

高二数学考试

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版选择性必修第二、三册。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $P(A)=0.68, P(AB)=0.17$, 则 $P(B|A)=$
A. 0.5 B. 0.35 C. 0.25 D. 0.17
2. $a(a-3b)^7$ 的展开式中各项系数之和为
A. -256 B. 128 C. -128 D. 256
3. 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y=3x+4$, 则曲线 $y=xf(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率为
A. 3 B. 4 C. 7 D. 10
4. 设 T_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积, 则“ $T_n=3^n$ ”是“ $\{a_n\}$ 是等差数列”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知随机变量 X 的分布列为

X	1	2	3	6
P	$\frac{1}{3}-p$	p	p^2	$\frac{2}{3}-p^2$

当 p 在 $(0, \frac{1}{3})$ 上变化时, X 的数学期望的变化情况为

- A. 单调递增 B. 先减后增 C. 单调递减 D. 先增后减
6. 用 0, 2, 3, 5, 7, 8 这 6 个数字可以组成 N 个无重复数字的六位数, 其中偶数有 M 个, 则 $\frac{M}{N}=$
A. $\frac{27}{50}$ B. $\frac{13}{25}$ C. $\frac{12}{25}$ D. $\frac{1}{2}$
7. 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $(x^3-x^2+x)f'(x) < (3x^2-2x+1)f(x)$ 恒成立, 则必有
A. $f(1) < \frac{f(2)}{2} < \frac{f(3)}{7}$ B. $3f(1) < \frac{f(2)}{2} < \frac{f(3)}{7}$
C. $f(1) > \frac{f(2)}{2} > \frac{f(3)}{7}$ D. $3f(1) > \frac{f(2)}{2} > \frac{f(3)}{7}$

8. 将 12 名志愿者(含甲、乙、丙)安排到三个地区做环保宣传工作,每个地区至少需要安排 3 人,则甲、乙、丙 3 人恰好被安排到同一个地区的安排方法总数为
- A. 3129 B. 4284
C. 18774 D. 25704

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 若 $C_9^n = 36$, 则 n 的值可能为

A. 2 B. 3 C. 6 D. 7

10. 已知函数 $f(x) = e^x - ax$, 则

A. 当 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 为增函数
B. $\exists a \in (0, +\infty)$, $f(x)_{\max} = a$
C. 当 $a = 1$ 时, $f(x)$ 的极值点为 0
D. $\exists a \in (0, +\infty)$, $f(x)_{\min} = a$

11. 深州蜜桃是河北省特产,已有近两千年的栽培史,其主要特点是个头大,每个重约 250 克,果型秀美,色泽淡黄中又衬有鲜红色,皮薄肉细,汁既多又甜,古时就有“北国之桃,深州最佳”之说.假设某种植园成熟的深州蜜桃单果质量 M (单位: g)服从正态分布 $N(250, \sigma^2)$, 且 $P(M < 245) = 0.35$, $P(M > 252) = 0.4$.

A. 若从种植园成熟的深州蜜桃中任选 1 个,则这个蜜桃的质量小于 248 g 的概率为 0.45
B. 若从种植园成熟的深州蜜桃中任选 1 个,则这个蜜桃的质量在 248 g ~ 255 g 的概率为 0.25
C. 若从种植园成熟的深州蜜桃中任选 2 个,则这 2 个蜜桃的质量都小于 248 g 的概率为 0.16
D. 若从种植园成熟的深州蜜桃中任选 2 个,则这 2 个中至少有 1 个蜜桃的质量在 248 g ~ 255 g 的概率为 0.8775

12. 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = 2$, $a_{n+1}S_{n+1} = 2a_nS_n + 2^{n+1}$, 则

A. $a_2^2 + 2a_2 = 10$
B. 数列 $\{\frac{a_n S_n}{n+1}\}$ 是等比数列
C. 当 $n \geq 2$ 时, $\frac{n \cdot 2^{n-1}}{a_{n-1}} = \frac{(n+1) \cdot 2^n}{a_n} - a_n$
D. 数列 $\{a_n S_n\}$ 的前 100 项和为 100×2^{101}

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 从一箱脐橙(共 10 个,其中 7 个是大果,3 个是中果)中任选 3 个,则恰有 2 个中果的概率为

▲

14. 若数列 $\{\sqrt{c_n}\}$ 是首项为 1, 公比为 2 的等比数列, 则 $c_5 =$ ▲ .

