}$. ……………………………… 11 分

在$\triangle CBE$ 中，由余弦定理得 $CE^2=BC^2+BE^2-2BC\cdot BE\cdot\cos 60^\circ$，

所以 $CE=\frac{2\sqrt{7}}{3}$.

设 CE 与平面 PCD 所成角为 θ.

所以 $\sin\theta=\frac{d}{CE}=\frac{4\sqrt{21}}{21}\times\frac{3}{2\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{3}}{7}$.

所以 CE 与平面 PCD 所成角的正弦值为$\frac{2\sqrt{3}}{7}$. ……………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线