15. $(\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}x)^{16}$ 的展开式中系数为有理数的各项系数的和为 ▲ . (用数字作答)

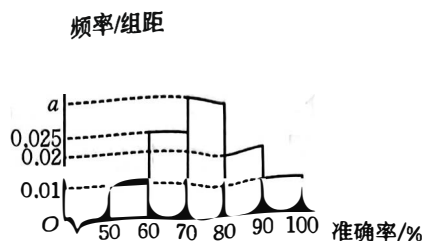
16. 若 $X \sim B(11, p)$ ($0 < p < 1$), 定义关于 p 的函数 $F(p) = P(X=3)$, 当 $F(p)$ 取得最大值时, $D(\sqrt{11}X-1) =$ ▲

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

某人工智能公司想要了解其开发的语言模型准确率是否与使用的训练数据集大小有关联,该公司随机选取了大型数据集和小型数据集各 50 个,并记录了使用这些数据集训练的模型在测试数据集上的准确率(准确率不低于 80% 则认为达标),根据小型数据集的准确率数据

绘制成如图所示的频率分布直方图(各组区间分别为 $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$).



(1)求 a 的值,并完成下面的 2×2 列联表;

	大型数据集	小型数据集	合计
达标	30		
不达标			
合计			

(2)试根据小概率值 $\alpha=0.005$ 的独立性检验,能否认为语言模型准确率是否达标与使用的训练数据集大小有关联?

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
χ_{α}^2	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

18. (12 分)

已知公差为 -2 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_5 = -5$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若数列 $\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n - \frac{1}{2a_{n+1}}$ 为定值.

19. (12 分)

已知 $(1-ax)^{12} = a_0 + a_1x + \cdots + a_{12}x^{12}$ ($a \neq 0, x \neq 0$).

(1)若 $a_1 = -12\sqrt{2}$, 求 $\frac{(1-ax)^{12}}{C_{12}^6 x^6}$ 展开式中的常数项;

(2)若 $a_1 - 2a_2 + 3a_3 - 4a_4 + \cdots - 12a_{12} = 5a$, 求 a 的值.

20. (12 分)

(1) 若成对样本数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 10)$ 都落在直线 $y = -0.76x + 0.58$ 上, 求样本相关系数.

(2) 现随机抽取 10 家航空公司, 对其最近一年的航班正点率和乘客投诉次数进行调查. 所得数据如下表所示:

航空公司编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
航班正点率 $x/\%$	80	78	81	84	86	90	91	93	88	89
乘客投诉次数 y	26	33	24	20	18	10	9	7	12	11

根据表格的数据, 试问乘客投诉次数与航班正点率之间是否呈现线性相关关系? 它们之间的相关程度如何?

参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, 当 $|r| > 0.85$ 时, 两个变量之间具有

很强的线性相关关系.

参考数据: 取 $\sqrt{155440} = 394.3$.

21. (12 分)

甲、乙、丙等 9 人随机站成一排.

(1) 求甲、乙、丙互不相邻的概率;

(2) 在丙站在最右端的前提下, 记甲、乙两人之间所隔的人数为 X , 求 X 的分布列及其数学期望.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = (x+1)(\ln x - 2)$.

(1) 判断 $f(x)$ 的单调性, 并说明理由;

(2) 若 $f(x_1) + f(x_2) = -8, 0 < x_1 < x_2$, 证明: $x_1 + x_2 > 2$.